

روش کرانه بالایی برای فرآیند اکستروژن مستقیم میله دو فلزه

باقر لطفی نسب^{۱*}، ایمان گل شکوه^۲

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه ساخت و تولید، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد دزفول، دزفول، ایران

^۲ استادیار، گروه ساخت و تولید، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد ایذه، ایذه، ایران

دریافت: زمستان ۹۵ پذیرش: تابستان ۹۶

چکیده

هدف از انجام این پژوهش روش کرانه بالایی برای فرآیند اکستروژن مستقیم میله دو فلزه برای این فرآیند یک میدان سرعت استوانه‌ای که برای هر شکل قالبی قابل استفاده است، ارائه خواهد شد. ناحیه‌های تغییر شکل به سه قسمت تقسیم شده و توان داخلی تغییر شکل، توان برشی و توان اصطکاکی در این نواحی بر اساس روش کرانه فوقانی محاسبه شده و در نهایت نیرو و فشار متوسط اکستروژن محاسبه شده است. علاوه بر روش تئوری از روش المان محدود با استفاده از نرم افزار شبیه‌سازی اجزاء محدود (نرم افزار آباکوس) جهت تحلیل فرآیند استفاده خواهد شد. ابتدا مؤلفه‌های نرخ کرنش برای هر ناحیه محاسبه شده است که قاعدتاً با توجه به روابط موجود در این پژوهش، بعضی از عبارت‌ها صفر خواهد شد و محاسبه آنها ضرورتی ندارد. پس از آن توان داخلی برای ناحیه تغییر شکل محاسبه شده است. سپس توان برشی برای مرز ورودی و خروجی و در مرحله بعد، توان اصطکاکی تلف شده حاصل از تماس قالب با بیلت محاسبه شده است. حاصل جمع تمامی توان‌های بالا، توان کل مورد نیاز برای فرآیند اکستروژن را به دست می‌دهد. و در پایان توان کل با تقسیم توان کل بر سرعت ورودی، نیروی شکل‌دهی لازم برای فرآیند اکستروژن محاسبه شده است را با هم مقایسه می‌کنیم. نتیجه به دست آمده نشان می‌دهد که تحلیل کرانه فوقانی و شبیه‌سازی به روش المان محدود فرآیند اکستروژن میله دو فلزی نتایج قابل قبولی ارائه داده‌اند.

*عهده‌دار مکاتبات: bagherlotfinasab@yahoo.com

کلمات کلیدی: اکستروژن، کرنش، توان، کران فوقانی، المان محدود

۱- مقدمه

صنعت اکستروژن دارای تاریخی بالغ بر ۱۵۰ سال است. اولین گزارش‌رد از این فرآیند گزارشی از جوزف برامه و مربوط به سال ۱۸۷۰ میلادی است. این گزارش پرسى را شرح می‌داد که سرب ذوب شده یا دیگر را به داخل یک قالب استوانه‌ای پمپ می‌کرد. در سال ۱۸۲۰ توماس بور برای تولید لوله به وسیله اکستروژن پرسى هیدرولیکی ساخت و به وسیله آن سیلندرهاى سربى ساخت. اکستروژن سرد فولاد برای اولین بار در اروپا در اواسط دهه ۱۹۳۰ شروع و بعضی از ساز برگهای نظامی مثل پوکه گلوله و غیره از فولاد تولید شد. در همین زمان توسط آلمانی‌ها نیز تحقیقاتی در زمینه اکستروژن سرد فولاد انجام شده بود که به دلیل حفظ اسرار نظامی تا سال ۱۹۲۴ آنها را به چاپ نرساندند. بعد از جنگ جهانی دوم ارتش امریکا توانست با اکستروژن سرد پوسته‌های فولادی و گلوله ۷۵ میلیمتری درست کند. آویتور در سال ۱۹۶۳ کشش و اکستروژن سیم را از یک قالب مخروطی با زاویه کوچک [۱] و سپس در سال ۱۹۶۴ با زاویه بزرگ [۲] مورد بررسی قرار داد. وی در این مقالات تأثیر پارامترهای مختلف را بر نیروی کشش و اکستروژن بدست آورد.

