نحوه استناد به این مقاله: حق پرست، امیر؛ نقره‌آبادی، امین رضا؛ بحرینیان، سید سعید (۱۳۹۵). بررسی اثرات تنش سطحی نانوتیرهای دوسرگیردار نیمه‌متاثر تحت تحریک الکترواستاتیکی مبنی بر تئوری تنش مزدوج اصلاح‌شده. تبدیل انرژی، ۲(۳)، ۱-۱۲.

بررسی اثرات تنش سطحی نانوتیرهای دوسرگیردار نیمه‌متاثر تحت تحریک الکترواستاتیکی مبنی بر تئوری تنش مزدوج اصلاح‌شده

امیر حق پرست[۱و]، امین‌رضا نقره‌آبادی[۲] و سید سعید بحرینیان[۳]*

[۱] کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز، ایران
[۲،۳] دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز، ایران

دریافت: مرداد ۹۵، بازنگری: مهر ۹۵، پذیرش: آذر ۹۵

چکیده

هدف از این مقاله توسعه یک مدل جامع جدید نانوتیر اویلر-برنولی با در نظر گرفتن اثرات اندازه مقیاس کوچک که در تئوری‌های کلاسیک از آن صرف‌نظر شده بود، می‌باشد. به‌منظور اصلاح مدل‌های قبلی و ایجاد مدلی مبتنی بر واقعیت که بتواند بسیاری از مسائل مرتبط با نانوکلیدها را شامل شود، فرض شده‌است که الکترود زیرلایه کوتاه‌تر از الکترود متحرک است. در این مدل، از تئوری غیر کلاسیک تنش مزدوج اصلاح‌شده به منظور بررسی اثرات ناشی از موقعیت و طول الکترود زیرلایه، نیروهای الکترواستاتیک، بین‌مولکولی، موییینگی، اثر اندازه و اثرات تنش سطحی استفاده شده‌است. با استفاده از اصل همیلتون معادلات حاکم و شرایط مرزی متناظر با نانوتیر دوسر گیردار به دست آمده‌اند. با در نظر گرفتن کرنش ون-کارمن، روابط غیرخطی ناشی از کشش میان صفحه‌ای به معادلات اضافه‌شده‌اند. معادلات حاکم غیرخطی با استفاده از روش عددی اجزا محدود حل شده‌اند. به‌منظور اعتبارسنجی روش حاضر، نتایج به دست آمده با نتایج پژوهش‌های پیشین مقایسه و تطابق خوبی میان آن‌ها مشاهده شد. نتایج حاکی از آن هستند، با کاهش طول الکترود زیرلایه، مقدار ولتاژ نهایی، نیروهای بین‌مولکولی و موییینگی نهایی افزایش و جابه‌جایی نهایی اندکی کاهش می‌یابد. همچنین افزایش اثر اندازه و نیروی محوری، باعث افزایش پارامتر ولتاژ نهایی می‌شود.

* **عهده‌دار مکاتبات:** a-haghparast@mscstu.scu.ac.ir

کلمات کلیدی: نانوتیر، دوسرگیردار، نیمه متأثر.

۱- مقدمه

از میکرونانوتیرها به عنوان جز اصلی بسیاری از انواع میکرونانوسیستم‌های الکترومکانیکی[۱] مانند میکروپمپ‌ها، میکرو آینه‌ها، شتاب‌دهنده‌ها، میکروکلیدها و میکرورزوناتورها، نام برده می‌شود. در میان روش‌های متنوع تحریک برای برانگیختن میکرو/نانوتیرها در میکرونانو سیستم‌های الکترومکانیکی، برانگیختن الکترواستاتیکی ساده‌ترین راه به همراه پاسخی سریع می‌باشد. یک میکرونانوتیر ساده و تحت تحریک الکترواستاتیکی از یک الکترود مستقیم که با یک پایه ثابت فاصله دارد، تشکیل شده‌است. برانگیختگی الکترواستاتیکی با اعمال ولتاژ میان الکترود و پایه انجام می‌شود. افزایش ولتاژ ورودی باعث افزایش انحراف الکترود متحرک به‌سوی پایه می‌شود. در یک مقدار خاص از ولتاژ، ناپایداری رخ می‌دهد و الکترود متحرک بر روی پایه سقوط می‌کند. ولتاژ متناظر با ناپایداری ولتاژ پولین[۲] و جابه‌جایی متناظر الکترود متحرک، جابه‌جایی پولین[۳] نامیده می‌شود. باید به این نکته توجه شود، زمانی که می‌توان از نرخ تغییر ولتاژ میان دو الکترود صرف‌نظر نمود، اینرسی تأثیری بر رفتار سیستم ندارد. در این شرایط، ناپایداری پولین استاتیکی[۴] خوانده می‌شود. به بیان دیگر، زمانی که ولتاژ اعمالی به‌طور ناگهانی باشد و یا نرخ تغییر ولتاژ قابل توجه باشد، اینرسی تأثیر مهمی بر رفتار سیستم دارد. ناپایداری متناظر با شرایط دینامیکی، ناپایداری دینامیکی[۵] خوانده می‌شود. ناپایداری

[1] Micro/Nano Electromechanically Systems

[2] Pull-in Voltage
[3] Pull-in Deflection
[4] Static Pull-in Instability
[5] Dynamic Pull-in

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20089813.1395.3.4.1.6]

پولین، یک پدیده مهم در میکرونانو سیستم‌های الکترومکانیکی می‌باشد. ناتانسون [۱] و تیلور [۲] به بررسی تجربی پولین دینامیکی پرداختند. السالیم و همکاران [۳] نتایج عددی و تجربی ارتعاشات غیرخطی و پولین دینامیکی میکروتیرهای تحت تأثیر محرک‌های جریان‌های مستقیم[1] و متناوب[2] را ارائه کردند. بررسی رفتار ارتعاشی و پولین دینامیکی میکروپل‌ها پیش خمیده توسط یانگ و همکاران [۴] انجام شده‌است.

ساختارهایی در مقیاس میکرو و نانو که در میکرونانوسیستم‌های الکترومکانیکی (به‌طور مثال میکرونانوتیرها) استفاده شده‌اند، رفتاری وابسته به اندازه از خود نشان می‌دهند (پاسخ هنجار شده مکانیکی ساختار که تئوری پیوسته کلاسیک آن را مستقل از اندازه ساختار پیش‌بینی کرده‌بود). در بسیاری از تحقیقات تجربی که در مقیاس میکرو و نانو انجام شده‌است، وابستگی به اندازه این ساختارها مشهود است. همچنین در این تحقیقات مشاهده شده‌است که برای مقیاس‌های میکرو و نانویی، اجزای مکانیکی رفتاری سخت‌تر از آن‌هایی که توسط تئوری مکانیکی پیوسته کلاسیک پیش‌بینی شده‌اند، نشان می‌دهد. از این تحقیقات می‌توان به موارد زیر اشاره نمود:

- فلک و همکاران [۵]: یک آزمایش پیچشی بر میکروتیرهای ساخته شده از مس.
- استولکن و اوانس [۶]: یک آزمایش پیچشی بر میکروتیرهای یکسرگیردار ساخته شده از نیکل.
- مک‌فارلند و کولتون [۷]: یک تحقیق تجربی بر میکروتیرهای ساخته شده از پلی‌پروپیلین.

در تمامی تحقیقات تجربی ذکر شده در بالا، رفتار مکانیکی وابسته به اندازه مشاهده شده‌است و این موضوع نشان‌دهنده این است که تئوری کلاسیک پیوسته سختی میکروساختار را در نظر نمی‌گیرد.

از آن‌جایی که تئوری پیوسته کلاسیک نمی‌تواند وابستگی به‌اندازه در مقیاس میکرو و نانویی را در نظر بگیرد و همچنین توانایی پیش‌بینی دقیق رفتار مکانیکی چنین اجزایی را نیز ندارد، تئوری‌های پیوسته غیرکلاسیک توسعه یافتند. تئوری تنش مزدوج، یک تئوری پیوسته غیرکلاسیک قدرتمند است که توسط پژوهشگرانی چون کویتر [۸]، میندلین و تیرسن [۹] در ابتدای دهه ۱۹۶۰ معرفی و توضیح داده شده‌است. پارامترهای اضافی ماده که در این تئوری ظهور پیدا کردند (علاوه بر دو پارامتر کلاسیک لام[3]، مدول الاستیک[4] و ضریب پواسون[5])، این امکان را به تئوری می‌دهند که علاوه بر در نظر گرفتن رفتار وابسته به اندازه، دقت بیشتری در مدل‌سازی ساختارها با مقیاس میکرو و نانو داشته‌باشد. یک مدل تیر تیموشنکو مبنی بر این تئوری توسط اصغری و همکاران [۱۰] توسعه یافت. رفتار استاتیکی وابسته به اندازه مدل تیر جدید مورد بررسی قرار گرفت و مشاهده گردید که سختی خمشی مدل جدید بیشتر از مدل تیر تیموشنکو کلاسیک است.

