



نحوه استناد به این مقاله: حق پرست، امیر؛ نقره‌آبادی، امین رضا؛ بحرینیان، سید سعید (۱۳۹۵). بررسی اثرات تنش سطحی نانوتیرهای دوسرگیردار نیمه‌متاثر تحت تحریک الکترواستاتیکی مبنی بر تئوری تنش مزدوج اصلاح‌شده. تبدیل انرژی، ۲(۳)، ۱-۱۲.

بررسی اثرات تنش سطحی نانوتیرهای دوسرگیردار نیمه‌متاثر تحت تحریک الکترواستاتیکی مبنی بر تئوری تنش مزدوج اصلاح‌شده

امیر حق پرست^{۱*}، امین‌رضا نقره‌آبادی^۲ و سید سعید بحرینیان^۳

^۱ کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز، ایران
^{۲،۳} دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز، ایران

دریافت: مرداد ۹۵، بازنگری: مهر ۹۵، پذیرش: آذر ۹۵

چکیده

هدف از این مقاله توسعه یک مدل جامع جدید نانوتیر اویلر-برنولی با در نظر گرفتن اثرات اندازه مقیاس کوچک که در تئوری‌های کلاسیک از آن صرف‌نظر شده بود، می‌باشد. به‌منظور اصلاح مدل‌های قبلی و ایجاد مدلی مبتنی بر واقعیت که بتواند بسیاری از مسائل مرتبط با نانوکلیدها را شامل شود، فرض شده‌است که الکتروود زیرلایه کوتاه‌تر از الکتروود متحرک است. در این مدل، از تئوری غیر کلاسیک تنش مزدوج اصلاح‌شده به‌منظور بررسی اثرات ناشی از موقعیت و طول الکتروود زیرلایه، نیروهای الکترواستاتیک، بین‌مولکولی، موینگی، اثر اندازه و اثرات تنش سطحی استفاده شده‌است. با استفاده از اصل همیلتون معادلات حاکم و شرایط مرزی متناظر با نانوتیر دوسرگیردار به دست آمده‌اند. با در نظر گرفتن کرنش ون-کارمن، روابط غیرخطی ناشی از کشش میان صفحه‌ای به معادلات اضافه‌شده‌اند. معادلات حاکم غیرخطی با استفاده از روش عددی اجزا محدود حل شده‌اند. به‌منظور اعتبارسنجی روش حاضر، نتایج به دست آمده با نتایج پژوهش‌های پیشین مقایسه و تطابق خوبی میان آن‌ها مشاهده شد. نتایج حاکی از آن هستند، با کاهش طول الکتروود زیرلایه، مقدار ولتاژ نهایی، نیروهای بین‌مولکولی و موینگی نهایی افزایش و جابه‌جایی نهایی اندکی کاهش می‌یابد. همچنین افزایش اثر اندازه و نیروی محوری، باعث افزایش پارامتر ولتاژ نهایی می‌شود.

* عهده‌دار مکاتبات: a-hagharast@mscstu.scu.ac.ir

کلمات کلیدی: نانوتیر، دوسرگیردار، نیمه‌متاثر.

۱- مقدمه

از میکرونانونوتیرها به عنوان جز اصلی بسیاری از انواع میکرونانونوسیسستم‌های الکترومکانیکی^۱ مانند میکروپمپ‌ها، میکرو آینه‌ها، شتاب‌دهنده‌ها، میکروکلیدها و میکرورزوناتورها، نام برده می‌شود. در میان روش‌های متنوع تحریک برای برانگیختن میکرونانونوتیرها در میکرونانو سیستم‌های الکترومکانیکی، برانگیختن الکترواستاتیکی ساده‌ترین راه به همراه پاسخی سریع می‌باشد. یک میکرونانونوتیر ساده و تحت تحریک الکترواستاتیکی از یک الکتروود مستقیم که با یک پایه ثابت فاصله دارد، تشکیل شده‌است. برانگیختگی الکترواستاتیکی با اعمال ولتاژ میان الکتروود و پایه انجام می‌شود. افزایش ولتاژ ورودی باعث افزایش

انحراف الکتروود متحرک به‌سوی پایه می‌شود. در یک مقدار خاص از ولتاژ، ناپایداری رخ می‌دهد و الکتروود متحرک بر روی پایه سقوط می‌کند. ولتاژ متناظر با ناپایداری ولتاژ پولین^۲ و جابه‌جایی متناظر الکتروود متحرک، جابه‌جایی پولین^۳ نامیده می‌شود. باید به این نکته توجه شود، زمانی که می‌توان از نرخ تغییر ولتاژ میان دو الکتروود صرف‌نظر نمود، اینرسی تأثیری بر رفتار سیستم ندارد. در این شرایط، ناپایداری پولین استاتیکی^۴ خوانده می‌شود. به بیان دیگر، زمانی که ولتاژ اعمالی به‌طور ناگهانی باشد و یا نرخ تغییر ولتاژ قابل توجه باشد، اینرسی تأثیر مهمی بر رفتار سیستم دارد. ناپایداری متناظر با شرایط دینامیکی، ناپایداری دینامیکی^۵ خوانده می‌شود. ناپایداری

² Pull-in Voltage

³ Pull-in Deflection

⁴ Static Pull-in Instability

⁵ Dynamic Pull-in

¹ Micro/Nano Electromechanically Systems

پولین، یک پدیده مهم در میکرونانو سیستم‌های الکترومکانیکی می‌باشد. ناتانسون [۱] و تیلور [۲] به بررسی تجربی پولین دینامیکی پرداختند. السالیم و همکاران [۳] نتایج عددی و تجربی ارتعاشات غیرخطی و پولین دینامیکی میکروتیرهای تحت تأثیر محرک‌های جریان‌های مستقیم^۱ و متناوب^۲ را ارائه کردند. بررسی رفتار ارتعاشی و پولین دینامیکی میکروپل‌ها پیش خمیده توسط یانگ و همکاران [۴] انجام شده‌است.

ساختارهایی در مقیاس میکرو و نانو که در میکرونانوسystemهای الکترومکانیکی (به‌طور مثال میکرونانوتیرها) استفاده شده‌اند، رفتاری وابسته به اندازه از خود نشان می‌دهند (پاسخ هنجار شده مکانیکی ساختار که تئوری پیوسته کلاسیک آن را مستقل از اندازه ساختار پیش‌بینی کرده‌بود). در بسیاری از تحقیقات تجربی که در مقیاس میکرو و نانو انجام شده‌است، وابستگی به اندازه این ساختارها مشهود است. همچنین در این تحقیقات مشاهده شده‌است که برای مقیاس‌های میکرو و نانویی، اجزای مکانیکی رفتاری سخت‌تر از آن‌هایی که توسط تئوری مکانیکی پیوسته کلاسیک پیش‌بینی شده‌اند، نشان می‌دهد. از این تحقیقات می‌توان به موارد زیر اشاره نمود:

- فلک و همکاران [۵]: یک آزمایش پیچشی بر میکروتیرهای ساخته شده از مس.
- استولکن و اوانس [۶]: یک آزمایش پیچشی بر میکروتیرهای یکسرگردار ساخته شده از نیکل.
- مک‌فارلند و کولتون [۷]: یک تحقیق تجربی بر میکروتیرهای ساخته شده از پلی‌پروپیلین.

در تمامی تحقیقات تجربی ذکر شده در بالا، رفتار مکانیکی وابسته به اندازه مشاهده شده‌است و این موضوع نشان‌دهنده این است که تئوری کلاسیک پیوسته سختی میکروساختار را در نظر نمی‌گیرد.