ابراهیمی و همکاران [۳] در سال ۲۰۰۸، تحلیل اکستروژن لوله در قالب با زاویه قائم را به روش کران بالا مطالعه کردند. از اکادا و همکاران [۴] در سال ۱۹۷۲ بر روی شکست میله دو فلزی در فرآیند اکستروژن هیدرواستاتیکی مطالعاتی را انجام دادند. پنگ [۵] در سال ۱۹۸۹ تحلیل کران بالای شکل هندسی ناحیه تغییر شکل یافته را در فرآیند اکستروژن میله را مورد بررسی قرار داد. یانگ و همکاران [۶] در سال ۱۹۹۱ به مطالعه و بررسی اکستروژن دو فلزی در قالب منحنی شکل به روش کران بالا پرداختند. پونا لاگوسامی و همکاران [۷] در سال ۲۰۰۸ بر روی جریان ماده در فرآیند اکستروژن به کمک کامپیوتر مطالعه کردند. در تعریفی دیگر می‌توان گفت، اکستروژن یکی از فرایندهای شکل‌دهی است که در آن قطعه‌کار (بیلت)^۱ با فشار از درون قالب (دای)^۲ با سطح مقطع دلخواه عبور داده شده و شکل قالب را به خود می‌گیرد. در این حالت قطعه‌کار تحت تنش‌های فشاری تغییر شکل پلاستیک یافته و در قالب سیلان پیدا

¹ Billet

² Die

۳- میدان‌های سرعت^۲ مجاز در نواحی تغییر شکل

میدان سرعتی که برای تحلیل جریان متقارن محوری ماده از قالب مخروطی استفاده شده است، میدان سرعت کروی^۱ نامیده می‌شود. اولین گام در تحلیل کرانه فوقانی، پیشنهاد یک میدان مجاز سرعت می‌باشد. در این فرآیند برای ارائه میدان سرعت مجاز، دستگاه مختصات کروی (r, θ, ϕ) به کار گرفته شده و مبدأ مختصات (نقطه O در شکل ۱) محل برخورد قالب مخروطی با محور افقی می‌باشد.

حل کرانه‌ی بالایی با یافتن توان کل مورد نیاز فرآیند اکستروژن انجام می‌پذیرد. چگونگی یافتن توان کل مورد نیاز فرآیند در فرمول بندی زیر، که بر اساس یک میدان سرعت جنبشی مجاز به دست آمده است، بیان شده است. بنابراین حدس یک میدان سرعت مناسب، فشار اکستروژن، جریان فلز و شکل بهینه‌ی قالب را تحت تأثیر قرار می‌دهد. همان‌طور که در شکل ۱ نشان داده شده است، ماده به سه ناحیه تقسیم می‌شود که در این نواحی میدان سرعت پیوسته می‌باشد. در ناحیه‌ی I ماده صلب است و بخشی از ماده‌ی اولیه می‌باشد و مانند یک جسم صلب در جهت اکستروژن حرکت می‌کند. ناحیه‌ی II منطقه‌ی تغییر شکل فلز می‌باشد و ناحیه‌ی III محصول فرآیند اکستروژن می‌باشد که مانند ناحیه‌ی اول به صورت جسم صلب حرکت می‌کند و بدون تغییر شکل می‌باشد. با استفاده از ثابت بودن حجم خواهیم

$$V_i = \frac{R_f^2}{R_i^2} V_f \quad (1)$$

مرز خروجی ناحیه‌ی تغییر شکل با ρ_f نشان داده می‌شود و به صورت کروی فرض می‌شود. سطحی که مرکز آن رأس مخروطی قالب (نقطه O در شکل ۱) در مختصات کروی (r, θ, ϕ) می‌باشد، و با استفاده از معادله‌ی زیر بیان می‌شود:

$$r_f = \rho_f = \frac{R_f}{\sin \alpha} \quad (2)$$

تابع مرز برشی ورودی به صورت بخشی از سطح نمایشی فرض می‌شود که رابطه‌ی آن به صورت زیر ارائه می‌شود [۲]:

$$r(\theta, \rho_i) = \rho_i \exp\left[\frac{b(\theta - \alpha)}{\alpha}\right] \quad (3)$$