یانگ و همکاران [۱۱] با انجام یک اصلاح بر تئوری پیوسته تنش مزدوج، با بکارگیری رابطه تعادلی ممان‌های مزدوج علاوه بر دو رابطه تعادلی مرسوم یعنی رابطه تعادلی نیروها و ممان نیروها (رابطه تعادلی نیروها و ممان نیروها) تئوری تنش مزدوج اصلاح‌شده را معرفی نمودند. با گذشت زمان اندکی بعدازآن، تئوری تنش مزدوج اصلاح‌شده به یک تئوری غیرکلاسیک مشهور به‌منظور توسعه مدل‌های میکرو/نانو تیرها و صفحات با در نظر گرفتن وابستگی به اندازه در میکرو/نانوسیستم‌های الکترومکانیکی تبدیل شد. تعدادی از کارهای انجام شده به‌منظور توسعه تئوری تیرها مبنی بر تئوری تنش مزدوج اصلاح‌شده به صورت زیر است:

- به دست آوردن رابطه تعادلی استاتیکی میکروتیرهای اویلر-برنولی همگن خطی توسط پارک و گائو [۱۲].
- به دست آوردن معادله حاکم و تحلیل رفتار دینامیکی میکروتیرهای اویلر-برنولی همگن خطی توسط کنگ و همکاران [۱۳].
- به دست آوردن معادلات حاکم حرکت و شرایط مرزی میکروتیرهای تیموشنکو همگن خطی توسط ما و همکاران [۱۴].
- توسعه یک مدل تیر اویلر-برنولی همگن غیرخطی توسط ژیا و همکاران [۱۵].
- توسعه یک مدل تیر تیموشنکو همگن غیرخطی توسط اصغری و همکاران [۱۶].

علاوه بر موارد مذکور در بالا در بیان توسعه مدل‌های جدید بر مبنای تئوری تنش مزدوج اصلاح‌شده، این تئوری توسط محققین به‌منظور تحلیل خصوصیات تعدادی از میکروسیستم‌ها استفاده شد که به صورت زیر هستند:

- بررسی خصوصیات دینامیکی میکروسکوپ‌های نیروی اتمی[6] توسط کهروبیان و همکاران [۱۷].
- تحلیل رفتار استاتیکی و دینامیکی وابسته به اندازه میکروتیرهای یکسر گیردار و میکروپل‌ها تحریک شده به وسیله نیروی الکترواستاتیک توسط رهایی‌فرد و همکاران [۱۸،۱۹،۲۰].
- مقیمی‌زند و همکاران [۲۱] در تحقیقی به بررسی اثرات ناپایداری‌های پولین استاتیکی و دینامیکی میکروتیرهای

[1] DC Voltage
[2] AC Voltage
[3] Lame Constants
[4] Elastic Modulus
[5] Poisson Ratio
[6] Atomic Force Microscopes

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20089813.1395.3.4.1.6]

یکسرگیردار و دوسرگیردار تحت تأثیر نیروهای الکترواستاتیک و بین‌مولکولی پرداختند.

وانگ و همکاران [۲۲] با اصلاح و توسعه یک مدل میکروتیر یکسرگیردار تحت تحریک الکترواستاتیکی و در حضور اثرات تنش سطحی، به بررسی اثر جابه‌جایی و طول الکترود زیرلایه پرداختند. دادگور و همکاران [۲۳] بر مبنای تئوری غیرکلاسیک تنش مزدوج اصلاح‌شده، مدل نانوتیر یکسر گیردار را به‌منظور تحلیل ناپایداری پولین و اثرات نیروهای اعمالی، جهت تحلیل نمونه‌های زیادی از تیرها، اصلاح و توسعه دادند.

با بررسی پژوهش‌های پیشین مشاهده می‌شود که اثر کوتاه بودن الکترود زیرلایه (نیمه‌متاثر بودن) نانوتیرهای دوسر گیردار با در نظر گرفتن اثرات مقیاس کوچک و اثرات تنش سطحی تاکنون مورد توجه محققین نبوده‌است. لذا به‌منظور اصلاح و توسعه مدل‌های پیشین نانوتیر دوسر گیردار و در نظر گرفتن شرایطی نزدیک به واقعیت، نانوتیر به‌صورت نیمه‌متاثر در نظر گرفته شده‌است. در این مدل جدید، آثار استاتیکی و دینامیکی ناشی از نیروهای الکترواستاتیک، بین‌مولکولی، موییینگی، اثر اندازه، نیروهای محوری و کششی و موقعیت و طول الکترود زیرلایه مورد بررسی قرار خواهند گرفت.

۲- مدل‌سازی ریاضی

انرژی کرنشی یک مدل پیوسته الاستیکی توسط تئوری تنش مزدوج اصلاح‌شده به صورت زیر بیان می‌شود [۱۳]:

$$U_m = \frac{1}{2}\left(\sigma_{ij}\varepsilon_{ij} + m_{ij}\chi_{ij}\right) \qquad (۱)$$

که σ_{ij} و ε_{ij} به ترتیب به مؤلفه‌های تنش و کرنش اشاره دارند. همچنین:

$$m_{ij} = 2l^2\mu\chi_{ij} \qquad (۲)$$

$$\chi_{ij} = \frac{1}{2}\left(\left(\nabla\theta\right)_i + \left(\nabla\theta\right)_i^T\right) \qquad (۳)$$

که μ، m_{ij} و χ_{ij} به ترتیب مدول برشی، جز انحرافی تانسور تنش مزدوج و تانسور انحنا متقارن را نشان می‌دهند. توجه شود که l پارامتر مقیاس طول ماده است که یک پارامتر اضافه ماده می‌باشد که این امکان را میسر می‌سازد تئوری، وابستگی به‌اندازه را شامل شود. علاوه بر این، θ_i نشان‌دهنده مؤلفه‌های بردار چرخش وابسته به مؤلفه‌های بردار حوزه جابه‌جایی است که به‌صورت زیر بیان می‌شود [۱۳]:

$$\theta_i = \frac{1}{2}curl(u_i) \qquad (۴)$$

بنا بر تئوری تیر اویلر-برنولی، حوزه جابه‌جایی تیر به‌صورت زیر نوشته می‌شود [۱۱]:

$$u_1 = u - z\frac{\partial w(x,t)}{\partial x},\ u_2 = 0,\ u_3 = w(x,t) \qquad (۵)$$

که z در آن از مرکز اندازه‌گیری می‌شود. بنا بر روابط (۲-۴) مؤلفه‌های غیر صفر θ_i، χ_{ij} و m_{ij} به‌صورت زیر به دست می‌آیند [۱۲]:

$$\theta_y = -\frac{\partial w(x,t)}{\partial x} \qquad (۶)$$

$$\chi_{12} = \chi_{21} = -\frac{1}{2}\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \qquad (۷)$$

$$m_{12} = m_{21} = -\mu l^2\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \qquad (۸)$$

با جایگذاری روابط (۶-۸) در رابطه (۱)، کار انرژی کرنشی به دست می‌آید [۱۸]:

$$\begin{aligned} U_m &= \frac{1}{2}\int_0^L\int_{A_0}\left(\varepsilon_{11}\sigma_{11} + \chi_{12}m_{12} + \chi_{21}m_{21}\right)dA_0dx \\ &= \frac{1}{2}\int_0^L\int_{A_0}\left(E\left(-z\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu l^2\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^2\right)\right)dA_0dx \end{aligned} \qquad (۹)$$

کار انرژی جنبشی به‌صورت زیر است [۲۳]:

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{1}{2}\int_0^L\int_{A_0}\rho\left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)^2 dA_0dx \\ &= \frac{1}{2}\int_0^L\rho A\left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)^2 dx \end{aligned} \qquad (۱۰)$$

