نحوه استناد به این مقاله: یزدان پرست، سیده کوثر؛ دبیرپور، وحید (۱۳۹۰). بررسی تاثیر حضور دیوار های عمودی داخلی متخلخل در کاهش انتقال حرارت همرفت طبیعی درحفره مربعی با استفاده از روش شبکه لتیس بولتزمن. تبدیل انرژی، ۳ (۴ و ۳)، ۲۶-۱۹.

بررسی تاثیر حضور دیوار های عمودی داخلی متخلخل در کاهش انتقال حرارت همرفت طبیعی درحفره مربعی با استفاده از روش شبکه لتیس بولتزمن

سیده کوثر یزدان پرست[۱]، وحید دبیرپور [۲و*]

[۱] دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید، دانشگاه علم و صنعت ایران
[۲] دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک گرایش تبدیل انرژی، دانشگاه پیام نور مشهد

دریافت: خردادماه ۱۳۹۶، بازنگری: تیرماه ۱۳۹۶ پذیرش: آبان ۱۳۹۶

چکیده

در پژوهش حاضر انتقال حرارت همرفت طبیعی در حفره مربعی با حضور دیوار های متخلخل مورد بررسی قرار گرفته است. دیوار های بالایی و پایینی حفره عایق فرض شده اند و دیوار سمت راست دارای شرط دما ثابت و سرد و دیوار سمت چپ نیز دارای شرط دما ثابت و گرم فرض شده است و دیوار های سمت چپ و راست حفره دارای اختلاف دمایی برابر با یک هستند. برای مدل کردن فرآیند انتقال حرارت طبیعی در حفره از روش شبکه لتیس بولتزمن استفاده شده است و برای مدل کردن محیط متخلخل از معادلات برینکمن استفاده شده است. در این مطالعه به بررسی انتقال حرارت طبیعی برای پرانتل ۰،۷ و رایلی 10^4 در حفره مربعی پرداخته شده است و تاثیر جدا کننده های عمودی متخلخل بر روند انتقال حرارت بررسی شده و نشان داده می شود که با ایجاد دیوار های متخلخل داخلی می توان میزان انتقال حرارت را کاهش داد و کنترل کرد. متخلخل در نظر گرفتن جداکننده ها علاوه بر تاثیر کاهش دهنده انتقال حرارت، تغییر کمتری در شکل کلی الگوی جریان نسبت به دیوار های جامد ایجاد می کند. تاثیر فاصله دیوار متخلخل داخلی از دیوار با شرط دمایی ثابت و ارتفاع دیوار متخلخل مورد بررسی قرار گرفته شده است و نشان داده شده که انتقال حرارت طبیعی در حفره با وجود دیوار های متخلخل عمودی داخلی در چه اندازه ای بیشترین و در چه اندازه ای کمترین خواهد بود.

* **عهده‌دار مکاتبات:** vahid.dabirpour@gmail.com

کلمات کلیدی: انتقال حرارت همرفت طبیعی، محیط متخلخل، حفره مربعی، روش شبکه لتیس بولتزمن

۱- مقدمه

انتقال حرارت طبیعی به دلیل حضور در تمامی سیستم های انتقال حرارتی مبتنی بر سیال یکی از مباحث مهم و کاربردی در علم انتقال حرارت به شمار می آید. انتقال حرارت طبیعی در حفره به عنوان یک مثال کلاسیک از انتقال حرارت طبیعی دارای کاربردهای فراوان در علوم مهندسی و صنایع مختلف همچون مبدل های حرارتی [۱]، صنایع غذایی [۲]، دستگاه های تهویه مطبوع [۳] و خنک کننده های الکتریکی [۴] است. یکی از رایج ترین شرایط مرزی مورد بررسی انتقال حرارت طبیعی در محفظه مربعی با دیواره های گرم است [۷-۵]. کوزنیک و همکاران [۸]، پراساد و داس [۹] و بیری [۱۰] تاثیر عدد رایلی در انتقال حرارت جابجایی طبیعی در محفظه مربعی را مورد مطالعه قرار داده اند. سعید و یاکوب [۱۱] به بررسی تغییرات عدد ناسلت بر حسب مقدار و توزیع دمای دیوارها پرداخته اند.

روابط و معادلات مربوط به انتقال حرارت در محیط متخلخل توسط نیلد و بیژن [۱۲]، وفایی [۱۳]، پاپ و اینگام [۱۴] و کاویانی [۱۵] مورد بررسی قرار گرفته است. درمورد انتقال حرارت جابجایی طبیعی در حفره پر شده با مواد متخلخل توسط بیژن و پولیکاکوس [۱۶]، وارول و همکاران [۱۷]، باساک و همکاران [۱۸] و پراساد و کولاکی [۱۹] به صورت عددی مورد مطالعه قرار گرفته است.

افزودن یک پره یا پره هایی به دیواره های حفره، شیوه ای موثر برای افزایش یا کاهش سرعت انتقال کلی حرارت در درون حفره می باشد. شی و خدادادی [۲۰] تاثیر حضور یک پره نازک را بر روی انتقال حرارت جابجایی آرام در یک حفره حرارت داده شده

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-07]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1390.2.3.4.4]