از آن‌جایی که تئوری پیوسته کلاسیک نمی‌تواند وابستگی به‌اندازه در مقیاس میکرو و نانویی را در نظر بگیرد و همچنین توانایی پیش‌بینی دقیق رفتار مکانیکی چنین اجزایی را نیز ندارد، تئوری‌های پیوسته غیرکلاسیک توسعه یافتند. تئوری تنش مزدوج، یک تئوری پیوسته غیرکلاسیک قدرتمند است که توسط پژوهشگرانی چون کوپتر [۸]، میندلین و تیرسن [۹] در ابتدای دهه ۱۹۶۰ معرفی و توضیح داده شده‌است. پارامترهای اضافی ماده که در این تئوری ظهور پیدا کردند (علاوه بر دو پارامتر کلاسیک لام^۳، مدول الاستیک^۴ و ضریب پواسون^۵)، این امکان را به تئوری می‌دهند که علاوه بر در نظر گرفتن رفتار

وابسته به اندازه، دقت بیشتری در مدل‌سازی ساختارها با مقیاس میکرو و نانو داشته‌باشد. یک مدل تیر تیموشنکو مبنی بر این تئوری توسط اصغری و همکاران [۱۰] توسعه یافت. رفتار استاتیکی وابسته به اندازه مدل تیر جدید مورد بررسی قرار گرفت و مشاهده گردید که سختی خمشی مدل جدید بیشتر از مدل تیر تیموشنکو کلاسیک است.

یانگ و همکاران [۱۱] با انجام یک اصلاح بر تئوری پیوسته تنش مزدوج، با بکارگیری رابطه تعادلی ممان‌های مزدوج علاوه بر دو رابطه تعادلی مرسوم یعنی رابطه تعادلی نیروها و ممان نیروها (رابطه تعادلی نیروها و ممان نیروها) تئوری تنش مزدوج اصلاح‌شده را معرفی نمودند. با گذشت زمان اندکی بعدازآن، تئوری تنش مزدوج اصلاح‌شده به یک تئوری غیرکلاسیک مشهور به‌منظور توسعه مدل‌های میکرونانو تیرها و صفحات با در نظر گرفتن وابستگی به اندازه در میکرونانوسystemهای الکترومکانیکی تبدیل شد. تعدادی از کارهای انجام شده به‌منظور توسعه تئوری تیرها مبنی بر تئوری تنش مزدوج اصلاح‌شده به صورت زیر است:

- به دست آوردن رابطه تعادلی استاتیکی میکروتیرهای اوپلر-برنولی همگن خطی توسط پارک و گائو [۱۲].
 - به دست آوردن معادله حاکم و تحلیل رفتار دینامیکی میکروتیرهای اوپلر-برنولی همگن خطی توسط کنگ و همکاران [۱۳].
 - به دست آوردن معادلات حاکم حرکت و شرایط مرزی میکروتیرهای تیموشنکو همگن خطی توسط ما و همکاران [۱۴].
 - توسعه یک مدل تیر اوپلر-برنولی همگن غیرخطی توسط ژیا و همکاران [۱۵].
 - توسعه یک مدل تیر تیموشنکو همگن غیرخطی توسط اصغری و همکاران [۱۶].
- علاوه بر موارد مذکور در بالا در بیان توسعه مدل‌های جدید بر مبنای تئوری تنش مزدوج اصلاح‌شده، این تئوری توسط محققین به‌منظور تحلیل خصوصیات تعدادی از میکروسystemها استفاده شد که به صورت زیر هستند:

- بررسی خصوصیات دینامیکی میکروسکوپ‌های نیروی اتمی^۶ توسط کهروبیان و همکاران [۱۷].
- تحلیل رفتار استاتیکی و دینامیکی وابسته به اندازه میکروتیرهای یکسر گردار و میکروپل‌ها تحریک شده به وسیله نیروی الکترواستاتیک توسط رهایی‌فرد و همکاران [۲۰، ۱۹، ۱۸].

- مقیمی‌زند و همکاران [۲۱] در تحقیقی به بررسی اثرات ناپایداری‌های پولین استاتیکی و دینامیکی میکروتیرهای

¹ DC Voltage

² AC Voltage

³ Lamé Constants

⁴ Elastic Modulus

⁵ Poisson Ratio

⁶ Atomic Force Microscopes

که Z در آن از مرکز اندازه گیری می شود. بنا بر روابط (۲) - (۴) مؤلفه های غیر صفر θ_i ، χ_{ij} و m_{ij} به صورت زیر به دست می آیند [۱۲]:

$$\theta_y = -\frac{\partial w(x,t)}{\partial x} \quad (۶)$$

$$\chi_{12} = \chi_{21} = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \quad (۷)$$

$$m_{12} = m_{21} = -\mu l^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (۸)$$

با جایگذاری روابط (۶-۸) در رابطه (۱)، کار انرژی کرنشی به دست می آید [۱۸]:

$$U_m = \frac{1}{2} \int_0^L \int_{A_0} (\varepsilon_{11} \sigma_{11} + \chi_{12} m_{12} + \chi_{21} m_{21}) dA_0 dx \quad (۹)$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^L \int_{A_0} \left(E \left(-z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu l^2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 \right) \right) dA_0 dx$$

کار انرژی جنبشی به صورت زیر است [۲۳]:

$$T_1 = \frac{1}{2} \int_0^L \int_{A_0} \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 dA_0 dx \quad (۱۰)$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^L \rho A \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 dx$$

به سبب اثراتی مانند کشیدگی در نانوتیرهای دوسرگیردار و عدم تطابق میان ضریب انبساط حرارتی و شبکه بلوره دوره ای^۱ بین پایه و الکتروند متحرک، یک نیروی محوری پسماند^۲ بر نانوتیر اعمال می شود [۲۵]:

$$F_{axial} = F_r + F_a \quad (۱۱)$$

F_r و F_a به ترتیب نیروی پسماند ناشی از تنش پسماند و نیروی محوری به سبب خمش تیر است. انرژی ذخیره شده در کلید به واسطه نیروهای محوری عبارت است از:

$$U_s = (F_r + F_a) \Delta L \quad (۱۲)$$

که:

$$U_s = (F_r + F_a) \varepsilon_x L$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^L (F_r + F_a) \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 dx \quad (۱۳)$$

F_r نیروی محوری که به سبب تنش پسماند است برابر است با [۲۵]:

$$F_r = \sigma_r b h \quad (۱۴)$$

که σ_r نشان دهنده تنش محوری پسماند است. نیروی محوری ناشی از کشش میان صفحه ای (هندسه غیرخطی ون-کارمن) به صورت زیر است [۲۵]:

یکسرگیردار و دوسرگیردار تحت تأثیر نیروهای الکترواستاتیک و بین مولکولی پرداختند.

وانگ و همکاران [۲۲] با اصلاح و توسعه یک مدل میکروتیر یکسرگیردار تحت تحریک الکترواستاتیکی و در حضور اثرات تنش سطحی، به بررسی اثر جابه جایی و طول الکتروند زیرلایه پرداختند. دادگور و همکاران [۲۳] بر مبنای تئوری غیرکلاسیک تنش مزدوج اصلاح شده، مدل نانوتیر یکسر گیردار را به منظور تحلیل ناپایداری پولین و اثرات نیروهای اعمالی، جهت تحلیل نمونه های زیادی از تیرها، اصلاح و توسعه دادند.

با بررسی پژوهش های پیشین مشاهده می شود که اثر کوتاه بودن الکتروند زیرلایه (نیمه متاثر بودن) نانوتیرهای دوسر گیردار با در نظر گرفتن اثرات مقیاس کوچک و اثرات تنش سطحی تاکنون مورد توجه محققین نبوده است. لذا به منظور اصلاح و توسعه مدل های پیشین نانوتیر دوسر گیردار و در نظر گرفتن شرایطی نزدیک به واقعیت، نانوتیر به صورت نیمه متاثر در نظر گرفته شده است. در این مدل جدید، آثار استاتیکی و دینامیکی ناشی از نیروهای الکترواستاتیک، بین مولکولی، مویینگی، اثر اندازه، نیروهای محوری و کششی و موقعیت و طول الکتروند زیرلایه مورد بررسی قرار خواهند گرفت.