به سبب اثراتی مانند کشیدگی در نانوتیرهای دوسرگیردار و عدم تطابق میان ضریب انبساط حرارتی و شبکه بلوره دوره‌ای[1] بین پایه و الکترود متحرک، یک نیروی محوری پسماند[2] بر نانوتیر اعمال می‌شود [۲۵]:

$$F_{axial} = F_r + F_a \qquad (۱۱)$$

F_r و F_a به ترتیب نیروی پسماند ناشی از تنش پسماند و نیروی محوری به سبب خمش تیر است. انرژی ذخیره‌شده در کلید به‌واسطه نیروهای محوری عبارت است از:

$$U_s = \left(F_r + F_a\right)\Delta L \qquad (۱۲)$$

که:

$$\begin{aligned} U_s &= \left(F_r + F_a\right)\varepsilon_x L \\ &= \frac{1}{2}\int_0^L\left(F_r + F_a\right)\left(\frac{dw}{dx}\right)^2 dx \end{aligned} \qquad (۱۳)$$

F_r نیروی محوری که به سبب تنش پسماند است برابر است با [۲۵]:

$$F_r = \sigma_r bh \qquad (۱۴)$$

که σ_r نشان‌دهنده تنش محوری پسماند است. نیروی محوری ناشی از کشش میان صفحه‌ای (هندسه غیرخطی ون-کارمن) به‌صورت زیر است [۲۵]:

[1] Crystal Lattice Period
[2] Resultant Axial Force

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20089813.1395.3.4.1.6]

$$F_a = \sigma A = \varepsilon EA = \frac{\Delta L(x)}{L} EA = \frac{Ebh}{2L}\int_0^L \left(\frac{dw}{dx}\right)^2 dx \quad (۱۵)$$

با جایگذاری روابط (۱۴) و (۱۵) در (۱۳):

$$U_s = \left(F_r + F_a\right)\varepsilon_x L = \frac{1}{2}\int_0^L \left[\sigma_r bh + \frac{Ebh}{2L}\int_0^L \left(\frac{dw}{dx}\right)^2 dx\right]\left(\frac{dw}{dx}\right)^2 dx \quad (۱۶)$$

در شکل ۱، یک نمونه نانوتیر دوسر گیردار نیمه‌متاثر نشان داده شده‌است. مدل‌های نانوتیر در پژوهش‌های [۲۳،۲۲] را می‌توان به‌صورت یک نانوتیر دوسرگیردار با طول L، ارتفاع h، پهنای b و فاصله اولیه دو الکترود متحرک و زیرلایه برابر با g_0 مدل‌سازی نمود. نیروهای اعمالی بر این نانوتیر، نیروی الکترواستاتیک به سبب ولتاژ اعمالی V، نیروهای بین‌مولکولی و موئینگی می‌باشند. نانوتیر در نظر گرفته‌شده، ایزوتروپیک[1] و دارای ضریب مدول یانگ[2] E، چگالی ρ، مساحت مقطع عرضی[3] A و ممان اینرسی[4] برابر با I است. در پژوهش حاضر و پژوهش‌های [۲۳،۲۲]، برخلاف پژوهش‌های [۱۸-۲۰] مدلی جدید و جامع‌تر به‌منظور بررسی بهتر عملکرد پایداری نانوتیرها معرفی شده‌است. در پژوهش حاضر فرض شده‌است که الکترود زیرلایه از الکترود متحرک کوتاه‌تر می‌باشد، لذا تنها قسمتی از الکترود متحرک که در ارتباط با قسمت الکترود ورودی (الکترود زیرلایه) قرار دارد با نیروی الکتریکی تحریک و تحت بارگذاری قرار می‌گیرد و در بقیه قسمت‌های موازی با الکترود متحرک اثر نیروها حذف می‌شوند [۲۳،۲۲]. به این نوع نانوتیرها، نیمه‌متاثر[5] اطلاق می‌شود. در این نوع نانوکلیدها، در این مدل، به‌منظور کنترل مکان و طول الکترود زیرلایه از تابع هویساید[6] $H(x)$ استفاده می‌شود.

$$H(x) = H(x - D_1) - H(x - L + D_2) \quad (۱۷)$$

که D_1 فاصله میان تکیه‌گاه چپ تیر از الکترود زیرلایه و D_2 فاصله میان تکیه‌گاه راست تیر از الکترود زیرلایه را نشان می‌دهند که تابع پله‌ای هویساید $H(x)$ برابر است با:

$$H(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1, & x \geq 0 \end{cases} \quad (۱۸)$$

از آن‌جاییکه مدل مورد مطالعه در این پژوهش از نوع نانوکلید نیمه‌متاثر است، با در نظر گرفتن الکترود زیرلایه کوتاه، می‌توان با ضرب تابع هویساید در نیروهای اعمالی بر نانوتیر، اثر آن‌ها را فقط در فاصله‌ای که واقعاً بر تیرک اثر می‌گذارند اعمال نمود و در بقیه فواصل برابر با صفر هستند

با در نظر گرفتن نیروهای خارجی در واحد طول تیر، کار انجام‌شده توسط نیروهای خارجی اعمالی که با W_{ext} نشان داده می‌شود، به‌صورت زیر است:

$$\delta W_{ext} = \int_0^L q(x,t)\,\delta w(x,t)\,dx \quad (۱۹)$$

در این پژوهش، نیروهای خارجی شامل نیروهای الکترواستاتیک، نیروهای بین‌مولکولی و موئینگی می‌شوند. با در نظر گرفتن ضریب اثر میدان لبه[7]، بار گسترده الکترواستاتیک (در واحد طول نانوتیر) که بر نانوکلید اعمال می‌شود، به‌صورت زیر است [۲۷]:

$$q_{elec}(x,t) = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \frac{bV^2}{\left[g_0 - w(x,t)\right]^2}\left(1 + 0.65\frac{g_0 - w(x,t)}{b}\right) \quad (۲۰)$$

که $\varepsilon_0 = 8.854\times10^{-12}\ c^2/Nm^2$ ضریب خلأ، V ولتاژ خارجی اعمالی است. در نانوتیرها وقتی فاصله اولیه در ابعاد نانو باشد، نیروهای پراکندگی[8] (نیروهای بین‌مولکولی) مؤثر هستند. نیروی واندروالس در واحد طول نانوتیر که برابر است با [۲۸]:

$$q_{vdw}(x,t) = \frac{A_h b}{6\pi\left(g_0 - w\right)^3} \quad (۲۱)$$

که $A_h = \pi^2 C\rho_1^2$ ثابت هماکر[9] می‌باشد که تابعی از جنس الکترود و محیط بین آن‌ها و در محدوده اندازه $(0.4-4)\times10^{-19}$ است [۲۹]. ρ_1 چگالی حجمی گرافیت و C خصوصیت ثابتی است که نشان از میزان تعامل دو اتم می‌باشد. دومین نیروی بین‌مولکولی، نیروی کاسیمیر است که در واحد طول نانوتیر برابر است با [۳۰]:

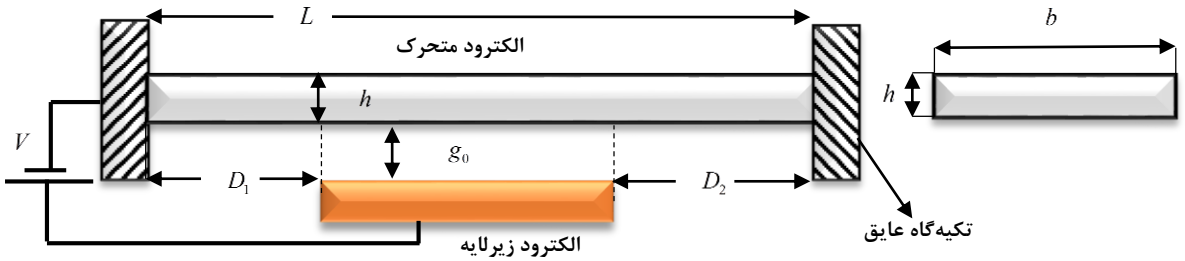
$$q_{cas}(x,t) = \frac{\pi^2 \bar{h} cb}{240(g_0 - w)^4} \quad (۲۲)$$

در رابطه بالا $\bar{h}$ ثابت پلانک تقسیم بر 2π و $c = 2.998\times10^{+8} m.s^{-1}$ سرعت نور می‌باشد. نیروی موئینگی اعمالی بر نانوتیر زاویه‌ای برابر با θ_c با بردار واحد عمود بر سطح سیال (زاویه تماس بین مایع و سطح جامد) دارد، نیروی موئینگی در واحد طول تیر به‌صورت زیر محاسبه می‌شود [۳۱]:

$$q_{cap}(x,t) = \frac{2\gamma_{LA} b\cos\theta_c}{(g_0 - w)} \quad (۲۳)$$

[1] Isotropic
[2] Young Modulus
[3] Cross Section Area
[4] Cross Section Inertia Moment
[5] Half Effect Nano-Switches
[6] Heaviside Function
[7] Fringing Field Effect
[8] Dispersion forces
[9] Hamaker Constant