پارامتر b پارامتر هندسی شکل در مرز ورودی ناحیه تغییر شکل II می‌باشد، که مقدار آن شکل مرز ورودی را تعیین می‌نماید. مقدار b می‌تواند مثبت، منفی یا صفر باشد.

مقدار b اگر منفی باشد، مرز ورودی از مرکز O دور می‌شود و اگر مقدار b مثبت باشد، مرز ورودی به مرکز O نزدیک می‌شود و زمانی که

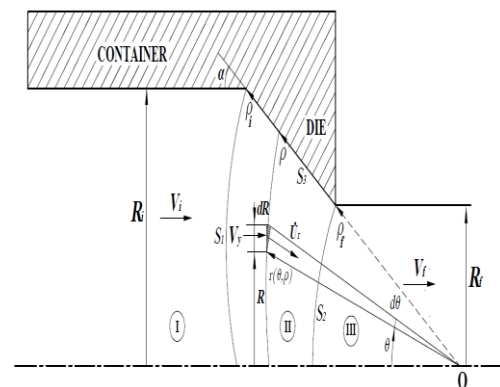
می‌کند. این فرآیند می‌تواند به صورت داغ^۳ یا سرد^۴ انجام بگیرد. در فرآیند اکستروژن داغ، قطعه کار قبل از عبور از قالب، بین ۴۰۰ تا ۵۰۰ درجه سانتی‌گراد پیش گرم می‌شود تا بدین وسیله تغییر شکل پلاستیک و سیلان ماده راحت تر انجام بگیرد. برای انجام فرآیند اکستروژن دو روش اساسی وجود دارد: اکستروژن مستقیم^۵ و اکستروژن غیرمستقیم^۶ [8]

۲- فرآیند اکستروژن میله

در تحلیل کرانه‌ی بالایی فرآیند اکستروژن متقارن محوری فرضیات زیر لحاظ می‌شود:

- فرآیند متقارن محوری می‌باشد.
- پانچ و محفظه قالب، صلب در نظر گرفته شده‌اند.
- قطر محفظه قالب برابر با قطر خارجی پوسته بیلست می‌باشد.
- ماده همگن، غیرقابل تراکم بوده و از قانون جریان فون میسز پیروی می‌کند.
- در تحلیل، رفتار ماده صلب - پلاستیک با تنش تسلیم متوسط در نظر گرفته شده است.
- سرعت دو ماده در خروج از قالب یکسان فرض شده است.

شکل ۱ شماتیک کلی فرآیند اکستروژن تک فلزی با قالب مخروطی را نشان می‌دهد. بیلستی که برای این فرآیند در نظر گرفته شده است، میله‌ای با شعاع ورودی R_i و شعاع خروجی R_f می‌باشد. در شکل زیر V_i سرعت ورودی و V_f سرعت خروجی می‌باشد. α نیم زاویه‌ی قالب و حرف S نشان دهنده‌ی مرزها است. علاوه بر این شکل به سه ناحیه تقسیم شده است. همان گونه که در شکل واضح است، میله پس از خروج از قالب شعاع آن کم و طول آن زیاد می‌گردد.



شکل ۱- فرآیند اکستروژن میله تک فلزی، پارامترهای هندسی و نواحی تغییر شکل آن.