به شیوه متفاوت مورد تحلیل عددی قرار دادند. در این مطالعه، افزایش انتقال حرارت زمانی که پره متصل به دیواره داغ، نزدیکتر به انتهای پوشیده شده دیوار قرار داده میشد، مورد بررسی قرار گرفت. بیلجن [۲۱] انتقال حرارت طبیعی در حفره های مربعی حرارت داده شده با یک پره متصل به دیواره را برای پارامترهای متعدد نظیر عدد رایلی ($Ra=10^4-10^9$)، پره ی بدون قطر با طول بین ۰ تا ۰,۹، و درصد هدایت گرمایی بدون قطر بین ۰ (در حالت کاملا پوشیده) و ۶۰ مورد بررسی قرار داد. بیلجن نشان داده که میانگین عدد ناسلت، عملکرد افزایشی عدد رایلی و عملکرد کاهشی طول پره و درصد نسبی رسانایی حرارت است. بعلاوه، نتایج این بررسی نشان داد که زمانی که طول پره کوتاه بوده و نزدیک به محفظه قرار دارد و رسانایی نسبی یک را دارا است، انتقال حرارت افزایش می یابد. اوستویزن و پال [۲۲] به صورت عددی یک حفره مستطیل شکل پر شده از هوا را با یک صفحه افقی روی دیوار سرد مورد مطالعه قرار دادند. نتایج این مطالعه نشان داد که ویژگی های انتقال حرارت در درون حفره زمانی که صفحه عایق یا کاملا رساناست، افزایش می یابد. پدیده انتقال حرارت طبیعی در یک حفره مربعی حرارت داده شده همراه با صفحه افقی که بر روی دیوار گرم سمت چپ قرار داده شده، توسط نِگ و همکارانش [۲۳] مورد تحلیل عددی قرار گرفت. این بررسی در طیفی از عدد رایلی مابین 10^3 و 10^6 و نیز با حضور سه جداکننده طولی که در سه وضعیت توصیف شده قرار داشتند، انجام شد. نشان داده شد که میانگین عدد ناسلت روی دیوار سرد بزرگتر از موردی است که بدون جدا کننده برای یک جدا کننده نامحدود انتقال حرارتی بالا و بدون در نظر گرفتن وضعیت جدا کننده روی دیوار گرم بوده.

فردریک [۲۴] انتقال حرارت طبیعی را در یک حفره پر از هوای متفاوت حرارت داده شده با محفظه های مربع مایل، برای اعداد رایلی مابین 10^3 و 10^5، مورد مطالعه قرار داد. نویسنده این مقاله نشان داد که جدا کننده های تحمیل شده موجب کاهش جابجایی (انتقال) و کاهش انتقال حرارت تا ۴۷٪ نسبی، نسبت به حفره بدون جدا کننده در همان طیف اعداد رایلی مشابه، می شود. حقیقی و وفایی [۲۵] ظرفیت های کاهش انتقال حرارت را به صورت محاسباتی در جدا کننده های عمودی یا افقی عایق که در یک حفره متفاوت حرارت داده شده با عایق شده، بالا و پایین مورد مطالعه قرار دادند.

استفاده از پره ها یا دیوار های داخلی متخلخل روشی نوین است که در سال های اخیر برای تاثیر گذاری در روند انتقال حرارت طبیعی مورد استفاده قرار گرفته شده است. خانافر و همکاران [۲۶] در مطالعه ای انتقال حرارت به شیوه جابجایی طبیعی لایه ای در یک حفره مربعی حرارت داده شده به شیوه متفاوت با یک پره متخلخل متصل به دیواره گرم تحت شرایط ثابت مورد مطالعه عددی قرار دادند. در این پژوهش پارامترهای مرتبط متعددی نظیر عدد رایلی، عدد دارسی، زاویه خمیدگی پره، طول و وضعیت قرار گرفتن پره، مورد استفاده قرار گرفت. ۳ پره با طول های متفاوت(L=0.2, 0.35, 0.5) و وضعیت (S=0.25, 0.5, 0.75) مورد بررسی قرار می گیرند. زاویه خمیدگی بین ۳۰ درجه و ۱۵۰ درجه تغییر می کرد. دیواره سمت چپ حفره که پره به آن متصل است بصورت یکنواخت حرارت داده می شود، درحالی که دیواره سمت راست در حرارتی پایین تر نگه داشته می شود. بعلاوه دیواره افقی حفره، عایق درنظر گرفته شده است. علاوه بر آن در این مطالعه معادلات انتقالی تابع درون وابسته متخلخل متناسب با نظریه حجم متوسط درنظر گرفته می شود، درحالی که معادلات ناویر- استوکس برای نشان دادن پدیده انتقال در قسمت باقی مانده حفره بکار گرفته شده است. افزون بر آن معادلات تابع با استفاده از فرمولاسیون المان محدود مبتنی بر شیوه پسماندهای توزین شده ی گالرکین حل می شوند. نتایج این بررسی نشان داد که حضور یک پره متخلخل متوسط عدد ناسلت را در مقایسه با حفره حرارت داده به شیوه متفاوت برای طول ها، وضعیت ها و زاویه های خمیدگی پره مختلف، افزایش می دهد. برای رسیدن به انتقال حرارت حداکثری و بر مبنای نتایج بدست آمده توصیه می شود که پره متخلخل یا باید نزدیک به سطح کف و یا در میانه دیواره داغ عمودی و با زاویه ۹۰ درجه قرار گیرد. در نهایت یک همبستگی عددی برای میانگین عددی ناسلت به عنوان عملکرد دامنه استفاده شده عدد رایلی، عدد دارسی، طول و وضعیت قرار گرفتن پره بدست آمده است.