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20089813.1395.3.4.1.6]



شکل ۱: نمای شماتیک نانوتیر دوسرگیردار نیمه متاثر

که γ_{LA} تنش سطحی مایع-هوا است. با در نظر گرفتن تیر نیمه‌متاثر:

$$q'(x,t)=H(x)\left(q_{elec}+q_{vdw}+q_{cas}+q_{cap}\right) \qquad (۲۴)$$

حال برای به دست آوردن معادله حاکم سیستم نانوتیر دوسرگیردار، با به‌کارگیری اصل همیلتون توسعه داده‌شده[1]:

$$\delta\int_0^t\left(U_m+T_1-U_s-W_{ext}\right)dt=0 \qquad (۲۵)$$

که δ نشانگر نماد تغییرات است. با استفاده از روابط (۹)، (۱۰)، (۱۶)، (۱۹) و (۲۵) و ساده‌سازی روابط تنش پسماند:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(-\left(\sigma_r bh+\frac{Ebh}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2\right)\frac{\partial w}{\partial x}\right.$$
$$\left.+\left(EI+\mu Al^2\right)\frac{\partial^3 w}{\partial x^3}\right)+\rho A\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=q(x,t) \qquad (۲۶)$$

رابطه (۲۶) نشان می‌دهد که صلبیت خمشی تیر شامل دو بخش است، بخش EI به‌عنوان صلبیت خمشی تئوری کلاسیک و بخش μAl^2 که مربوط به تئوری تنش مزدوج اصلاح‌شده است. شرایط مرزی برای نانوتیر دوسردرگیر:

$$w(0,t)=w(L,t)=0,\quad \left.\frac{\partial w}{\partial x}\right|_{x=0,L}=0 \qquad (۲۷)$$

با ساده‌سازی، معادله دیفرانسیل غیرخطی حاکم بر جابه‌جایی عرضی نانوتیر به دست می‌آید.

$$\left(EI+\mu Al^2\right)\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+\rho A\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}$$
$$-\left[\sigma_r bh+\frac{Ebh}{2L}\int_0^L\left(\frac{dw}{dx}\right)^2 dx\right]\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}=q'(x,t) \qquad (۲۸)$$

پس از جایگزینی رابطه (۲۴) در (۲۸)، به‌منظور ساده‌سازی محاسبات پارامتری، می‌توان معادله حاکم و شرایط مرزی را به حالت بی‌بعد تبدیل کرد. لذا از متغیرهای بی‌بعد و پارامترهای زیر جهت بی‌بعدسازی بهره برده می‌شود:

$$W=\frac{w}{g_0},X=\frac{x}{L},T=t\sqrt{\frac{EI}{\rho AL^4}},$$
$$\beta=\frac{\varepsilon_0 bV^2L^4}{2g_0^3EI},\ \gamma_{fr}=0.65\frac{g_0}{b},$$
$$\alpha_3=\frac{A_h b}{6\pi\left(g_0-w\right)^3},\alpha_4=\frac{\pi^2\hbar cbL^4}{240EIg_0^5},$$
$$\gamma_{fr}=0.65\frac{g_0}{b},\ \gamma_{ca}=\frac{2\gamma_{LA}bL^4\cos\theta_c}{EI\,g_0^2},$$
$$\delta=\frac{\mu Al^2}{EI}=\frac{12\mu}{E\left(h/l\right)^2},\ \eta=6\left(\frac{g_0}{h}\right)^2, \qquad (۲۹)$$
$$N=\frac{\sigma_r bhL^2}{EI},T=t\sqrt{\frac{EI}{\rho AL^4}},$$
$$d_i=\frac{D_i}{L}\ (i=1,2),H'=H\left(\frac{x}{L}\right)$$
$$=H\left(\frac{x}{L}-\frac{D_2}{L}\right)-H\left(\frac{x}{L}-1+\frac{D_2}{L}\right),$$

که پارامترهای β، α_3، α_4، γ_{fr}، γ_{ca}، δ، d_i، H'، N، η و T به ترتیب متناظر با پارامترهای بی‌بعد ولتاژ، نیروی واندروالس، نیروی کاسیمیر، میدان لبه، نیروی موئینگی، اثر اندازه، پارامتر بی‌بعد فاصله بین انتهای چپ و راست الکترود زیرلایه و کلید، تابع هویساید بی‌بعد، نیروی محوری، کشش و زمان می‌باشند. با استفاده از پارامترهای بی‌بعد رابطه (۲۹) در رابطه (۲۸)، معادله حاکم بی‌بعد نانوکلید دوسرگیردار نیمه‌متاثر به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$\left(1+\delta\right)\frac{\partial^4 W}{\partial X^4}+\frac{\partial^2 W}{\partial T^2}-N_S\frac{\partial^2 W}{\partial X^2}=$$
$$H'\left(\frac{\beta}{\left(1-W(x)\right)^2}+\frac{\gamma_{fr}\beta}{\left(1-W(x)\right)}\right. \qquad (۳۰)$$
$$\left.+\frac{\alpha_m}{\left(1-W(x)\right)^m}+\frac{\gamma_{ca}}{\left(1-W(x)\right)}\right)$$

که $N_s=\left[N+\eta\int_0^1\left(\frac{\partial W}{\partial X}\right)^2 dX\right]$.

[1] Modified Hamilton Principle

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20089813.1395.3.4.1.6]

بنابراین، شرایط مرزی بی‌بعد به ترتیب برای نانوتیر دوسرگیردار با جایگذاری پارامترهای بی‌بعد در رابطه (۲۷) به دست می‌آید:

$$W(0)=W(1)=0,\quad \left.\frac{\partial W}{\partial X}\right|_{X=0,1}=0 \qquad (۳۱)$$

به‌منظور به دست آوردن معادله حاکم برای حالت استاتیکی، عبارات وابسته به زمان حذف می‌شوند.

$$(1+\delta)\frac{\partial^4 W}{\partial X^4}-N_S\frac{\partial^2 W}{\partial X^2}=H'\left(\frac{\beta}{(1-W(x))^2}+\frac{\gamma_{fr}\beta}{(1-W(x))}+\frac{\alpha_m}{(1-W(x))^m}+\frac{\gamma_{ca}}{(1-W(x))}\right) \qquad (۳۲)$$

$$\begin{cases} m=3 \rightarrow \ vanderWaals\ atteraction \\ m=4 \rightarrow \ Casimier\ atteraction \end{cases}$$

۳- روش حل

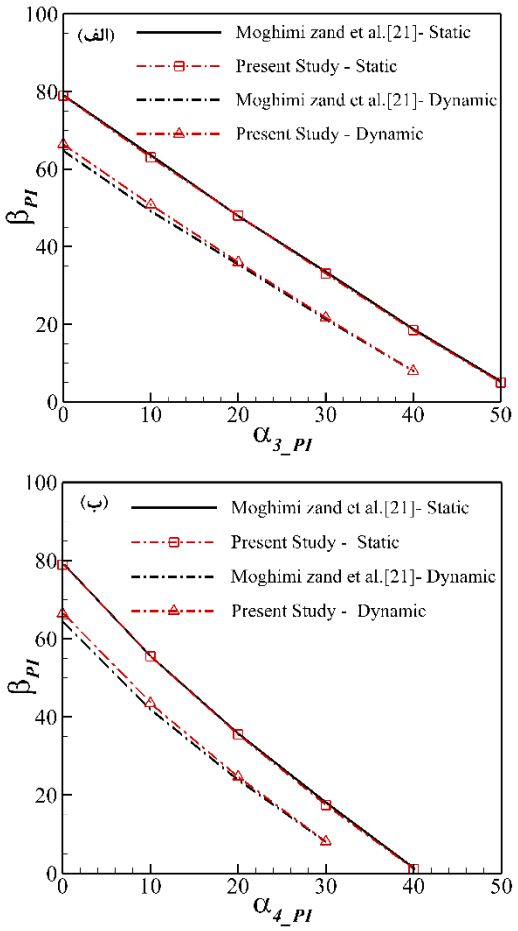
در این پژوهش از روش حل عددی اجزا محدود به‌منظور حل دسته معادلات دیفرانسیل پاره‌ای، یعنی روابط (۳۰) و (۳۲) و شرایط مرزی متناظر یعنی رابطه (۳۱) استفاده شده‌است. لذا در ابتدا معادلات حاکم به شکل ضعیف فرمول‌بندی شده و سپس با استفاده از روش تجزیه گالرکین حل شده‌اند. به‌منظور اختصار از ذکر جزییات صرف‌نظر شده، لذا روش حل در [۳۲] موجود است.