۲- مدل سازی ریاضی

انرژی کرنشی یک مدل پیوسته الاستیکی توسط تئوری تنش مزدوج اصلاح شده به صورت زیر بیان می شود [۱۳]:

$$U_m = \frac{1}{2} (\sigma_{ij} \varepsilon_{ij} + m_{ij} \chi_{ij}) \quad (۱)$$

که σ_{ij} و ε_{ij} به ترتیب به مؤلفه های تنش و کرنش اشاره دارند. همچنین:

$$m_{ij} = 2l^2 \mu \chi_{ij} \quad (۲)$$

$$\chi_{ij} = \frac{1}{2} ((\nabla \theta)_i + (\nabla \theta)_i^T) \quad (۳)$$

که μ ، m_{ij} و χ_{ij} به ترتیب مدول برشی، جز انحرافی تانسور تنش مزدوج و تانسور انحنا متقارن را نشان می دهند. توجه شود که l پارامتر مقیاس طول ماده است که یک پارامتر اضافه ماده می باشد که این امکان را میسر می سازد تئوری، وابستگی به اندازه را شامل شود. علاوه بر این، θ_i نشان دهنده مؤلفه های بردار چرخش وابسته به مؤلفه های بردار حوزه جابه جایی است که به صورت زیر بیان می شود [۱۳]:

$$\theta_i = \frac{1}{2} \text{curl}(u_i) \quad (۴)$$

بنا بر تئوری تیر اوپلر-برنولی، حوزه جابه جایی تیر به صورت زیر نوشته می شود [۱۱]:

$$u_1 = u - z \frac{\partial w(x,t)}{\partial x}, \quad u_2 = 0, \quad u_3 = w(x,t) \quad (۵)$$

^۱ Crystal Lattice Period

^۲ Resultant Axial Force

آن‌ها را فقط در فاصله‌ای که واقعاً بر تیرک اثر می‌گذارند اعمال نمود و در بقیه فواصل برابر با صفر هستند
با در نظر گرفتن نیروهای خارجی در واحد طول تیر، کار انجام‌شده توسط نیروهای خارجی اعمالی که با W_{ext} نشان داده می‌شود، به‌صورت زیر است:

$$\delta W_{ext} = \int_0^L q(x, t) \delta w(x, t) dx \quad (19)$$

در این پژوهش، نیروهای خارجی شامل نیروهای الکترواستاتیک، نیروهای بین‌مولکولی و موئینگی می‌شوند. با در نظر گرفتن ضریب اثر میدان لبه^۷، بار گسترده الکترواستاتیک (در واحد طول نانوتیر) که بر نانوکلید اعمال می‌شود، به‌صورت زیر است [۲۷]:

$$q_{elec}(x, t) = \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{bV^2}{[g_0 - w(x, t)]^2} \left(1 + 0.65 \frac{g_0 - w(x, t)}{b} \right) \quad (20)$$

که $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / \text{Nm}^2$ ضریب خلأ، V ولتاژ خارجی اعمالی است. در نانوتیرها وقتی فاصله اولیه در ابعاد نانو باشد، نیروهای پراکندگی^۸ (نیروهای بین‌مولکولی) مؤثر هستند. نیروی واندروالس در واحد طول نانوتیر که برابر است با [۲۸]:

$$q_{vdw}(x, t) = \frac{A_h b}{6\pi (g_0 - w)^3} \quad (21)$$

که $A_h = \pi^2 C \rho_1^2$ ثابت هماکر^۹ می‌باشد که تابعی از جنس الکتروود و محیط بین آن‌ها و در محدوده اندازه $10^{-19} (0.4 - 4)$ است [۲۹]. ρ_1 چگالی حجمی گرافیت و C خصوصیت ثابتی است که نشان از میزان تعامل دو اتم می‌باشد. دومین نیروی بین‌مولکولی، نیروی کاسیمیر است که در واحد طول نانوتیر برابر است با [۳۰]:

$$q_{cas}(x, t) = \frac{\pi^2 \hbar c b}{240 (g_0 - w)^4} \quad (22)$$

در رابطه با $\hbar$ ثابت پلانک تقسیم بر 2π و $c = 2.998 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ سرعت نور می‌باشد. نیروی موئینگی اعمالی بر نانوتیر زاویه‌ای برابر با θ_c با بردار واحد عمود بر سطح سیال (زاویه تماس بین مایع و سطح جامد) دارد، نیروی موئینگی در واحد طول تیر به‌صورت زیر محاسبه می‌شود [۳۱]:

$$q_{cap}(x, t) = \frac{2\gamma_{LA} b \cos \theta_c}{(g_0 - w)} \quad (23)$$

$$F_a = \sigma A = \epsilon EA$$

$$= \frac{\Delta L(x)}{L} EA = \frac{Ebh}{2L} \int_0^L \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 dx \quad (15)$$

با جایگذاری روابط (۱۴) و (۱۵) در (۱۳):

$$U_s = (F_r + F_a) \epsilon_x L$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^L \left[\sigma_r b h + \frac{Ebh}{2L} \int_0^L \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 dx \right] \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 dx \quad (16)$$

در شکل ۱، یک نمونه نانوتیر دوسرگیردار نیمه‌متأثر نشان داده شده‌است. مدل‌های نانوتیر در پژوهش‌های [۲۳، ۲۲] را می‌توان به‌صورت یک نانوتیر دوسرگیردار با طول L ، ارتفاع h ، پهنای b و فاصله اولیه دو الکتروود متحرک و زیرلایه برابر با g_0 مدل‌سازی نمود. نیروهای اعمالی بر این نانوتیر، نیروی الکترواستاتیک به سبب ولتاژ اعمالی V ، نیروهای بین‌مولکولی و موئینگی می‌باشند. نانوتیر در نظر گرفته‌شده، ایزوتروپیک^۱ و دارای ضریب مدول یانگ^۲ E ، چگالی^۳ ρ ، مساحت مقطع عرضی^۴ A و ممان اینرسی^۴ برابر با I است. در پژوهش حاضر و پژوهش‌های [۲۳، ۲۲]، برخلاف پژوهش‌های [۱۸-۲۰] مدلی جدید و جامع‌تر به‌منظور بررسی بهتر عملکرد پایداری نانوتیرها معرفی شده‌است. در پژوهش حاضر فرض شده‌است که الکتروود زیرلایه از الکتروود متحرک می‌باشد، لذا تنها قسمتی از الکتروود متحرک که در ارتباط با قسمت الکتروود ورودی (الکتروود زیرلایه) قرار دارد با نیروی الکتریکی تحریک و تحت بارگذاری قرار می‌گیرد و در بقیه قسمت‌های موازی با الکتروود متحرک اثر نیروها حذف می‌شوند [۲۳، ۲۲]. به این نوع نانوتیرها، نیمه‌متأثر^۵ اطلاق می‌شود. در این نوع نانوکلیدها، در این مدل، به‌منظور کنترل مکان و طول الکتروود زیرلایه از تابع هوپساید^۶ $H(x)$ استفاده می‌شود.

$$H(x) = H(x - D_1) - H(x - L + D_2) \quad (17)$$

که D_1 فاصله میان تکیه‌گاه چپ تیر از الکتروود زیرلایه و D_2 فاصله میان تکیه‌گاه راست تیر از الکتروود زیرلایه را نشان می‌دهند که تابع پله‌ای هوپساید $H(x)$ برابر است با:

$$H(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1, & x \geq 0 \end{cases} \quad (18)$$

از آن‌جاییکه مدل مورد مطالعه در این پژوهش از نوع نانوکلید نیمه‌متأثر است، با در نظر گرفتن الکتروود زیرلایه کوتاه، می‌توان با ضرب تابع هوپساید در نیروهای اعمالی بر نانوتیر، اثر