آلشوریان و خانافر [۲۷] در پژوهشی دیگر انتقال حرارت به روش جابجایی طبیعی لایه ای، در یک حفره حرارت داده شده با شیوه ای متفاوت و دارای ۲ پره متخلخل نازک که به دیواره گرم و کف آن که دارای سطحی عایق است وصل شده اند، از نظر پارامترهای متعددی بصورت رقمی مورد مطالعه قرار داده اند. این پارامترها شامل عدد ریچاردسون، عدد دارسی، درصد رسانایی حرارتی و موقعیت پره متخلخل بودند. اینگونه درنظر گرفته شد که دیواره سمت چپ حفره به شکلی یکنواخت حرارت داده شده، درحالی که دیواره سمت راست در حرارتی پایین تر نگه داشته می شود. بعلاوه دیواره افقی حفره عایق درنظر گرفته شد. علاوه بر آن معادلات انتقالی تابع در درون واسطه ی متخلخل بر اساس نظریه حجم متوسط نوشته شد. معادلات تابع با استفاده از فرمولاسیون المان محدود که مبتنی بر شیوه پسماندهای توزین شده ی گالرکین است، حل شدند. نتایج این بررسی نشان داد که حضور یک پره متخلخل افقی در مقایسه با حفره حرارت داده شده به شیوه متفاوت و با اعداد متنوع ریچاردسون و درصدهای رسانایی حرارتی، باعث افزایش میانگین عدد ناسلت شده. درحالی که یک پره متخلخل عمودی متصل به کف عایق نسبت به مورد مطالعه بدون پره، میانگین کمتری از عدد ناسلت را نشان می دهد.

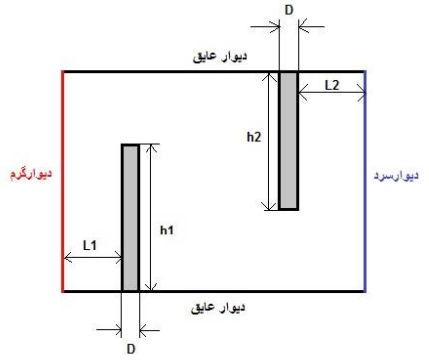
در این پژوهش به بررسی تاثیر وجود دیوار های متخلخل داخلی عمودی در یک حفره مربعی پر شده از هوا پرداخته شده است و تاثیر تغییر طول دیوارها و فاصله آنها از دیوار های مجانب بر میزان انتقال حرارت همرفت طبیعی در حفره مربعی مورد بحث قرار گرفته شده است.

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-07]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1390.2.3.4.4]

۲- هندسه مسئله و معادلات حاکم

هندسه مسئله در این پژوهش همانطور که در شکل ۱ مشاهده می شود یک حفره مربعی پر شده از سیال است که دیوار های بالایی و پایینی عایق در نظر گرفته شده است و دیوار سمت راست سرد و دیوار سمت چپ گرم در نظر گرفته شده است و اختلاف دمای بین دیوار گرم و سرد، یک فرض شده است. دیوار های متخلخل عمودی در حفره هر کدام در خلاف جهت هم با فاصله ی L1 و L2 از دیوار دارای شرط دمایی ثابت و دارای ارتفاع های h1 و h2 می باشند و ضخامت دیوار ها برابر با D=0.01 طول دیوار عایق هستند. در این پژوهش L1=L2=L و h1=h2=h در نظر گرفته شده است.



شکل ۱- هندسه مسئله

معادله حاکم در این مسئله به دو بخش درون محیط متخلخل و خارج از محیط متخلخل تقسیم می شود. در بخش سیال خارج از محیط متخلخل معادلات حاکم عبارت اند از پیوستگی، مومنتوم در جهت x و y و انرژی برای سیال تراکم ناپذیر و دو بعدی است که برای مدل کردن انتقال حرارت طبیعی معادله بوسینیسک به عنوان نیروی حجمی به مومنتوم در جهت y اضافه شده است.

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \qquad (1)$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+\nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) \qquad (2)$$

$$u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}+\nu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)+g\beta(T-T_0) \qquad (3)$$

$$u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}=\alpha\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) \qquad (4)$$

در معادلات فوق u و v سرعت در جهت x و y، p فشار، T دما، υ ویسکوزیته سینماتیکی و T_0 دمای اولیه است. برای محیط متخلخل از معادلات برینکمن استفاده شده است. معادلات حاکم در محیط متخلخل عبارت است از پیوستگی، ممونتوم و معادله انرژی که به صورت زیر نوشته می شود.

$$\frac{\partial \mathrm{u}}{\partial \mathrm{x}}+\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial \mathrm{y}}=0 \qquad (5)$$

$$\mathrm{u}\frac{\partial \mathrm{u}}{\partial \mathrm{x}}+\mathrm{v}\frac{\partial \mathrm{u}}{\partial \mathrm{y}}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial \mathrm{p}}{\partial \mathrm{x}}+\nu\left(\frac{\partial^2 \mathrm{u}}{\partial \mathrm{x}^2}+\frac{\partial^2 \mathrm{u}}{\partial \mathrm{y}^2}\right)-\frac{\upsilon}{\mathrm{k}}\mathrm{u} \qquad (6)$$

$$\mathrm{u}\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial \mathrm{x}}+\mathrm{v}\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial \mathrm{y}}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial \mathrm{p}}{\partial \mathrm{y}}+\nu\left(\frac{\partial^2 \mathrm{v}}{\partial \mathrm{x}^2}+\frac{\partial^2 \mathrm{v}}{\partial \mathrm{y}^2}\right)-\frac{\upsilon}{\mathrm{k}}\mathrm{v}+\mathrm{g}\beta(\mathrm{T}-\mathrm{T}_0) \qquad (7)$$

$$u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}=\alpha\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) \qquad (8)$$

که در اینجا k ضریب دارسی، g شتاب گرانش، β ضریب انبساط حجمی و ρ چگالی سیال است.

شرایط مرزی در مسئله عبارت اند از شرط عدم لغزش در دیوار ها و همچنین شرط عدم انتقال حرارت در دیوار های بالایی، پایینی و شرط دما ثابت برای دیوار های سمت چپ و راست است.