۳-۱- اعتبارسنجی

به‌منظور اعتبارسنجی روش حل عددی ارائه‌شده، نتایج مبتنی بر تئوری تنش مزدوج اصلاح‌شده در این پژوهش با نتایج پژوهش پیشین [۲۱] مقایسه شده‌اند. همان‌گونه که در ادامه مشاهده می‌شود، میان نتایج پژوهش حاضر و مرجع [۲۱] تطابق خوبی مشاهده می‌شود.

شکل‌های (۲-الف) و (۲-ب) به ترتیب اثرات نیروهای واندروالس و کاسیمیر α_m بر مقادیر ولتاژ پولین استاتیکی β_{PI} و دینامیکی β_{PID} را برای نانوتیر دوسر گیردار نشان می‌دهند. نتایج به‌دست‌آمده با نتایج موجود در پژوهش مقیمی‌زند و همکاران [۲۱] مقایسه شده و تطابق خوبی مشاهده می‌شود.

از شکل ۲ نتیجه می‌شود که افزایش مقادیر پارامترهای نیروهای بین‌مولکولی (واندروالس و کاسیمیر) منجر به کاهش پارامتر بی‌بعد ولتاژ پولین می‌شود. همچنین مشاهده می‌شود که با افزایش نیروهای بین‌مولکولی، نسبت پارامتر بی‌بعد ولتاژ در حالت استاتیکی β_{PI} به دینامیکی β_{PID} به‌طور قابل توجهی افزایش می‌یابد. باید به این نکته توجه شود که افزایش نیروهای بین‌مولکولی، باعث افزایش اثر اینرسی نانوتیر بر ناپایداری پولین می‌شود.



شکل ۲: رابطه بین پارامتر ولتاژ نهایی بی‌بعد نانوتیر دوسرگیردار و نیروهای بین‌مولکولی (الف) واندروالس، (ب) کاسیمیر

$(\delta=0,\gamma_{ca}=0,\eta=6,N=0,\gamma_{fr}=0,d_1=d_2=0)$

۳-۲- بحث و نتیجه‌گیری

به‌منظور بررسی ناپایداری نانومحرک، رابطه (۳۰) با روش اجزا محدود حل‌شده و اثرات پارامترهای مختلف نسبت به یکدیگر بررسی می‌شود. برای مقادیر متفاوت از پارامترهای β، α_m، γ_{ca} و γ_{fr} انحراف نهایی پولین دینامیکی نانوتیر با حل رابطه (۳۰) و برای پولین استاتیکی با حل رابطه (۳۲) به دست می‌آید. در مدل تیر مدنظر در این پژوهش تأثیر پارامترهای بی‌بعد اثر اندازه، موقعیت و طول الکترود زیرلایه، نیروهای الکترواستاتیک، موییینگی و اثرات تنش سطحی بر ناپایداری نانوکلید موردمطالعه قرار می‌گیرد. ابعاد و مشخصات فیزیکی نانوکلید یکسرگیردار که از جنس سیلیکون است، در جدول ۱ ارائه شده‌است.

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-09]

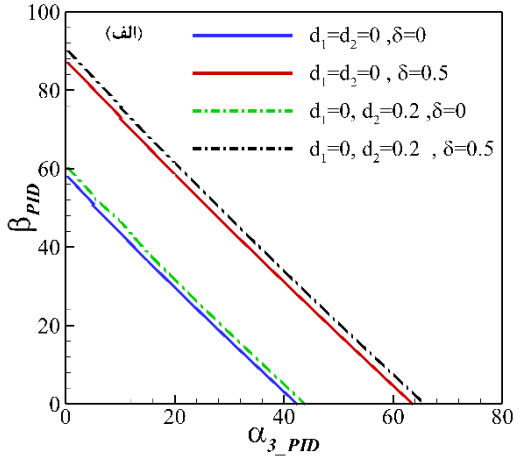
[DOR: 20.1001.1.20089813.1395.3.4.1.6]

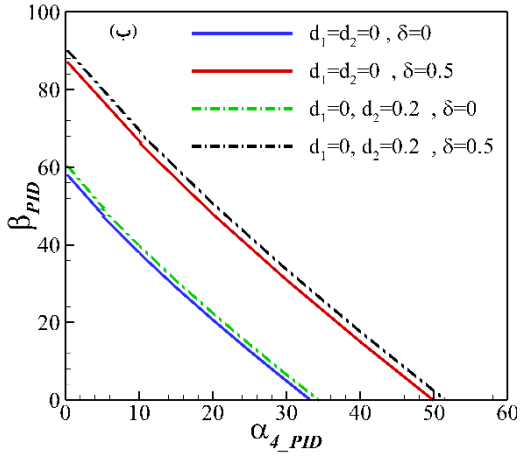
جدول ۱: ابعاد و مشخصات فیزیکی نانوکلید سیلیکونی

پارامتر	مقدار
طول (L) (μm)	۳۵۰
فاصله اولیه دو الکترود (g_0)	۳ (μm)
ضخامت (h)	۱ (μm)
عرض الکترود (b)	۵۰ (μm)
مدول یانگ (E)	۱۸۹ (GPa)
نسبت پواسون (ν)	۰/۳۳

شکل‌های (۳-الف) و (۳-ب) به ترتیب تأثیر اثر اندازه δ و نیمه‌متاثر شدن نانوتیر دوسرگیردار بر نیروهای بین‌مولکولی واندروالس نهایی α_{3_PID} و کاسیمیر α_{4_PID} را در غیاب نیروی موئینگی و در حالت دینامیکی نشان می‌دهند.

مشاهده می‌شود که مقدار نیروهای بین‌مولکولی واندروالس و کاسیمیر همانند نیروی الکترواستاتیک به پارامتر اثر اندازه و موقعیت الکترود زیرلایه وابسته است و با افزایش پارامتر اثر اندازه و d_2، نیروهای بین‌مولکولی بحرانی افزایش می‌یابند.

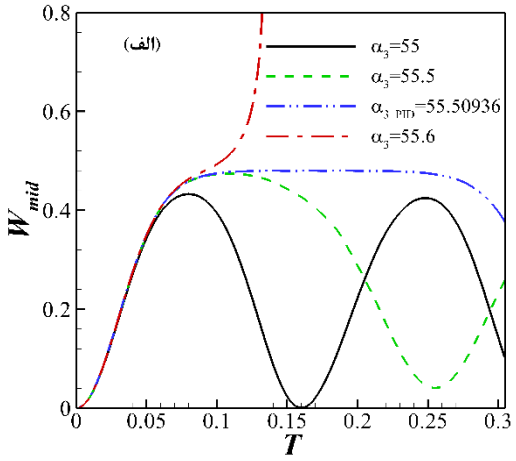


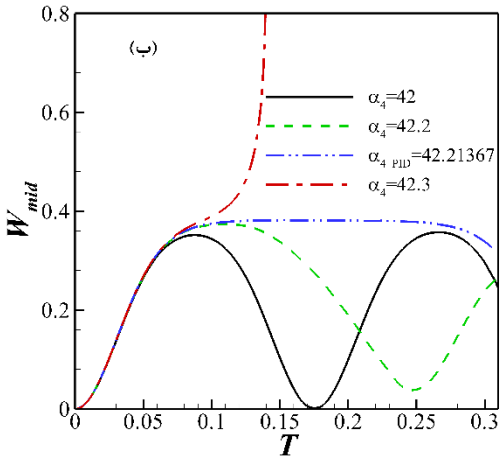


شکل ۳: تأثیر اثر اندازه و تغییر پارامتر d_2 بر ولتاژ نهایی نانوکلید و نیروهای بین‌مولکولی: (الف) نیروی واندروالس، (ب) نیروی کاسیمیر، برای نانوتیر دوسر گیردار و $(\eta=1, N=5, \gamma_{fr}=0, \gamma_{ca}=0)$

از شکل ۳ می‌توان این چنین نتیجه گرفت که افزایش پارامتر اثر اندازه سختی کلید را افزایش می‌دهد. این بدین معنی است که تئوری تنش مزدوج اصلاح‌شده، میکرو و نانوتیر را سخت‌تر از تئوری پیوسته کلاسیک ارزیابی می‌کند. از شکل ۳ می‌توان نتیجه گرفت که افزایش فاکتور ابعاد کوچک، ولتاژ اتصال و نیروهای بین‌مولکولی را برای نانوتیر دوسر گیردار زیاد می‌کند؛ بنابراین اثر اندازه پارامتر مهمی در تحلیل میکرو/نانوکلیدها به حساب می‌آید و اگر از این اثر در مقیاس میکرو و نانو صرف‌نظر شود، خطای بزرگی در طراحی و ساخت این نوع کلیدها ایجاد می‌شود.