¹ Isotropic

² Young Modulus

³ Cross Section Area

⁴ Cross Section Inertia Moment

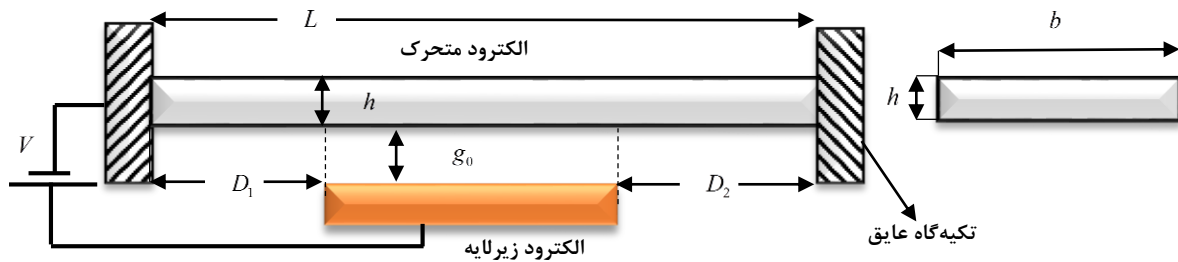
⁵ Half Effect Nano-Switches

⁶ Heaviside Function

⁷ Fringing Field Effect

⁸ Dispersion forces

⁹ Hamaker Constant



شکل ۱: نمای شماتیک نانوتیبر دوسرگیردار نیمه متاثر

$$\begin{aligned}
 W &= \frac{w}{g_0}, X = \frac{x}{L}, T = t \sqrt{\frac{EI}{\rho AL^4}}, \\
 \beta &= \frac{\varepsilon_0 b V^2 L^4}{2 g_0^3 EI}, \gamma_{fr} = 0.65 \frac{g_0}{b}, \\
 \alpha_3 &= \frac{A_n b}{6 \pi (g_0 - w)^3}, \alpha_4 = \frac{\pi^2 \hbar c b L^4}{240 EI g_0^5}, \\
 \gamma_{fr} &= 0.65 \frac{g_0}{b}, \gamma_{ca} = \frac{2 \gamma_{LA} b L^4 \cos \theta_c}{EI g_0^2}, \\
 \delta &= \frac{\mu A l^2}{EI} = \frac{12 \mu}{E (h/l)^2}, \eta = 6 \left(\frac{g_0}{h} \right)^2, \\
 N &= \frac{\sigma_r b h L^2}{EI}, T = t \sqrt{\frac{EI}{\rho AL^4}}, \\
 d_i &= \frac{D_i}{L} \quad (i=1,2), H' = H \left(\frac{x}{L} \right) \\
 &= H \left(\frac{x}{L} - \frac{D_2}{L} \right) - H \left(\frac{x}{L} - 1 + \frac{D_2}{L} \right),
 \end{aligned} \quad (29)$$

که پارامترهای $\beta, \alpha_4, \alpha_3, \gamma_{fr}, \gamma_{ca}, \delta, d_i$ و T, η, N, H' به ترتیب متناظر با پارامترهای بی‌بعد ولتاژ، نیروی واندروالس، نیروی کاسیمیر، میدان لیه، نیروی موئینگی، اثر اندازه، پارامتر بی‌بعد فاصله بین انتهای چپ و راست الکتروود زیرلایه و کلید، تابع هویساید بی‌بعد، نیروی محوری، کشش و زمان می‌باشند. با استفاده از پارامترهای بی‌بعد رابطه (۲۹) در رابطه (۲۸)، معادله حاکم بی‌بعد نانوکلید دوسرگیردار نیمه‌متاثر به صورت زیر درمی‌آید:

$$\begin{aligned}
 (1+\delta) \frac{\partial^4 W}{\partial X^4} + \frac{\partial^2 W}{\partial T^2} - N_s \frac{\partial^2 W}{\partial X^2} = \\
 H' \left(\frac{\beta}{(1-W(x))^2} + \frac{\gamma_{fr} \beta}{(1-W(x))} \right. \\
 \left. + \frac{\alpha_m}{(1-W(x))^m} + \frac{\gamma_{ca}}{(1-W(x))} \right) \\
 . N_s = \left[N + \eta \int_0^1 \left(\frac{\partial W}{\partial X} \right)^2 dX \right] \quad \text{که}
 \end{aligned} \quad (30)$$

که γ_{LA} تنش سطحی مایع-هوا است. با در نظر گرفتن تیر نیمه‌متاثر:

$$q'(x, t) = H(x) (q_{elec} + q_{vdw} + q_{cas} + q_{cap}) \quad (24)$$

حال برای به دست آوردن معادله حاکم سیستم نانوتیبر دوسرگیردار، با به‌کارگیری اصل همیلتون توسعه داده‌شده^۱:

$$\delta \int_0^t (U_m + T_1 - U_s - W_{ext}) dt = 0 \quad (25)$$

که δ نشانگر نماد تغییرات است. با استفاده از روابط (۹)، (۱۰)، (۱۶)، (۱۹) و (۲۵) و ساده‌سازی روابط تنش پسماند:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial x} \left(- \left(\sigma_r b h + \frac{E b h}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right) \frac{\partial w}{\partial x} \right. \\
 \left. + (EI + \mu A l^2) \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \right) + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = q(x, t)
 \end{aligned} \quad (26)$$

رابطه (۲۶) نشان می‌دهد که صلبیت خمشی تیر شامل دو بخش است، بخش EI به‌عنوان صلبیت خمشی تئوری کلاسیک و بخش $\mu A l^2$ که مربوط به تئوری تنش مزدوج اصلاح‌شده است. شرایط مرزی برای نانوتیبر دوسرگیر:

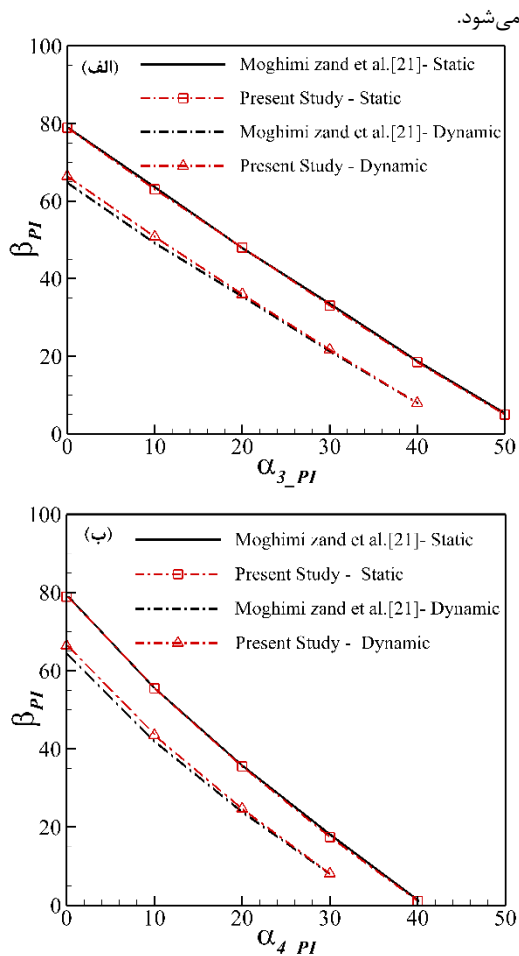
$$w(0, t) = w(L, t) = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x=0, L} = 0 \quad (27)$$

با ساده‌سازی، معادله دیفرانسیل غیرخطی حاکم بر جابه‌جایی عرضی نانوتیبر به دست می‌آید.

$$\begin{aligned}
 (EI + \mu A l^2) \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \\
 - \left[\sigma_r b h + \frac{E b h}{2 L} \int_0^L \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 dx \right] \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = q'(x, t)
 \end{aligned} \quad (28)$$

پس از جایگزینی رابطه (۲۴) در (۲۸)، به‌منظور ساده‌سازی محاسبات پارامتری، می‌توان معادله حاکم و شرایط مرزی را به حالت بی‌بعد تبدیل کرد. لذا از متغیرهای بی‌بعد و پارامترهای زیر جهت بی‌بعدسازی بهره برده می‌شود:

^۱ Modified Hamilton Principle



شکل ۲: رابطه بین پارامتر ولتاژ نهایی بی بعد نانوتیر دوسرگیردار و نیروهای بین مولکولی (الف) واندروالس، (ب) کاسیمیر
 $(\delta = 0, \gamma_{ca} = 0, \eta = 6, N = 0, \gamma_{fr} = 0, d_1 = d_2 = 0)$

۳-۲- بحث و نتیجه گیری

به منظور بررسی ناپایداری نانومحرک، رابطه (۳۰) با روش اجزا محدود حل شده و اثرات پارامترهای مختلف نسبت به یکدیگر بررسی می شود. برای مقادیر متفاوت از پارامترهای β ، α_m ، γ_{ca} و γ_{fr} انحراف نهایی پولین دینامیکی نانوتیر با حل رابطه (۳۰) و برای پولین استاتیکی با حل رابطه (۳۲) به دست می آید. در مدل تیر مدنظر در این پژوهش تأثیر پارامترهای بی بعد اثر اندازه، موقعیت و طول الکتروذیرلایه، نیروهای الکترواستاتیک، موینگی و اثرات تنش سطحی بر ناپایداری نانوکلید مورد مطالعه قرار می گیرد. ابعاد و مشخصات فیزیکی نانوکلید یکسرگیردار که از جنس سیلیکون است، در جدول ۱ ارائه شده است.