با تعریف متغییر های بی بعد زیر:

$$X=\frac{x}{L}\quad Y=\frac{y}{L}\quad U=\frac{uL}{\alpha}\quad V=\frac{vL}{\alpha}$$

$$\theta=\frac{T-T_c}{T_H-T_c}\quad P=\frac{pL^2}{\rho\alpha^2}$$

$$Pr=\frac{\nu}{\alpha}\quad Da=\frac{k}{L^2}$$

$$Ra=\frac{g\beta(T_H-T_c)\,L^3\,Pr}{\nu^2} \qquad (9)$$

فرم بدون بعد معادلات مربوط به سیال خارج از محیط متخلخل به صورت زیر نوشته می شود.

$$\frac{\partial \mathrm{U}}{\partial \mathrm{X}}+\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial \mathrm{Y}}=0 \qquad (10)$$

$$\mathrm{U}\frac{\partial \mathrm{U}}{\partial \mathrm{X}}+\mathrm{V}\frac{\partial \mathrm{U}}{\partial \mathrm{Y}}=-\frac{\partial \mathrm{P}}{\partial \mathrm{X}}+\mathrm{Pr}\left(\frac{\partial^2 \mathrm{U}}{\partial \mathrm{X}^2}+\frac{\partial^2 \mathrm{U}}{\partial \mathrm{Y}^2}\right) \qquad (11)$$

$$\mathrm{U}\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial \mathrm{X}}+\mathrm{V}\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial \mathrm{Y}}=-\frac{\partial \mathrm{P}}{\partial \mathrm{Y}}+\mathrm{Pr}\left(\frac{\partial^2 \mathrm{V}}{\partial \mathrm{X}^2}+\frac{\partial^2 \mathrm{V}}{\partial \mathrm{Y}^2}\right)+\mathrm{Ra}\,\mathrm{Pr}\theta \qquad (12)$$

$$\mathrm{U}\frac{\partial \theta}{\partial \mathrm{X}}+\mathrm{V}\frac{\partial \theta}{\partial \mathrm{Y}}=\left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial \mathrm{X}^2}+\frac{\partial^2 \theta}{\partial \mathrm{Y}^2}\right) \qquad (13)$$

و فرم بدون بعد معادلات سیال در محیط متخلخل به صورت زیر نوشته می شود.

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-07]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1390.2.3.4.4]

$$\frac{\partial U}{\partial X}+\frac{\partial V}{\partial Y}=0 \quad (14)$$

$$U\frac{\partial U}{\partial X}+V\frac{\partial U}{\partial Y}=-\frac{\partial P}{\partial X}+\Pr\left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}\right)-\frac{\Pr}{Da}U \quad (15)$$

$$U\frac{\partial V}{\partial X}+V\frac{\partial V}{\partial Y}=-\frac{\partial P}{\partial Y}+\Pr\left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial Y^2}\right)-\frac{\Pr}{Da}V+Ra\,\Pr\theta \quad (16)$$

$$U\frac{\partial \theta}{\partial X}+V\frac{\partial \theta}{\partial Y}=\left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2}\right) \quad (17)$$

برای محاسبه میزان انتقال حرارت همرفتی از عدد بدون بعد ناسلت بر روی دیوار با شرط دما ثابت استفاده شده است. ناسلت محلی و ناسلت متوسط بر روی دیوار گرم به صورت زیر محاسبه می شود.

$$Nu_y=-\frac{\frac{\partial \theta}{\partial X}_{at\ x=0}}{(\theta_h-\theta_c)} \quad (18)$$

$$\overline{Nu}=\int_0^1 Nu_y dY \quad (19)$$

۳- روش حل با استفاده از روش شبکه لتیس بولتزمن

در دهه گذشته شاهد شکل گیریی روشی قدرتمند در زمینه تحلیل جریان به نام روش لتیس بولتزمن بوده ایم. این روش که به دنبال روش لتیس گاز و برای رفع نقایص آن بوجود آمد، به سرعت جایگاه خود را در تحلیل جریان های پیچیده تثبیت کرد. در روش لتیس بولتزمن به واسطه نگاه میکروسکوپی به مفهوم مدل سیال، توابع توزیع سیال به عنوان مبنای تحلیل جریان سیال قلمداد می شود. بکارگیری توابع توزیع که معرف احتمال حضور ذرات سیال در یک مکان هستند به لتیس بولتزمن اجازه می دهد تا به جای حل معادله غیرخطی ناویر- استوکس، به حل معادله ساده شده و شبه خطی انتقال بولتزمن بپردازد. نخستین بار در سال ۱۹۸۶ فریش و همکاران [۲۸] حل عددی بر اساس معادله بولتزمن را معرفی کردند. و در سال های ۱۹۸۸ توسط مک و زانتی [۲۹]، ۱۹۸۹ توسط هیگورا و جیمز [۳۰] و ۱۹۹۲ توسط چن و همکاران [۳۱] توسعه پیدا کرد. در پژوهش حاضر از مدل گرمایی و تابع توزیع دوگانه روش شبکه بولتزمن که توسط شان [۳۲] پیشنهاد شده استفاده می شود و تابع توزیع چگالی به صورت زیر بیان می شود.

$$f_i(x+e_i\Delta t,t+\Delta t)=f_i(x,t)-\frac{1}{\tau_f}\left[f_i(x,t)-f_i^{eq}(x,t)\right]+\Delta t F_i \quad (20)$$

e_i بردار سرعت در جهت i، τ_f آرامش بدون بعد جریان و $f^{eq}(x,t)$ تابع توزیع تعادلی جریان است که به صورت زیر بیان می شود.

$$f_i^{eq}=\omega_i\rho\left[1+\frac{e_i.u}{C_s^2}+\frac{(e_i.u)^2}{2C_s^4}-\frac{u.u}{2C_s^2}\right] \quad (21)$$

که اینجا $\boldsymbol{\omega_i}$ بردار سرعت در جهت i و $\boldsymbol{C_s}$ سرعت صوت در شبکه است. نیروی حجمی $\boldsymbol{F_i}$ را به صورت زیر می توان نوشت.