شکل‌های (۴-الف) و (۴-ب) به ترتیب نوسانات نانوتیر دوسرگیردار نیمه‌متاثر را در طی زمان تحت تاثیر نیروهای بین‌مولکولی واندروالس و کاسیمیر را نشان می‌دهند. در هرکدام از این دو شکل اثر یک نیرو بررسی و از دیگری صرف‌نظر شده‌است.





شکل ۴: تغییرات پارامتر انحراف میانه نانوتیر در طی زمان برای مقادیر متفاوت پارامترهای بی‌بعد: (الف) نیروی واندروالس و (ب) نیروی کاسیمیر

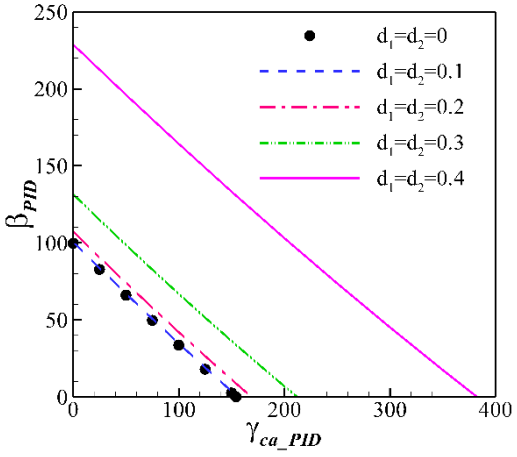
$(\gamma_{fr}=0, \eta=8, N=5, \delta=0, d_1=d_2=0.2)$

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-09]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1395.3.4.1.6]

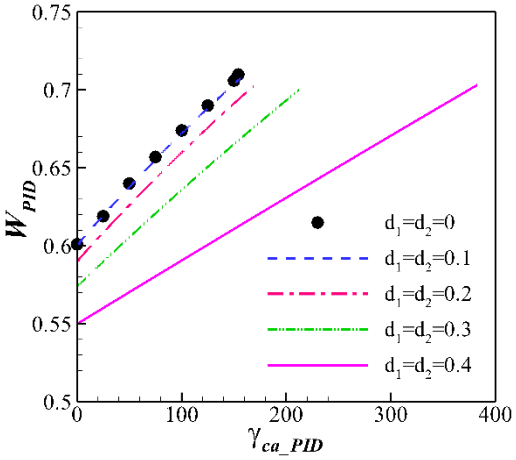
در شکل‌های ۴ انحراف دینامیکی نانوتیر به سبب نیروهای وارد بر آن در طی زمان، پیش و بعد از پدیده ناپایداری پولین تحلیل شده‌است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، پیش از اینکه تیرک دچار ناپایداری شود، میان کمترین و بیشترین مقدار انحراف خود از حالت پایدارش، به‌صورت سینوسی حرکت می‌کند. با افزایش مقدار نیروی وارد شده بر نانوتیر تا مقدار پولین آن‌ها، تیرک در حداکثر محدوده حرکتش نوسان می‌کند. با بیشتر شدن مقدار نیروها از مقدار پولین دینامیکی، نانوتیر ناپایدار شده و تیرک بر روی الکترود زیرلایه سقوط می‌کند. بعد از مقدار پولین دینامیکی، تغییری جزیی در نیروها باعث این ناپایداری می‌شود. با توجه به شکل ۴، در صورت تحریک میکرو/نانوتیر دوسر گیردار نیمه‌متاثر مقادیر پولین برای پارامترهای بی‌بعد نیروهای واندروالس و کاسیمیر به ترتیب برابر با ۵۵/۵۰۹۳۰ و ۴۲/۲۱۳۶۷ می‌باشند.

در شکل‌های ۵ و ۶ نانوکلید دوسر گیردار نیمه‌متاثری که دارای الکترود زیرلایه کوتاه با مشخصات $(d_1 = d_2)$ است مورد بررسی قرار گرفته و نمودارهای ولتاژ β_{PID} و خیز نهایی W_{PID} آن در برابر موئینگی پولین γ_{ca_PID} رسم می‌شوند. در شکل ۵ نمودار تغییرات ولتاژ نهایی در برابر پارامتر موئینگی نهایی و در شکل ۶ نمودار تغییرات خیز نهایی در برابر پارامتر موئینگی نهایی نشان داده شده‌اند. با توجه به شکل‌های ۵ و ۶ در نانوکلیدهای دوسر گیردار کوتاه شدن الکترود زیرلایه به اندازه مساوی از هر دو انتها باعث افزایش چشمگیر مقادیر نهایی پارامترهای ولتاژ و موئینگی و کاهش مقدار جابجایی نهایی می‌شود. لذا کاربرد این کلیدها در مواقعی است که ولتاژهای بالا و جابه‌جایی کم مورد نیاز است.



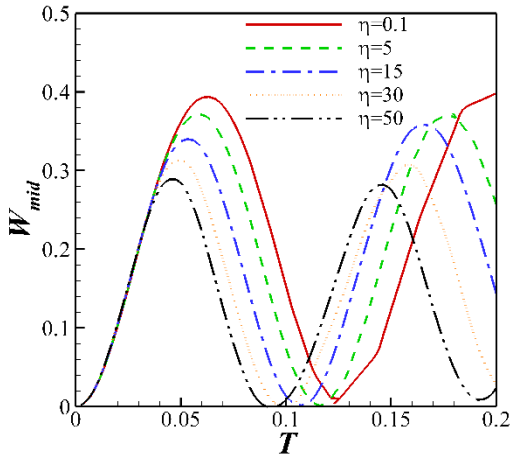
شکل ۵: تغییرات ولتاژ نهایی نانوکلید دوسر گیردار نیمه‌متاثر نسبت به پارامتر موئینگی نهایی به ازای
$(d_1 = d_2, \gamma_{fr} = 0, \eta = 8, N = 5, \delta = 0.5, \alpha_3 = 0, \alpha_4 = 5)$

در شکل ۷ نمودار جابجایی W_{mid} و نوسانات میانه نانوتیر دوسرگیردار نیمه‌متاثر نسبت به پارامتر بی‌بعد زمان برای مقادیر مختلف پارامتر بی‌بعد کشش η نشان داده شده‌است؛ به عبارت دیگر تأثیر پارامتر نیروی کششی بر پارامتر جابه‌جایی میانه نانوتیر دوسر درگیر در طی زمان نشان داده‌است.



شکل ۶: تغییرات جابه‌جایی نهایی نانوکلید دوسر گیردار نیمه‌متاثر نسبت به پارامتر موئینگی نهایی به ازای
$(d_1 = d_2, \gamma_{fr} = 0, \eta = 8, N = 5, \delta = 0.5, \alpha_3 = 0, \alpha_4 = 5)$

با مراجعه به رابطه ۳۰ ملاحظه می‌شود که عبارت انتگرال در سمت چپ این رابطه بیانگر نیروی کششی حاصل از افزایش طول کلید است. ضریب η ناشی از بی‌بعدسازی است و تغییر این ضریب می‌تواند دامنه وسیعی از میکرو/نانوکلیدها را شامل شود. با توجه به تعریف این ضریب به‌صورت $\eta = 6(g_0 / h)^2$ با افزایش فاصله بین دو الکترود مقدار این ضریب افزایش می‌یابد که این افزایش، بیشتر شدن تأثیر جمله ناشی از نیروی کششی بر کلید را به همراه دارد.