بنابراین، شرایط مرزی بی بعد به ترتیب برای نانوتیر دوسرگیردار با جایگذاری پارامترهای بی بعد در رابطه (۲۷) به دست می آید:

$$W(0) = W(1) = 0, \quad \left. \frac{\partial W}{\partial X} \right|_{X=0,1} = 0 \quad (31)$$

به منظور به دست آوردن معادله حاکم برای حالت استاتیکی، عبارات وابسته به زمان حذف می شوند.

$$(1+\delta) \frac{\partial^4 W}{\partial X^4} - N_s \frac{\partial^2 W}{\partial X^2} = H' \left(\frac{\beta}{(1-W(x))^2} + \frac{\gamma_{fr} \beta}{(1-W(x))} + \frac{\alpha_m}{(1-W(x))^m} + \frac{\gamma_{ca}}{(1-W(x))} \right) \quad (32)$$

$\begin{cases} m=3 \rightarrow \text{vanderWaals attraction} \\ m=4 \rightarrow \text{Casimir attraction} \end{cases}$

۳-۳ روش حل

در این پژوهش از روش حل عددی اجزا محدود به منظور حل دسته معادلات دیفرانسیل پاره ای، یعنی روابط (۳۰) و (۳۲) و شرایط مرزی متناظر یعنی رابطه (۳۱) استفاده شده است. لذا در ابتدا معادلات حاکم به شکل ضعیف فرمول بندی شده و سپس با استفاده از روش تجزیه گالرکین حل شده اند. به منظور اختصار از ذکر جزئیات صرف نظر شده، لذا روش حل در [۳۲] موجود است.

۳-۱- اعتبارسنجی

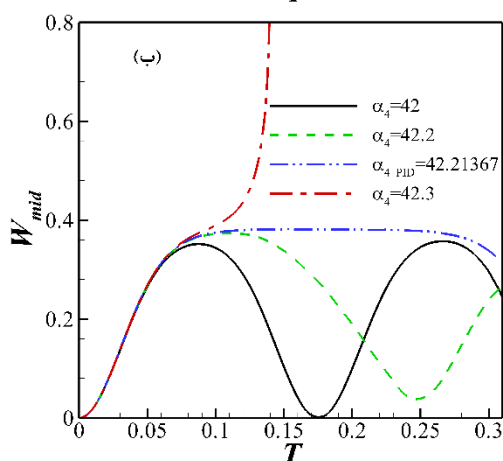
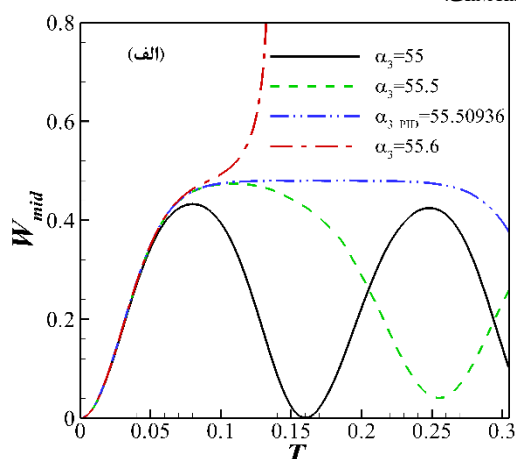
به منظور اعتبارسنجی روش حل عددی ارائه شده، نتایج مبتنی بر تئوری تنش مزدوج اصلاح شده در این پژوهش با نتایج پژوهش پیشین [۲۱] مقایسه شده اند. همان گونه که در ادامه مشاهده می شود، میان نتایج پژوهش حاضر و مرجع [۲۱] تطابق خوبی مشاهده می شود.

شکل های (۲-الف) و (۲-ب) به ترتیب اثرات نیروهای واندروالس و کاسیمیر α_m بر مقادیر ولتاژ پولین استاتیکی β_{PI} و دینامیکی β_{PID} را برای نانوتیر دوسرگیردار نشان می دهند. نتایج به دست آمده با نتایج موجود در پژوهش مقیمی زند و همکاران [۲۱] مقایسه شده و تطابق خوبی مشاهده می شود.

از شکل ۲ نتیجه می شود که افزایش مقادیر پارامترهای نیروهای بین مولکولی (واندروالس و کاسیمیر) منجر به کاهش پارامتر بی بعد ولتاژ پولین می شود. همچنین مشاهده می شود که با افزایش نیروهای بین مولکولی، نسبت پارامتر بی بعد ولتاژ در حالت استاتیکی β_{PI} به دینامیکی β_{PID} به طور قابل توجهی افزایش می یابد. باید به این نکته توجه شود که افزایش نیروهای بین مولکولی، باعث افزایش اثر اینرسی نانوتیر بر ناپایداری پولین

از شکل ۳ می‌توان این چنین نتیجه گرفت که افزایش پارامتر اثر اندازه سختی کلید را افزایش می‌دهد. این بدین معنی است که تئوری تنش مزدوج اصلاح‌شده، میکرو و نانوتیر را سخت‌تر از تئوری پیوسته کلاسیک ارزیابی می‌کند. از شکل ۳ می‌توان نتیجه گرفت که افزایش فاکتور ابعاد کوچک، ولتاژ اتصال و نیروهای بین‌مولکولی را برای نانوتیر دوسر گیردار زیاد می‌کند؛ بنابراین اثر اندازه پارامتر مهمی در تحلیل میکرو/نانوکلیدها به حساب می‌آید و اگر از این اثر در مقیاس میکرو و نانو صرف‌نظر شود، خطای بزرگی در طراحی و ساخت این نوع کلیدها ایجاد می‌شود.

شکل‌های (۴-الف) و (۴-ب) به ترتیب نوسانات نانوتیر دوسرگیردار نیمه‌متاثر را در طی زمان تحت تاثیر نیروهای بین‌مولکولی و اندروالس و کاسیمیر را نشان می‌دهند. در هر کدام از این دو شکل اثر یک نیرو بررسی و از دیگری صرف‌نظر شده‌است.



شکل ۴: تغییرات پارامتر انحراف میانه نانوتیر در طی زمان برای مقادیر متفاوت پارامترهای بی‌بعد: (الف) نیروی واندروالس و (ب) نیروی کاسیمیر

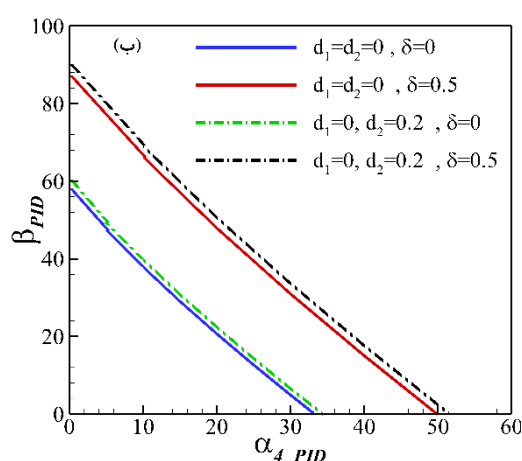
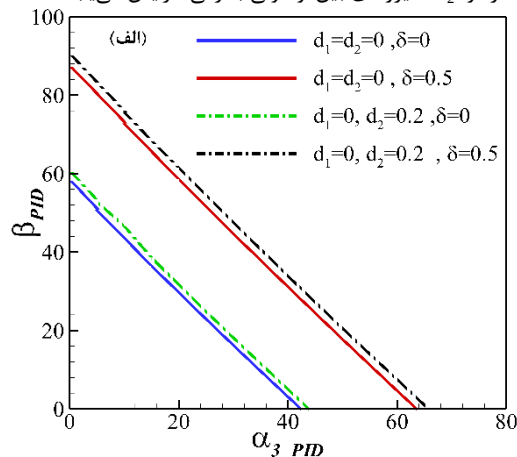
$$(\gamma_{fr} = 0, \eta = 8, N = 5, \delta = 0, d_1 = d_2 = 0.2)$$

جدول ۱: ابعاد و مشخصات فیزیکی نانوکلید سیلیکونی

پارامتر	مقدار
طول $(L) (\mu m)$	۳۵۰
فاصله اولیه دو الکتروود (g_0)	۳ (μm)
ضخامت (h)	۱ (μm)
عرض الکتروود (b)	۵۰ (μm)
مدول یانگ (E)	۱۸۹ (GPa)
نسبت پواسون (ν)	۰/۳۳

شکل‌های (۳-الف) و (۳-ب) به ترتیب تاثیر اثر اندازه δ و نیمه‌متاثر شدن نانوتیر دوسرگیردار بر نیروهای بین‌مولکولی و اندروالس نهایی α_{3_PID} و کاسیمیر α_{4_PID} را در غیاب نیروی موئینگی و در حالت دینامیکی نشان می‌دهند.