$$F_i=w_i\left(1-\frac{1}{2\tau}\right)\left[\frac{e_i-u}{C_s^2}+\frac{e_i(e_i.u)}{C_s^4}\right].F \quad (22)$$

در اینجا F نیروی حجمی است. تابع توزیع دما به صورت زیر نوشته می شود.

$$g_i(x+e_i\Delta t,t+\Delta t)=g_i-\frac{1}{\tau_g}\left[g_i(x,t)-g_i^{eq}(x,t)\right] \quad (23)$$

τ_g آرامش بدون بعد جریان و g_i^{eq} تابع توزیع تعادلی جریان است که به صورت زیر بیان می شود.

$$g_i^{eq}=\omega_i\rho\left[1+\frac{e_i.u}{C_s^2}+\frac{(e_i.u)^2}{2C_s^4}-\frac{u.u}{2C_s^2}\right] \quad (24)$$

و مقادیر ماکروسکپی به صورت زیر بدست می آید

$$\rho=\sum_{i=0}^{b-1}f_i \quad (25)$$

$$\rho u=\sum_{i=0}^{b-1}e_i f_i+\frac{F\Delta t}{2\rho} \quad (26)$$

$$T=\sum_{i=0}^{b-1}g_i \quad (27)$$

که در آن i مسیر های سرعت و b تعداد این مسیر ها است. در مطالعه حاضر از روش سرعتی $D2Q9$ که به معنای مدل دوبعدی و ۹ جهت سرعت است، استفاده شده است (شکل ۲). در این مدل بردار های سرعت به صورت زیر تعریف می شود.

$$e_i=\begin{cases}(0,0) & i=0\\ c\left(cos\left[(i-1)\frac{\pi}{2}\right],sin\left[(i-1)\frac{\pi}{2}\right]\right) & i=1,2,3,4\\ \sqrt{2}c\left(cos\left[(2i-9)\frac{\pi}{4}\right],sin\left[(2i-9)\frac{\pi}{4}\right]\right) & i=5,6,7,8\end{cases} \quad (28)$$

که در اینجا سرعت شبکه، $c=\frac{\Delta x}{\Delta t}$ است و سرعت صوت در شبکه، $C_s=c/\sqrt{3}$ محاسبه می شود و ضرایب وزنی در مدل D2Q9 به صورت زیر تعریف می شوند.

$$\omega_i=\begin{cases}\frac{4}{9} & i=0\\ \frac{1}{9} & i=1,2,3,4\\ \frac{1}{36} & i=5,6,7,8\end{cases} \quad (29)$$

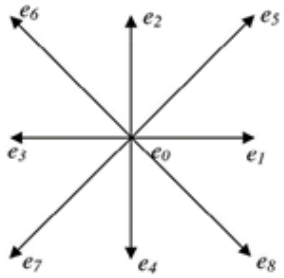
بر اساس آنالیز چاپمن- انسکوگ زمان آرامش و لزجت شبکه بولتزمن و زمان آرامش حرارتی به صورت زیر نوشته می شوند.

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-07]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1390.2.3.4.4]

$$\tau_f = \frac{\upsilon}{C_s^2 \Delta t} + 0.5 \quad (30)$$

$$\tau_g = \frac{\alpha}{C_s^2 \Delta t} + 0.5 \quad (31)$$



شکل ۲ – جهت های بردار سرعت در مدل *D2Q9*

۳-۱-شرایط مرزی

برای اعمال شرط مرزی عدم لغزش جریان در دیوارها از مدل تصحیح شده زو- هی[۳۳] متناسب با نیروی حجمی و تعریف سرعت ماکروسکوپی استفاده شده است. در مدل زو- هی مقادیری از تابع توزیعی که پس از انتشار (از خارج)وارد حوزه حل شدند ، به عنوان مجهول در نظر گرفته می شوند که می بایست با سایر مقادیر معلوم تابع توزیعی به گونه ای محاسبه شوند که شرایط عدم لغزش در گره مرزی بر قرار باشد به طور مثال شرط عدم لغزش در دیوار بالایی به صورت زیر اعمال گردیده است.

$$\rho = \frac{f_0 + f_1 + f_3 + 2(f_2 + f_5 + f_6)}{1 + u_y}$$
$$f_4 = f_2 - \frac{2}{3}\rho u_y$$
$$f_7 = f_5 + \frac{1}{2}(f_1 - f_3) - \frac{1}{6}\rho u_y - \frac{1}{2}\rho u_x$$
$$f_8 = f_6 + \frac{1}{2}(f_1 - f_3) - \frac{1}{6}\rho u_y - \frac{1}{2}\rho u_x \quad (32)$$

این مدل شرط مرزی از دقت مرتبه دوم برخوردار می باشد و از آنجایی که تعریف سرعت ماکروسکوپی در معادلات خود استفاده نموده است برخلاف مدل پرش معکوس از لغزش های ناخواسته در مرز اجتناب می کند اما فقط در دیوار های تخت کاربرد دارد. برای اعمال شرط مرزی حرارتی از تعریف دمای ماکروسکوپی (معادله ۲۷) استفاده شده است که نمونه ای از ان برای دیوار سمت چپ در ادامه بیان میگردد.

$$T_{wall} = g_0 + g_1 + g_2 + g_3 + g_4 + g_5 + g_6 + g_7 + g_8$$
$$g_1 = \frac{4}{6}\left(T_{wall} - \sum_{known} g_i\right)$$
$$g_5 = \frac{1}{6}\left(T_{wall} - \sum_{known} g_i\right)$$
$$g_8 = \frac{1}{6}\left(T_{wall} - \sum_{known} g_i\right) \quad (33)$$