شکل ۷: تأثیر پارامتر بی‌بعد نیروی کششی (ضریب انتگرال) بر جابجایی میانه نانوتیر دوسرگیردار نیمه‌متاثر در طی زمان
$(d_1 = 0, d_2 = 0.3, \gamma_{fr} = 0, \beta = 100, N = 5, \delta = 0.5, \alpha_m = 0)$

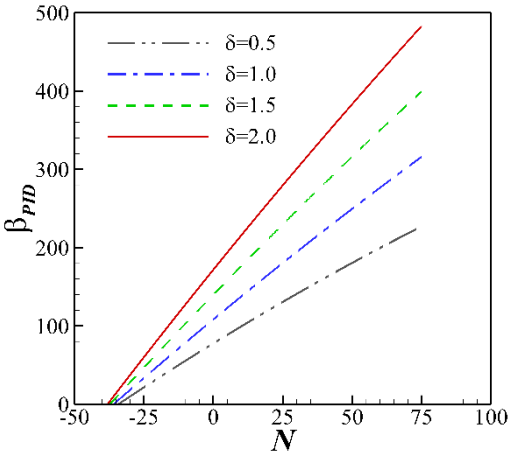
افزایش بیش از اندازه η باعث واگرایی مسأله می‌شود، زیرا با افزایش فاصله بین دو الکترود باید معادله حاکم بر کلید برای خیزهای بزرگ مورد استفاده قرار گیرد، لذا به همین دلیل، اثرات نیروهای میان آن‌ها نیز کاهش یافته و باعث می‌شود،

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20089813.1395.3.4.1.6]

جابه‌جایی میانه تیر که به سبب نیروها می‌باشد، نیز کاهش یابد. با توجه به شکل ۷ مشاهده می‌شود که در نانوتیر دوسر گیردار نیمه‌متاثر، با افزایش ضریب کششی η، دامنه نوسانات میانه تیر کاهش یافته‌است.

به‌منظور مطالعه تأثیر نیروی محوری بر رفتار نانوکلید، مقدار ضریب انتگرال η ثابت و برابر با سه در نظر گرفته می‌شود. در شکل ۸ تغییرات ولتاژ پولین β_{PID} نسبت به نیروی محوری N برای مقدار اثر اندازه‌های متفاوت δ نشان داده شده‌است. شکل ۸ نشان‌دهنده وابستگی ولتاژ پولین دینامیکی β_{PID} به نیروی محوری N و اثر اندازه δ است.

بر اساس شکل ۸ تغییرات ولتاژ پولین با نیروی محوری به‌صورت خطی است و هر اندازه نیروی محوری در کلید بزرگ‌تر باشد ولتاژ لازم برای رسیدن به حالت پولین افزایش می‌یابد؛ بنابراین صرف‌نظر کردن از نیروی محوری در طراحی میکرو/نانو کلیدها باعث می‌شود کلید در ولتاژ پایین‌تری نسبت به ولتاژ واقعی به حالت پولین برسد که این منجر به عملکرد نامناسب کلید می‌شود.



شکل ۸: تغییرات ولتاژ پولین نانوکلید دوسر گیردار نیمه‌متاثر نسبت به مقادیر مختلف پارامتر بی‌بعد نیروی محوری و اثر اندازه

$(d_1 = 0, d_2 = 0.2, \gamma_{fr} = 0, \gamma_{ca} = 10, \eta = 3, \alpha_3 = 0, \alpha_4 = 5)$

همچنین همان‌طور که در شکل ۸ مشاهده می‌شود با افزایش اثر اندازه، نرخ تأثیر نیروی محوری بر ولتاژ پولین (میزان شیب خطوط) افزایش می‌یابد. لذا بار دیگر به اهمیت در نظر گرفتن اثر اندازه و تئوری‌های غیرکلاسیک پی برده می‌شود.

۴- نتیجه‌گیری

در این پژوهش مدلی جامع بر مبنای تئوری تنش مزدوج اصلاح‌شده برای نانوتیر دوسرگیردار به‌منظور بررسی ناپایداری‌های استاتیکی و دینامیکی پولین، توسعه یافته‌است. اثرات ناشی از نیروهای الکترواستاتیک، بین‌مولکولی و موبینگی، اثر اندازه، تنش پسماند و موقعیت و طول الکترود زیرلایه بر مدل جدید تحلیل شده‌است. معادلات حاکم غیرخطی برای تیر اویلر-برنولی و بر اساس اصل همیلتون به دست آمدند و از روش حل عددی اجزا محدود جهت حل روابط استاتیکی و دینامیکی بهره برده‌شد. نتایج به‌دست‌آمده از پژوهش را می‌توان به‌صورت زیر بیان نمود:

- با کوتاه شدن طول الکترود زیرلایه، مقدار پارامترهای بی‌بعد ولتاژ و نیروهای بین‌مولکولی نهایی افزایش می‌یابد، این بدین معناست که در نانوتیر نیمه‌متأثر، پیش از رسیدن به ناپایداری پولین، به نیروی بیشتری نیاز است.
- در نانوکلیدهای دوسرگیردار، اثر اندازه پارامترهای بحرانی نیروهای بین‌مولکولی و ولتاژ را افزایش می‌دهد.
- افزایش پارامتر اثر اندازه سختی کلید را افزایش می‌دهد. این بدین معنی است که تئوری تنش مزدوج اصلاح‌شده، میکرو و نانوتیر را سخت‌تر از تئوری پیوسته کلاسیک ارزیابی می‌کند.
- در حالت دینامیکی پیش از رسیدن تیرک به وضعیت پولین، تیر رفتار حرکتی متناوبی دارد. دامنه ارتعاشات تیر با افزایش نیروهای بین دو الکترود تا پیش از پدیده پولین، بیشتر می‌شود. در صورت بیشتر شدن نیروهای بین دو الکترود از مقدار پولین دینامیکی، معادله حرکت تیر پایداری خود را از دست می‌دهد و سیستم ازنظر دینامیکی ناپایدار می‌شود.
- در نانوکلیدهای دوسر گیردار کوتاه شدن الکترود زیرلایه به‌اندازه مساوی از هر دو انتها باعث افزایش چشمگیر مقادیر نهایی پارامترهای ولتاژ و موئینگی و کاهش مقدار جابجایی نهایی می‌شود. لذا کاربرد این کلیدها در مواقعی است که ولتاژهای بالا و جابه‌جایی کم موردنیاز است.
- افزایش بیش از اندازه η باعث واگرایی مسأله می‌شود، زیرا با افزایش فاصله بین دو الکترود باید معادله حاکم بر کلید برای خیزهای بزرگ مورد استفاده قرار گیرد، لذا به همین دلیل، اثرات نیروهای میان آن‌ها نیز کاهش یافته و باعث می‌شود، جابه‌جایی میانه تیر که به سبب نیروها می‌باشد، نیز کاهش یابد. در نانوتیر دوسر گیردار نیمه‌متاثر، با افزایش ضریب کششی η، دامنه نوسانات میانه تیر کاهش یافته‌است.
- تغییرات ولتاژ پولین با نیروی محوری به‌صورت خطی است و هر اندازه نیروی محوری در کلید بزرگ‌تر باشد، ولتاژ لازم برای رسیدن به حالت پولین افزایش می‌یابد، بنابراین صرف‌نظر کردن از نیروی محوری در طراحی میکرو/نانو کلیدها باعث می‌شود کلید در ولتاژ پایین‌تری نسبت به ولتاژ واقعی به حالت پولین برسد که این منجر به عملکرد نامناسب کلید می‌شود. با افزایش اثر اندازه نرخ تأثیر نیروی محوری بر ولتاژ پولین (میزان شیب خطوط) افزایش می‌یابد. همچنین، با افزایش اثر اندازه، نرخ تأثیر نیروی

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20089813.1395.3.4.1.6]

محوری بر ولتاژ پولین (میزان شیب خطوط) افزایش می‌یابد.