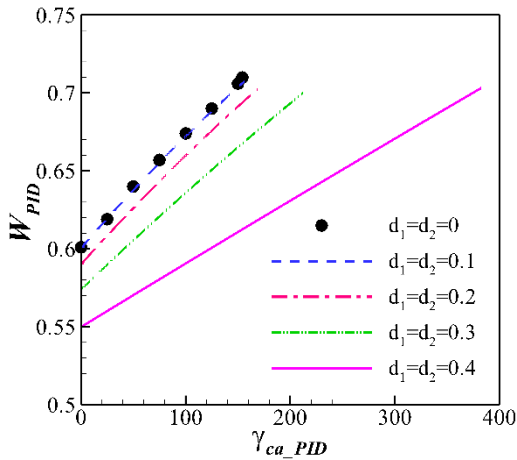
مشاهده می‌شود که مقدار نیروهای بین‌مولکولی و اندروالس و کاسیمیر همانند نیروی الکترواستاتیک به پارامتر اثر اندازه و موقعیت الکتروود زیرلایه وابسته است و با افزایش پارامتر اثر اندازه و d_2 ، نیروهای بین‌مولکولی بحرانی افزایش می‌یابند.



شکل ۳: تاثیر اثر اندازه و تغییر پارامتر d_2 بر ولتاژ نهایی نانوکلید و نیروهای بین‌مولکولی: (الف) نیروی واندروالس، (ب) نیروی کاسیمیر، برای نانوتیر دوسر گیردار و

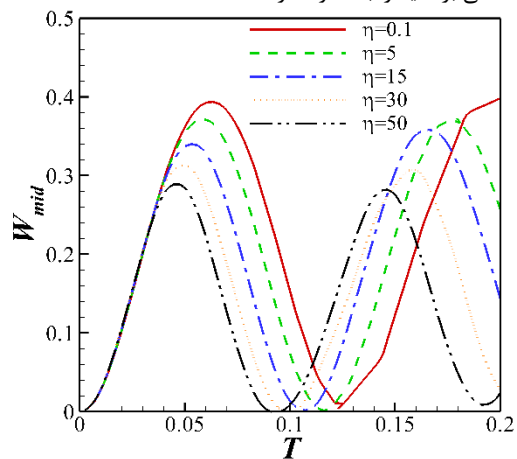
$$(\eta = 1, N = 5, \gamma_{fr} = 0, \gamma_{ca} = 0)$$

عبارت دیگر تأثیر پارامتر نیروی کششی بر پارامتر جابه‌جایی میانه نانوتیر دوسر گیر در طی زمان نشان داده‌است.



شکل ۶: تغییرات جابه‌جایی نهایی نانوکلید دوسر گیردار نیمه‌متاثر نسبت به پارامتر موئینگی نهایی به ازای $(d_1 = d_2, \gamma_{fr} = 0, \eta = 8, N = 5, \delta = 0.5, \alpha_3 = 0, \alpha_4 = 5)$

با مراجعه به رابطه ۳۰ ملاحظه می‌شود که عبارت انتگرال در سمت چپ این رابطه بیانگر نیروی کششی حاصل از افزایش طول کلید است. ضریب η ناشی از بی‌بعدسازی است و تغییر این ضریب می‌تواند دامنه وسیعی از میکرو/نانوکلیدها را شامل شود. با توجه به تعریف این ضریب به صورت $\eta = 6(g_0 / h)^2$ با افزایش فاصله بین دو الکتروود مقدار این ضریب افزایش می‌یابد که این افزایش، بیشتر شدن تأثیر جمله ناشی از نیروی کششی بر کلید را به همراه دارد.

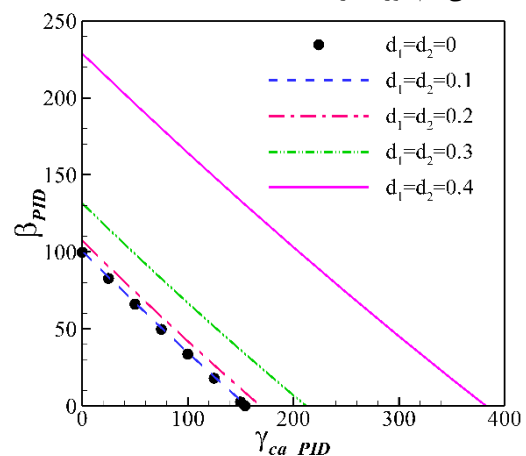


شکل ۷: تأثیر پارامتر بی‌بعد نیروی کششی (ضریب انتگرال) بر جابه‌جایی میانه نانوتیر دوسرگیردار نیمه‌متاثر در طی زمان $(d_1 = 0, d_2 = 0.3, \gamma_{fr} = 0, \beta = 100, N = 5, \delta = 0.5, \alpha_m = 0)$

افزایش بیش از اندازه η باعث واگرایی مسئله می‌شود، زیرا با افزایش فاصله بین دو الکتروود باید معادله حاکم بر کلید برای خیزهای بزرگ مورد استفاده قرار گیرد، لذا به همین دلیل، اثرات نیروهای میان آن‌ها نیز کاهش یافته و باعث می‌شود،

در شکل‌های ۴ انحراف دینامیکی نانوتیر به سبب نیروهای وارد بر آن در طی زمان، پیش و بعد از پدیده ناپایداری پولین تحلیل شده‌است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، پیش از اینکه تیرک دچار ناپایداری شود، میان کمترین و بیشترین مقدار انحراف خود از حالت پایدارش، به صورت سینوسی حرکت می‌کند. با افزایش مقدار نیروی وارد شده بر نانوتیر تا مقدار پولین آن‌ها، تیرک در حداکثر محدوده حرکتش نوسان می‌کند. با بیشتر شدن مقدار نیروها از مقدار پولین دینامیکی، نانوتیر ناپایدار شده و تیرک بر روی الکتروود زیرلایه سقوط می‌کند. بعد از مقدار پولین دینامیکی، تغییری جزئی در نیروها باعث این ناپایداری می‌شود. با توجه به شکل ۴، در صورت تحریک میکرو/نانوتیر دوسر گیردار نیمه‌متاثر مقادیر پولین برای پارامترهای بی‌بعد نیروهای واندروالس و کاسیمیر به ترتیب برابر با $42/21367$ و $55/50930$ می‌باشند.

در شکل‌های ۵ و ۶ نانوکلید دوسر گیردار نیمه‌متاثری که دارای الکتروود زیرلایه کوتاه با مشخصات $(d_1 = d_2)$ است مورد بررسی قرار گرفته و نمودارهای ولتاژ β_{PID} و خیز نهایی W_{PID} آن در برابر موئینگی پولین γ_{ca_PID} رسم می‌شوند. در شکل ۵ نمودار تغییرات ولتاژ نهایی در برابر پارامتر موئینگی نهایی و در شکل ۶ نمودار تغییرات خیز نهایی در برابر پارامتر موئینگی نهایی نشان داده شده‌اند. با توجه به شکل‌های ۵ و ۶ در نانوکلیدهای دوسر گیردار کوتاه شدن الکتروود زیرلایه به اندازه مساوی از هر دو انتها باعث افزایش چشمگیر مقادیر نهایی پارامترهای ولتاژ و موئینگی و کاهش مقدار جابه‌جایی نهایی می‌شود. لذا کاربرد این کلیدها در مواقعی است که ولتاژهای بالا و جابه‌جایی کم مورد نیاز است.