۴-اعتبار سنجی و استقلال شبکه

برای بررسی استقلال شبکه و اعتبار سنجی تغییرات عدد ناسلت میانگین را برای شبکه های مختلف در حالت حفره مربعی با انتقال حرارت طبیعی برای حالتی که دیواره های بالایی و پایینی عایق و دیوار سمت چپ گرم (T=1) و دیوار سمت راست سرد (T=0) است مورد بررسی قرار گرفته شده است. برای استقلال شبکه حفره مربعی با انتقال حرارت طبیعی در شرایط گفته شده و در رایلی 10^4 بررسی شده است نتایج را در جدول ۱ مشاهده می کنید. برای اینکار شبکه های ۱۰۰×۱۰۰ ، ۱۳۰×۱۳۰، ۱۶۰×۱۶۰ و ۱۹۰×۱۹۰ مورد بررسی قرار گرفتند. با فرض اینکه مقدار مناسب اختلاف برای اینکه نتایج مستقل از شبکه باشد کمتر از ۰,۵ درصد باشد، برای پژوهش حاضر از شبکه ۱۶۰×۱۶۰ استفاده شده است.

جدول ۱- عدد ناسلت میانگین بر حسب تعداد گره های شبکه

عدد ناسلت میانگین	تعداد گره های شبکه
۲,۲۲۹۱	۱۰۰*۱۰۰
۲,۲۳۶۹	۱۳۰*۱۳۰
۲,۲۴۰۵	۱۶۰*۱۶۰
۲,۲۴۲۳	۱۹۰*۱۹۰

برای اعتبار سنجی کد حاضر در پژوهش زیر که با زبان برنامه نویسی فورترن نوشته شده است، عدد ناسلت میانگین در دیوار گرم برای رایلی های مختلف در حفره مربعی با انتقال حرارت طبیعی اندازه گیری و نتایج حاصل با نتایج پژوهش های مختلف در جدول ۲ مقایسه شده است. نتایج حاصل از پژوهش حاضر در اعداد بی بعد $Ra = 10^3$ و $Ra = 10^4$ در مقایسه با دیگر پژوهش های معتبر انجام شده در مورد انتقال حرارت در حفره مربعی مطابقت دارد.

جدول۲- مقایسه نتایج مراجع با پژوهش حاضر

	$Ra=10^3$	$Ra=10^4$
درویش [۳۴]	۱,۱۱۸	۲,۲۲۴
هورتمن [۳۵]	-	۲,۴۴۶
ساتیو [۳۶]	-	۲,۲۴۱۵
کولینس [۳۷]	-	۲,۲۴۴
مارکاتوس [۳۸]	۱,۱۰۸	۲,۲۰۱
پژوهش حاضر	۱,۱۱۷	۲,۲۴۲

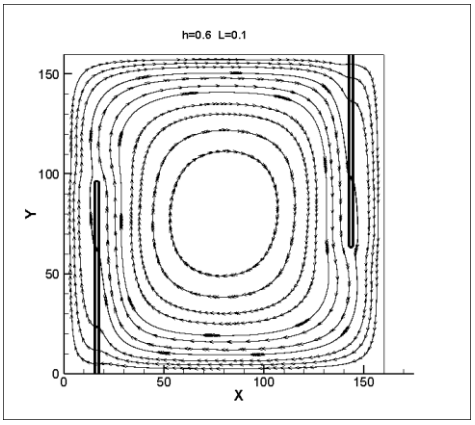
۵. نتایج و بحث بر روی نتایج

در این مطالعه به بررسی انتقال حرارت آزاد در یک حفره مربعی پرداخته شده است و تاثیر وجود دیوار های متخلخل داخلی که

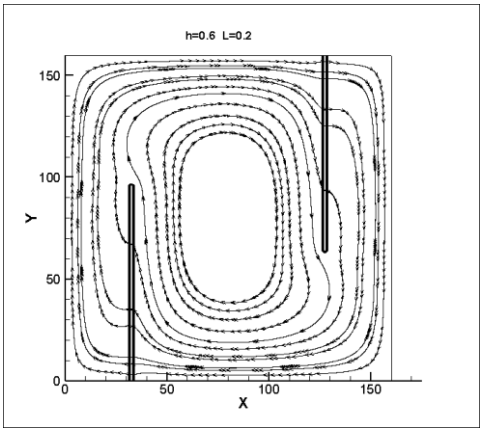
[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-07]
[DOR: 20.1001.1.20089813.1390.2.3.4.4]

به صورت عمودی در دیوار های بالایی و پایینی قرار دارند (شکل۱) مورد بررسی قرار گرفته شده است. در مطالعه حاضر تاثیر وجود دیوار های متخلخل داخلی در انتقال حرارت برای پرانتل ۰,۷ ، دارسی 10^{-5} و رایلی 10^{4} مورد بررسی قرار گرفته شده است.

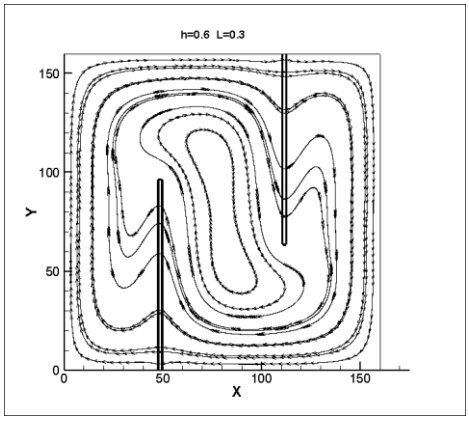
در این پژوهش برای دو حالت تاثیر وجود دیوار های داخلی با تغییر فاصله از دیوار هایی که دارای شرط دما ثابت و ارتفاع دیوار های داخلی موررد بررسی قرار گرفته است.