فهرست علائم

علائم انگلیسی

A	سطح مقطع تیر، μm^2
A_h	ثابت هماکر
b	پهنای تیر، μm^2
c	سرعت نور، m/s
D_1, D_2	فاصله بین انتهای الکترود ثابت و کلید، m
d_1, d_2	فاصله بی‌بعد بین انتهای الکترود ثابت و کلید
E	مدول الاسیسیته یانگ، GPa
F_a	نیروی پسماند ناشی از تنش پسماند، N
F_r	نیروی محوری به سبب خمش تیر، N
g_0	فاصله اولیه بین الکترود و پایه، μm^2
$H(x)$	تابع پله‌ای هویساید
H'	تابع بی‌بعد پله‌ای هویساید
h	ضخامت تیر، μm^2
$\bar{h}$	ثابت پلانک
I	ممان اینرسی سطح، m^4
L	طول تیر، μm^2
l	پارامتر مقیاس طول
m	اندیس نیروهای بین‌مولکولی
m_{ij}	جز منحرف‌شده تانسور تنش مزدوج
N	پارامتر بی‌بعد نیروی محوری
N_S	مجموع پارامترهای بی‌بعد نیروی محوری و کشش میان صفحه‌ای
$q(x,t)$	نیروی وارده بر تیر، N
T	پارامتر بی‌بعد زمان
T_1	کار انرژی جنبشی نانوتیر، J
U_m	کار انرژی کرنشی تیر، N
U_s	کار انرژی ذخیره‌شده در نانوتیر به علت نیروهای محوری، N
u	انحراف طولی تیر،
V	ولتاژ اعمالی بین پایه و الکترود
W_{ext}	کار نیروها، N
W	انحراف بی‌بعد نانوتیر
w	انحراف عرضی تیر، μm^2

علائم یونانی

α	نیروهای بین‌مولکولی
μ	مدول برشی
ρ	چگالی
λ	ثابت اول لام
σ_{ij}	تانسور تنش
ε_{ij}	تانسور کرنش
σ_r	تنش محوری پسماند
σ_{11}	مؤلفه غیر صفر تنش
χ_{ij}	تانسور انحنا
δ_{ij}	تابع دلتای کرونکر
δ	اثر اندازه
ε_0	ضریب خلأ، $c^2 N^{-1} m^{-2}$
υ	ضریب پواسون
η	پارامتر بی‌بعد کشش میان صفحه‌ای
γ_{LA}	تنش سطحی مایع-هوا
θ_c	زاویه تماس بین مایع و سطح جامد
θ_i	بردار چرخشی
θ_y	بردار چرخشی غیر صفر
γ_{fr}	پارامتر بی‌بعد میدان لبه

زیرنویس

cas	کاسیمیر
ca	موییننگی
$elec$	الکترواستاتیک
ext	خارجی
fr	میدان لبه
mid	میانه تیر

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-09]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1395.3.4.1.6]

پولین-پولین استاتیکی	*PI*
پولین دینامیکی	*PID*
واندروالس	*vdw*

مراجع

[1] H. C., Nathanson, W. E., Newell and R.A., Wickstrom, The resonant gate transistor, IEEE Trans Electron Devices, 14 (1967) 117–133.

[2] G. I., Taylor, The coalescence of closely spaced drops when they are at different electric potential, Proc. R. Soc. A., 306 (1968) 423–434.

[3] F. M., Alsaleem, M. I., Younis, and L., Ruzziconi, An experimental and theoretical investigation of dynamic pull-in in MEMS resonators actuated electrostatically, J. Microelectromech. Syst., 19 (2010) 794–806.

[4] J., Yang, Y. J., Hu, and S., Kitipornchai, Electro-dynamic behavior of an electrically actuated micro-beam effects of initial curvature and nonlinear deformation, J. Comput. Struct., 96–97 (2012) 25–33.

[5] N. A., Fleck, G. M., Muller, and M. F. Ashby, Strain gradient plasticity: theory and experiment", Acta. Metall. Mater., 42 (1994) 475–487.

[6] J. S., Stolken, and A. G., Evans, A microbend test method for measuring the plasticity length scale, J. Acta. Mater., 46, (1998) 5109–5115.

[7] McFarland, A. W., and Colton, J. S., Role of material microstructure in plate stiffness with relevance to microcantilever sensors, J. Micromech. Microeng., 15 (2005) 1060–1067.

[8] W. T., Koiter, Couple-stresses in the theory of elasticity: I and II, Proc. Koninklijke. Nederlandse. Akademie. Van Wetenschappen. Ser. B., 67 (1964) 17–44.

[9] R. D., Mindlin, and H. F., Tiersten, Effects of couple-stresses in linear elasticity, Arch. Ration. Mech. Anal., 11 (1962) 415–448.

[10] M., Asghari, M. H., Kahrobaiyan, and M., Rahaeifard, Investigation of the size effects in Timoshenko beams based on the couple stress theory, Arch. Appl. Mech., 81 (2011) 863–874.

[11] F., Yang, A. M. M., Chong, and D. C. C., Lam, Couple stress based strain gradient theory for elasticity, Int. J. Solids. Struct., 39 (2002) 2731–2743.

[12] S. K., Park, and X. L., Gao, Bernoulli–Euler beam model based on a modified couple stress theory, J. Micromech. Microeng., 16 (2006) 2355–2359.

[13] S., Kong, S., Zhou, and Z., Nie, The size-dependent natural frequency of Bernoulli–Euler micro-beams, Int. J. Eng. Sci., 46 (2008) 427–437.

[14] H. M., Ma, X. L., Gao, and J. N., Reddy, A micro structure dependent Timoshenko beam model based on a modified couple stress theory, J. Mech. Phys. Solids. 56 (2008) 3379–3391.

[15] W., Xia, L., Wang, and L., Yin, Nonlinear non classical micro scale beams: static bending, post-buckling and free vibration, Int. J. Eng. Sci., 48 (2010) 2044–2053.

[16] M., Asghari, M. H., Kahrobaiyan, and M. T., Ahmadian, A nonlinear Timoshenko beam formulation based on the modified couple stress theory, Int. J. Eng. Sci., 48, (2010) 1749–1761.

[17] M. H., Kahrobaiyan, M., Asghari, and M., Rahaeifard, Investigation of the size-dependent dynamic characteristics of atomic force microscope microcantilevers based on the modified couple stress theory, Int. J. Eng, Sci., 48 (2010) 1985–1994.

[18] M., Rahaeifard, M. T., Ahmadian, and K., Firoozbakhsh, Size-dependent dynamic behavior of microcantilevers under suddenly applied DC voltage , Proc. I. Mech. E. Part C: J. Mechanical Engineering Science, 95 (2014) 111-123.

[19] M., Rahaeifard, M. H., Kahrobaiyan, and M., Asghari. Static pull-in analysis of microcantilevers based on the modified couple stress theory, Sens. Actuators. A., 171 (2011) 370–374.

[20] M., Rahaeifard, M. H.,Kahrobaiyan, and M. T., Ahmadian, Size-dependent pull-in phenomena in nonlinear microbridges, Int. J. Mech. Sci., 54 (2012) 306–310.

[21] Moghimi Zand, M., Ahmadian, M. T., and Rashidian, B., "Dynamic Pull-In Instability of Electrostatically Actuated Beams Incorporating Casimir and Van Der Waals Forces", Proc. I Mech. E, Patr C: Journal of Mechanical Engineering Science, 224(9) (2010) 2037-2047.

[22] K .F., Wang, B. L., Wang, A general model for nano-cantilever switches with consideration of surface effect and nonlinear curvature, Pysica E, 66(29) (2015) 197-208.

[23] H. F., Dadgour, M. M., Hussain, C., Smith, K., Banerjee, Proceedings of the 2010 ACM/IEEE Design Automation Conference, (2010) 893–896.

[24] M., Keivani, M., Mardaneh, A., Koochi, M., Rezaei, and M., Abadyan, On the dynamic instability of nano wire-fabricated electromechanical Actuators in the Casimir regime: Coupled effects of surface energy and size dependency. Physica E., 76(9) (2016) 60–69.

[25] J., Qian, C., Liu, D. C., Zhang, and Y. P., Zhao, The problem of residual stress radient in MEMS multi-layer structureJ. Mech. Strength, 3 (2001) 393-400.

[26] R. C., Batra, M., Porfiri, and D., Spinello, Viberations of narrow microbeams predeformed

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-09]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1395.3.4.1.6]

by an electric field, J. Sound Vib., 309(3) (2008) 600-612.

[27] J. D., Jackson, Classical Electrodynamics, 3rd ed., Wiley, New York, (1998).

[28] J. N., Israelachvili, Intermolecular and Surface Forces, Academic, London, (1992).

[29] J. G., Guo, and Y. P., Zhao, Influence of van der Waals and Casimir force on electrostatic tensional actuators, J. Microelectromech. Syst., 13(6) (2004) 1027 -1035.

[30] H. B. G., Casimir, On the attraction between two perfectly conducting plates, Proc. Kon. Ned. Akad. Wet., Vol. 51, No. 1, pp. 793-796, 1948.

[31] E., Yazdanpanahi, A. R., Noghrehabadi, and M., Ghalambaz, Balance dielectric layer for micro electrostatic switchesin the presence of capillary effect. International Journal of Mechanical Sciences, 74(7) (2013) 83–90.

[32] J. N., Reddy, An introduction to the finite element method, third ed., McGraw-Hill, New York, (1993).

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-09]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1395.3.4.1.6]