شکل ۵: تغییرات ولتاژ نهایی نانوکلید دوسر گیردار نیمه‌متاثر نسبت به پارامتر موئینگی نهایی به ازای $(d_1 = d_2, \gamma_{fr} = 0, \eta = 8, N = 5, \delta = 0.5, \alpha_3 = 0, \alpha_4 = 5)$

در شکل ۷ نمودار جابه‌جایی W_{mid} و نوسانات میانه نانوتیر دوسرگیردار نیمه‌متاثر نسبت به پارامتر بی‌بعد زمان برای مقادیر مختلف پارامتر بی‌بعد کششی η نشان داده شده‌است؛ به

جدید تحلیل شده است. معادلات حاکم غیرخطی برای تیر اولیه - برنولی و بر اساس اصل همپلتون به دست آمدند و از روش حل عددی اجزا محدود جهت حل روابط استاتیکی و دینامیکی بهره برده شد. نتایج به دست آمده از پژوهش را می توان به صورت زیر بیان نمود:

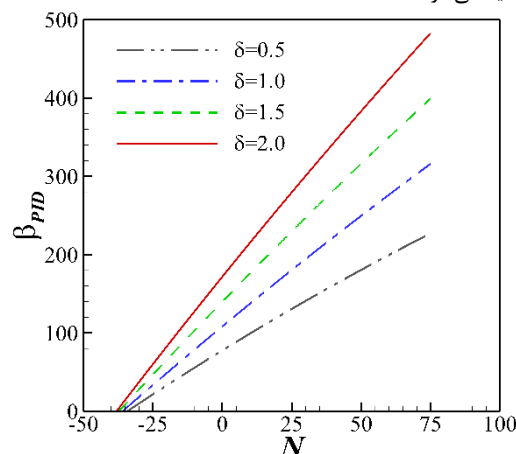
- با کوتاه شدن طول الکتروود زیرلایه، مقدار پارامترهای بی بعد ولتاژ و نیروهای بین مولکولی نهایی افزایش می یابد، این بدین معناست که در نانوتیر نیمه متاثر، پیش از رسیدن به ناپایداری پولین، به نیروی بیشتری نیاز است.
- در نانوکلیدهای دوسرگیردار، اثر اندازه پارامترهای بحرانی نیروهای بین مولکولی و ولتاژ را افزایش می دهد.
- افزایش پارامتر اثر اندازه سختی کلید را افزایش می دهد. این بدین معنی است که تئوری تنش مزدوج اصلاح شده، میکرو و نانوتیر را سخت تر از تئوری پیوسته کلاسیک ارزیابی می کند.
- در حالت دینامیکی پیش از رسیدن تیرک به وضعیت پولین، تیر رفتار حرکتی متناوبی دارد. دامنه ارتعاشات تیر با افزایش نیروهای بین دو الکتروود تا پیش از پدیده پولین، بیشتر می شود. در صورت بیشتر شدن نیروهای بین دو الکتروود از مقدار پولین دینامیکی، معادله حرکت تیر پایداری خود را از دست می دهد و سیستم از نظر دینامیکی ناپایدار می شود.
- در نانوکلیدهای دوسرگیردار کوتاه شدن الکتروود زیرلایه به اندازه مساوی از هر دو انتها باعث افزایش چشمگیر مقادیر نهایی پارامترهای ولتاژ و موئینگی و کاهش مقدار جابجایی نهایی می شود. لذا کاربرد این کلیدها در مواقعی است که ولتاژهای بالا و جابه جایی کم مورد نیاز است.
- افزایش بیش از اندازه η باعث واگرایی مسأله می شود، زیرا با افزایش فاصله بین دو الکتروود باید معادله حاکم بر کلید برای خیزهای بزرگ مورد استفاده قرار گیرد، لذا به همین دلیل، اثرات نیروهای میان آن ها نیز کاهش یافته و باعث می شود، جابه جایی میانه تیر که به سبب نیروها می باشد، نیز کاهش یابد. در نانوتیر دوسرگیردار نیمه متاثر، با افزایش ضریب کششی η ، دامنه نوسانات میانه تیر کاهش یافته است.

- تغییرات ولتاژ پولین با نیروی محوری به صورت خطی است و هر اندازه نیروی محوری در کلید بزرگ تر باشد، ولتاژ لازم برای رسیدن به حالت پولین افزایش می یابد، بنابراین صرف نظر کردن از نیروی محوری در طراحی میکرو/نانو کلیدها باعث می شود کلید در ولتاژ پایین تری نسبت به ولتاژ واقعی به حالت پولین برسد که این منجر به عملکرد نامناسب کلید می شود. با افزایش اثر اندازه نرخ تأثیر نیروی محوری بر ولتاژ پولین (میزان شیب خطوط) افزایش می یابد. همچنین، با افزایش اثر اندازه، نرخ تأثیر نیروی

جابه جایی میانه تیر که به سبب نیروها می باشد، نیز کاهش یابد. با توجه به شکل ۷ مشاهده می شود که در نانوتیر دوسرگیردار نیمه متاثر، با افزایش ضریب کششی η ، دامنه نوسانات میانه تیر کاهش یافته است.

به منظور مطالعه تأثیر نیروی محوری بر رفتار نانوکلید، مقدار ضریب انتگرال η ثابت و برابر با سه در نظر گرفته می شود. در شکل ۸ تغییرات ولتاژ پولین β_{PID} نسبت به نیروی محوری N برای مقدار اثر اندازه های متفاوت δ نشان داده شده است. شکل ۸ نشان دهنده وابستگی ولتاژ پولین دینامیکی β_{PID} به نیروی محوری N و اثر اندازه δ است.

بر اساس شکل ۸ تغییرات ولتاژ پولین با نیروی محوری به صورت خطی است و هر اندازه نیروی محوری در کلید بزرگ تر باشد ولتاژ لازم برای رسیدن به حالت پولین افزایش می یابد؛ بنابراین صرف نظر کردن از نیروی محوری در طراحی میکرو/نانو کلیدها باعث می شود کلید در ولتاژ پایین تری نسبت به ولتاژ واقعی به حالت پولین برسد که این منجر به عملکرد نامناسب کلید می شود.



شکل ۸: تغییرات ولتاژ پولین نانوکلید دوسرگیردار نیمه متاثر نسبت به مقادیر مختلف پارامتر بی بعد نیروی محوری و اثر اندازه

$$(d_1 = 0, d_2 = 0.2, \gamma_{fr} = 0, \gamma_{ca} = 10, \eta = 3, \alpha_3 = 0, \alpha_4 = 5)$$

همچنین همان طور که در شکل ۸ مشاهده می شود با افزایش اثر اندازه، نرخ تأثیر نیروی محوری بر ولتاژ پولین (میزان شیب خطوط) افزایش می یابد. لذا بار دیگر به اهمیت در نظر گرفتن اثر اندازه و تئوری های غیر کلاسیک پی برده می شود.

۴- نتیجه گیری

در این پژوهش مدلی جامع بر مبنای تئوری تنش مزدوج اصلاح شده برای نانوتیر دوسرگیردار به منظور بررسی ناپایداری های استاتیکی و دینامیکی پولین، توسعه یافته است. اثرات ناشی از نیروهای الکترواستاتیک، بین مولکولی و موئینگی، اثر اندازه، تنش پسماند و موقعیت و طول الکتروود زیرلایه بر مدل

محوری بر ولتاژ پولین (میزان شیب خطوط) افزایش می‌یابد.