شکل ۳-خطوط جریان برای ارتفاع(h) ۰,۶ و فاصله از دیوار با دمای ثابت(L) ۰,۱

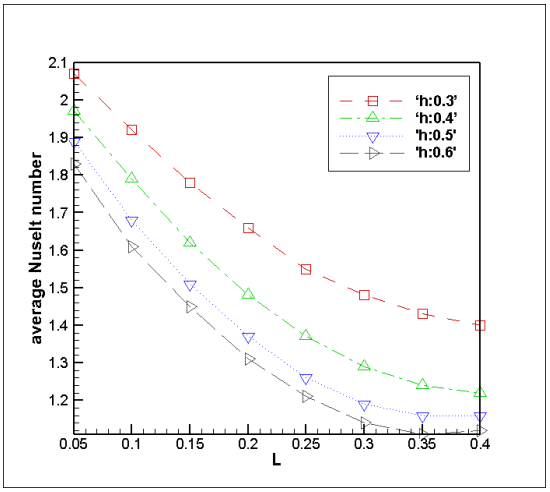


شکل ۴-خطوط جریان برای ارتفاع(h) ۰,۶ و فاصله از دیوار با دمای ثابت(L) ۰,۲



شکل ۵-خطوط جریان برای ارتفاع(h) ۰,۶ و فاصله از دیوار با دمای ثابت(L) ۰,۳

در شکل۳ ،۴ و ۵ خطوط جریان با ارتفاع ۰,۶ و فاصله از دیوار با شرط دمایی ثابت به ترتیب ۰,۱ ، ۰,۲ و۰,۳ نمایش داده شده است. با افزایش فاصله دیوار های داخلی متخلخل همانگونه که در شکل۳ ،۴ و ۵ خطوط جریان به مرکز حفره هدایت می شود که این اتفاق باعث کاهش انتقال حرارت از دیوار با دمای ثابت می شود. در شکل ۶ عدد ناسلت متوسط در دیوار گرم برای نمایش میزان انتقال حرارت برای L و h های مختلف نشان داده شده است، به خوبی مشخص است که با افزایش ارتفاع انتقال حرارت کاهش پیدا می کند. به طور کلی با افزایش فاصله از دیوار ها با دمای ثابت و ارتفاع دیوار متخلخل داخلی انتقال حرارت کاهش می یابد .



شکل۶ -عدد ناسلت متوسط برای فاصله از دیوار ها با دمای ثابت (L) و ارتفاع دیوارها (h)

در جدول ۳ میزان درصد کاهش عدد ناسلت متوسط بر روی دیوار گرم یا به بیانی میزان انتقال حرارت جابجایی طبیعی در حفره مربعی نشان داده شده است. از میزان درصد کاهش عدد ناسلت متوسط برای حفره با رایلی 10^{4} و دیوار متخلخل با دارسی 10^{-5} می توان نشان داد که برای اندازه های مورد

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-07]
[DOR: 20.1001.1.20089813.1390.2.3.4.4]

مطالعه مربوط به بیشترین ارتفاع یعنی ۰,۶ و بیشترین فاصله دیوار متخلخل داخلی عمودی از دیوار های مجانب یعنی ۰,۴۰ با ۵۰٪ کاهش انتقال حرارت طبیعی در حفره است و کمترین انتقال حرارت مربوط به کمترین ارتفاع دیوار متخلخل داخلی عمودی یعنی ۰,۳ کمترین فاصله از دیوار های مجانب یعنی ۰,۰۵ است که باعث کاهش انتقال حرارت ۷,۵۸٪ انتقال حرارت جابجایی طبیعی می شود.

جدول3- میزان درصد کاهش عدد ناسلت متوسط

H=0.6	H=0.5	H=0.4	H=0.3	L
18.30%	15.62%	12.05%	7.58%	**0.05**
28.12%	25.00%	20.08%	14.28%	**0.10**
35.26%	35.58%	27.67%	20.53%	**0.15**
41.51%	38.83%	33.92%	25.89%	**0.20**
45.98%	43.75%	38.83%	30.80%	**0.25**
49.10%	46.78%	42.41%	33.92%	**0.30**
50.44%	48.21%	44.64%	36.16%	**0.35**
50.00%	48.21%	45.53%	37.50%	**0.40**

مراجع

[1] Zachar, A. "Investigation of natural convection induced outer side heat transfer rate of coiled-tube heat exchangers." International Journal of Heat and Mass Transfer 55.25 (2012): 7892-7901.

[2] Varma, Mahesh N., and A. Kannan. "Enhanced food sterilization through inclination of the container walls and geometry modifications." *International journal of heat and mass transfer* 48.18 (2005): 3753-3762.

[3] Wang, Shimin, Amir Faghri, and Theodore L. Bergman. "A comprehensive numerical model for melting with natural convection." *International Journal of Heat and Mass Transfer* 53.9 (2010): 1986-2000.

[4] Lin, Y. J. P., and Z. Y. Xu. "Buoyancy-driven flows by a heat source at different levels." *International Journal of Heat and Mass Transfer* 58.1 (2013): 312-321.

[5] de Vahl Davis, G. "Natural convection of air in a square cavity: a bench mark numerical solution." *International Journal for numerical methods in fluids* 3.3 (1983): 249-264.

[6] Guo, Zhaoli, Baochang Shi, and Chuguang Zheng. "A coupled lattice BGK model for the Boussinesq equations." *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 39.4 (2002): 325-342.

[7] D'Orazio, Annunziata, and Sauro Succi. "Simulating two-dimensional thermal channel flows by means of a lattice Boltzmann method with new boundary conditions." *Future Generation Computer Systems* 20.6 (2004): 935-944.

[8] Kuznik, F., et al. "A double-population lattice Boltzmann method with non-uniform mesh for the simulation of natural convection in a square cavity." *International Journal of Heat and Fluid Flow* 28.5 (2007): 862-870.

[9] Prasad, Y. Sunil, and Manab Kumar Das. "Hopf bifurcation in mixed convection flow inside a rectangular cavity." *International journal of heat and mass transfer* 50.17 (2007): 3583-3598.