فهرست علائم

علائم انگلیسی	
A	سطح مقطع تیر، μm^2
A_h	ثابت هماکر
b	پهنای تیر، μm^2
c	سرعت نور، m/s
D_1, D_2	فاصله بین انتهای الکتروود ثابت و کلید، m
d_1, d_2	فاصله بی‌بعد بین انتهای الکتروود ثابت و کلید مدول الایسیسته یانگ،
E	GPa
F_a	نیروی پسماند ناشی از تنش پسماند، N
F_r	نیروی محوری به سبب خمش تیر، N
g_0	فاصله اولیه بین الکتروود و پایه، μm^2
$H(x)$	تابع پله‌ای هویساید
H'	تابع بی‌بعد پله‌ای هویساید
h	ضخامت تیر، μm^2
$\bar{h}$	ثابت پلانک
I	ممان اینرسی سطح، m^4
L	طول تیر، μm^2
l	پارامتر مقیاس طول
m	اندیس نیروهای بین‌مولکولی
m_{ij}	جز منحرف‌شده تانسور تنش مزدوج
N	پارامتر بی‌بعد نیروی محوری
N_s	مجموع پارامترهای بی‌بعد نیروی محوری و کشش میان صفحه‌ای
$q(x, t)$	نیروی وارده بر تیر، N
T	پارامتر بی‌بعد زمان
T_1	کار انرژی جنبشی نانوتیر، J
علائم یونانی	
α	نیروهای بین‌مولکولی
μ	مدول برشی
ρ	چگالی
λ	ثابت اول لام
σ_{ij}	تانسور تنش
ε_{ij}	تانسور کرنش
σ_r	تنش محوری پسماند
σ_{11}	مؤلفه غیر صفر تنش
χ_{ij}	تانسور انحنا
δ_{ij}	تابع دلتای کرونکر
δ	اثر اندازه
ε_0	ضریب خلأ، $c^2 N^{-1} m^{-2}$
ν	ضریب پواسون
η	پارامتر بی‌بعد کشش میان صفحه‌ای
γ_{LA}	تنش سطحی مایع-هوا
θ_c	زاویه تماس بین مایع و سطح جامد
θ_i	بردار چرخشی
θ_y	بردار چرخشی غیر صفر
γ_{fr}	پارامتر بی‌بعد میدان لبه
زیرنویس	
cas	کاسیمیر
ca	موینگی
$elec$	الکترواستاتیک
ext	خارجی
fr	میدان لبه
mid	میانه تیر

- [14] H. M., Ma, X. L., Gao, and J. N., Reddy, A micro structure dependent Timoshenko beam model based on a modified couple stress theory, *J. Mech. Phys. Solids*, 56 (2008) 3379–3391.
- [15] W., Xia, L., Wang, and L., Yin, Nonlinear non classical micro scale beams: static bending, post-buckling and free vibration, *Int. J. Eng. Sci.*, 48 (2010) 2044–2053.
- [16] M., Asghari, M. H., Kahrobaiyan, and M. T., Ahmadian, A nonlinear Timoshenko beam formulation based on the modified couple stress theory, *Int. J. Eng. Sci.*, 48, (2010) 1749–1761.
- [17] M. H., Kahrobaiyan, M., Asghari, and M., Rahaeifard, Investigation of the size-dependent dynamic characteristics of atomic force microscope microcantilevers based on the modified couple stress theory, *Int. J. Eng. Sci.*, 48 (2010) 1985–1994.
- [18] M., Rahaeifard, M. T., Ahmadian, and K., Firoozbakhsh, Size-dependent dynamic behavior of microcantilevers under suddenly applied DC voltage, *Proc. I. Mech. E. Part C: J. Mechanical Engineering Science*, 95 (2014) 111–123.
- [19] M., Rahaeifard, M. H., Kahrobaiyan, and M., Asghari, Static pull-in analysis of microcantilevers based on the modified couple stress theory, *Sens. Actuators. A.*, 171 (2011) 370–374.
- [20] M., Rahaeifard, M. H., Kahrobaiyan, and M. T., Ahmadian, Size-dependent pull-in phenomena in nonlinear microbridges, *Int. J. Mech. Sci.*, 54 (2012) 306–310.
- [21] Moghimi Zand, M., Ahmadian, M. T., and Rashidian, B., “Dynamic Pull-In Instability of Electrostatically Actuated Beams Incorporating Casimir and Van Der Waals Forces”, *Proc. I Mech. E, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 224(9) (2010) 2037–2047.
- [22] K. F., Wang, B. L., Wang, A general model for nano-cantilever switches with consideration of surface effect and nonlinear curvature, *Physica E*, 66(29) (2015) 197–208.
- [23] H. F., Dadgour, M. M., Hussain, C., Smith, K., Banerjee, Proceedings of the 2010 ACM/IEEE Design Automation Conference, (2010) 893–896.
- [24] M., Keivani, M., Mardaneh, A., Koochi, M., Rezaei, and M., Abadyan, On the dynamic instability of nano wire-fabricated electromechanical Actuators in the Casimir regime: Coupled effects of surface energy and size dependency, *Physica E*, 76(9) (2016) 60–69.
- [25] J., Qian, C., Liu, D. C., Zhang, and Y. P., Zhao, The problem of residual stress gradient in MEMS multi-layer structure, *J. Mech. Strength*, 3 (2001) 393–400.
- [26] R. C., Batra, M., Porfiri, and D., Spinello, Vibrations of narrow microbeams predeformed

PI	پولین-پولین استاتیکی
PID	پولین دینامیکی
vdw	واندروالس

مراجع

- [1] H. C., Nathanson, W. E., Newell and R.A., Wickstrom, The resonant gate transistor, *IEEE Trans Electron Devices*, 14 (1967) 117–133.
- [2] G. I., Taylor, The coalescence of closely spaced drops when they are at different electric potential, *Proc. R. Soc. A.*, 306 (1968) 423–434.
- [3] F. M., Alsaleem, M. I., Younis, and L., Ruzziconi, An experimental and theoretical investigation of dynamic pull-in in MEMS resonators actuated electrostatically, *J. Microelectromech. Syst.*, 19 (2010) 794–806.
- [4] J., Yang, Y. J., Hu, and S., Kitipornchai, Electrodynamic behavior of an electrically actuated micro-beam effects of initial curvature and nonlinear deformation, *J. Comput. Struct.*, 96–97 (2012) 25–33.
- [5] N. A., Fleck, G. M., Muller, and M. F. Ashby, Strain gradient plasticity: theory and experiment”, *Acta Metall. Mater.*, 42 (1994) 475–487.
- [6] J. S., Stolken, and A. G., Evans, A microbend test method for measuring the plasticity length scale, *J. Acta. Mater.*, 46, (1998) 5109–5115.
- [7] McFarland, A. W., and Colton, J. S., Role of material microstructure in plate stiffness with relevance to microcantilever sensors, *J. Micromech. Microeng.*, 15 (2005) 1060–1067.
- [8] W. T., Koiter, Couple-stresses in the theory of elasticity: I and II, *Proc. Koninklijke. Nederlandse. Akademie. Van Wetenschappen. Ser. B.*, 67 (1964) 17–44.
- [9] R. D., Mindlin, and H. F., Tiersten, Effects of couple-stresses in linear elasticity, *Arch. Ration. Mech. Anal.*, 11 (1962) 415–448.
- [10] M., Asghari, M. H., Kahrobaiyan, and M., Rahaeifard, Investigation of the size effects in Timoshenko beams based on the couple stress theory, *Arch. Appl. Mech.*, 81 (2011) 863–874.
- [11] F., Yang, A. M. M., Chong, and D. C. C., Lam, Couple stress based strain gradient theory for elasticity, *Int. J. Solids. Struct.*, 39 (2002) 2731–2743.
- [12] S. K., Park, and X. L., Gao, Bernoulli–Euler beam model based on a modified couple stress theory, *J. Micromech. Microeng.*, 16 (2006) 2355–2359.
- [13] S., Kong, S., Zhou, and Z., Nie, The size-dependent natural frequency of Bernoulli–Euler micro-beams, *Int. J. Eng. Sci.*, 46 (2008) 427–437.

- [30] H. B. G., Casimir, On the attraction between two perfectly conducting plates, Proc. Kon. Ned. Akad. Wet., Vol. 51, No. 1, pp. 793-796, 1948.
- [31] E., Yazdanpanahi, A. R., Noghrehabadi, and M., Ghalambaz, Balance dielectric layer for micro electrostatic switches in the presence of capillary effect. International Journal of Mechanical Sciences, 74(7) (2013) 83–90.
- [32] J. N., Reddy, An introduction to the finite element method, third ed., McGraw-Hill, New York, (1993).
- by an electric field, J. Sound Vib., 309(3) (2008) 600-612.
- [27] J. D., Jackson, Classical Electrodynamics, 3rd ed., Wiley, New York, (1998).
- [28] J. N., Israelachvili, Intermolecular and Surface Forces, Academic, London, (1992).
- [29] J. G., Guo, and Y. P., Zhao, Influence of van der Waals and Casimir force on electrostatic tensional actuators, J. Microelectromech. Syst., 13(6) (2004) 1027 -1035.