[10] Bairi, A. "Nusselt–Rayleigh correlations for design of industrial elements: Experimental and numerical investigation of natural convection in tilted square air filled enclosures." *Energy Conversion and Management* 49.4 (2008): 771-782.

[11] Saeid, Nawaf H., and Yusli Yaacob. "Natural convection in a square cavity with spatial side-wall temperature variation." *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications* 49.7 (2006): 683-697.

[12] Nield, Donald A., and Adrian Bejan. *Convection in porous media*. Springer Science & Business Media, 2006.

[13] Vafai, K. "Handbook of Porous Media, Marcel Dekker, New York, 2000."

[14] Pop, Ioan, and Derek B. Ingham. *Convective heat transfer: mathematical and computational modelling of viscous fluids and porous media*. Elsevier, 2001.

[15] Kaviany, Massoud. *Principles of heat transfer in porous media*. Springer Science & Business Media, 2012.

[16] Poulikakos, D., and A. Bejan. "Numerical study of transient high Rayleigh number convection in an attic-shaped porous layer." *J. Heat Transfer* 105 (1983): 476-484.

[17] Varol, Yasin, Hakan F. Oztop, and Ioan Pop. "Numerical analysis of natural convection for a porous rectangular enclosure with sinusoidally varying temperature profile on the bottom

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-07]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1390.2.3.4.4]

wall." *International Communications in Heat and Mass Transfer* 35.1 (2008): 56-64.

[18] Basak, Tanmay, et al. "Natural convection in a square cavity filled with a porous medium: effects of various thermal boundary conditions." *International Journal of Heat and Mass Transfer* 49.7 (2006): 1430-1441.

[19] Prasad, V., and F. A. Kulacki. "Natural convection in a vertical porous annulus." *International journal of heat and mass transfer* 27.2 (1984): 207-219.

[20] Shi, Xundan, and J. M. Khodadadi. "Laminar natural convection heat transfer in a differentially heated square cavity due to a thin fin on the hot wall." *TRANSACTIONS-AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS JOURNAL OF HEAT TRANSFER* 125.4 (2003): 624-634.

[21] Bilgen, E. "Natural convection in cavities with a thin fin on the hot wall." *International Journal of Heat and Mass Transfer* 48.17 (2005): 3493-3505.

[22] Oosthuizen, P. H., and J. T. Paul. "Free convection heat transfer in a cavity fitted with a horizontal plate on the cold wall." *Advances in Enhanced Heat Transfer* 43 (1985): 101-107.

[23] Nag, A., A. Sarkar, and V. M. K. Sastri. "Natural convection in a differentially heated square cavity with a horizontal partition plate on the hot wall." *Computer methods in applied mechanics and engineering* 110.1-2 (1993): 143-156.

[24] Frederick, Ramón L. "Natural convection in an inclined square enclosure with a partition attached to its cold wall." *International journal of heat and mass transfer* 32.1 (1989): 87-94.

[25] Haghighi, A., and K. Vafai. "Optimal positioning of strips for heat transfer reduction within an enclosure." *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications* 66.1 (2014): 17-40.

[26] Khanafer, Khalil, Abdalla AlAmiri, and Joe Bull. "Laminar natural convection heat transfer in a differentially heated cavity with a thin porous fin attached to the hot wall." International Journal of Heat and Mass Transfer 87 (2015): 59-70.

[27] Alshuraiaan, Bader, and Khalil Khanafer. "The effect of the position of the heated thin porous fin on the laminar natural convection heat transfer in a differentially heated cavity." International Communications in Heat and Mass Transfer 78 (2016): 190-199.

[28] Frisch, Uriel, Brosl Hasslacher, and Yves Pomeau. "Lattice-gas automata for the Navier-Stokes equation." *Physical review letters* 56.14 (1986): 1505.

[29] McNamara, Guy R., and Gianluigi Zanetti. "Use of the Boltzmann equation to simulate lattice-gas automata." *Physical review letters* 61.20 (1988): 2332.

[30] Higuera, F. J., and J. Jimenez. "Boltzmann approach to lattice gas simulations." *EPL (Europhysics Letters)* 9.7 (1989): 663.

[31] Hudong, Chen. "Recovery of Navier-Stokes equation using a lattice-gas Boltzmann equation method." *Physical Review A* 45.8 (1992): 5339-5342.

[32] Shan, Xiaowen. "Simulation of Rayleigh-Bénard convection using a lattice Boltzmann method." *Physical Review E* 55.3 (1997): 2780.

[33] Zou, Qisu, and Xiaoyi He. "On pressure and velocity boundary conditions for the lattice Boltzmann BGK model." *Physics of fluids* 9.6 (1997): 1591-1598.

[34] de Vahl Davis, G. "Natural convection of air in a square cavity: a bench mark numerical solution." *International Journal for numerical methods in fluids* 3.3 (1983): 249-264.

[35] Hortmann, M., M. Perić, and G. Scheuerer. "Finite volume multigrid prediction of laminar natural convection: Bench-mark solutions." *International journal for numerical methods in fluids* 11.2 (1990): 189-207.

[36] Saitoh, T., and K. Hirose. "High-accuracy bench mark solutions to natural convection in a square cavity." *Computational Mechanics* 4.6 (1989): 417-427.

[37] Tasnim, Syeda Humaira, and Michael R. Collins. "Numerical analysis of heat transfer in a square cavity with a baffle on the hot wall." *International communications in heat and mass transfer* 31.5 (2004): 639-650.

[38] Markatos, Nikos C., and K. A. Pericleous. "Laminar and turbulent natural convection in an enclosed cavity." *International Journal of Heat and Mass Transfer* 27.5 (1984): 755-772.

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-07]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1390.2.3.4.4]