³ Hot Extrusion

⁴ Cold Extrusion

⁵ Direct Extrusion

⁶ Indirect Extrusion

¹ Velocity field

² Spherical velocity field

لفظی نسب و گل شکوه

است که از تعادل جریان حجم در مرز S_1 استفاده شود. بنابراین رابطه‌ی ۸ از برابر قرار دادن جریان‌های حجم در دو سمت مرز S_1 به‌دست‌آمده است.

$$V_y 2\pi R(dR) = -\dot{U}_r 2\pi r \sin \theta (r d\theta) \quad (۸)$$

با ساده سازی عبارت بالا مؤلفه‌ی شعاعی سرعت به‌صورت زیر به دست می‌آید:

$$\dot{U}_r = -\frac{V_y}{r} \frac{dR}{d\theta} = -V_i \left(\frac{\rho_i}{\rho}\right)^2 (\cos \theta + \frac{1}{g} \frac{\partial g}{\partial \theta} \sin \theta)$$

از آنجایی که در حالت متقارن محوری اکستروژن میله رابطه‌ی ۱۰ به‌صورت زیر برقرار است:

$$\dot{U}_\varphi = 0 \quad (۱۰)$$

و روابط کلی مؤلفه‌های نرخ کرنش به‌صورت زیر بیان می‌شوند:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_r &= \frac{\partial \dot{U}_r}{\partial r} \\ \dot{\varepsilon}_{\theta\theta} &= \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{U}_\theta}{\partial \theta} + \frac{\dot{U}_r}{r} \\ \dot{\varepsilon}_{\varphi\varphi} &= \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \dot{U}_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\dot{U}_r}{r} + \frac{\dot{U}_\theta}{r} \cot \theta \end{aligned} \quad (۱۱)$$

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_{r\theta} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \dot{U}_\theta}{\partial r} - \frac{\dot{U}_\theta}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{U}_r}{\partial \theta} \right) \\ \dot{\varepsilon}_{\theta\varphi} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \dot{U}_\theta}{\partial \varphi} + \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{U}_\varphi}{\partial \theta} - \frac{\cot \theta}{r} \dot{U}_\varphi \right) \\ \dot{\varepsilon}_{\varphi r} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \dot{U}_\varphi}{\partial r} - \frac{\dot{U}_\varphi}{r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \dot{U}_r}{\partial \varphi} \right) \end{aligned}$$

بنابراین با جایگذاری روابط ۹ و ۱۰ در رابطه‌ی ۱۱ مؤلفه‌ی سرعت $\dot{U}_\theta$ به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$\dot{U}_\theta = V_i \frac{\rho_i^2}{\rho} \frac{\partial g}{\partial r} \sin \theta \quad (۱۲)$$

در رابطه‌ی بالا $\frac{\partial g}{\partial r}$ به‌صورت زیر بیان می‌شود:

مقدار b صفر باشد، مرز ورودی به‌صورت یک سطح کروی است. ($g=1$)، معادله‌ی (۳).

معادله‌ی ۳ با توجه به پیشنهاد ارائه شده توسط پنگ [9] برای سطح برشی جریان فلز از طریق قالب مخروطی می‌باشد.

تابع مرز برشی برای مؤلفه‌های محوری سرعت در منطقه‌ی تغییر شکل به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$r(\theta, \rho) = \rho \exp\left[\frac{b(\theta - \alpha)}{\alpha} \frac{\rho - \rho_f}{\rho_i - \rho_f}\right] = \rho g(\theta, \rho)$$

g مؤلفه‌ی محوری دلخواه سرعت می‌باشد و به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$g(\theta, \rho) = \exp\left[\frac{b(\theta - \alpha)}{\alpha} \frac{\rho - \rho_f}{\rho_i - \rho_f}\right] \quad (۵)$$

برای سادگی بیان عبارت‌ها $g(\theta, \rho)$ و $r(\theta, \rho)$ به‌طور مختصر به‌صورت g و r نوشته می‌شوند.

میدان سرعت کلی برای جریان مواد در منطقه‌ی تغییر شکل با توجه به قانون تراکم ناپذیری به دست می‌آید. قانون تراکم ناپذیری در مختصات کروی با استفاده از رابطه‌ی زیر بیان می‌شود:

$$\dot{\varepsilon}_r + \dot{\varepsilon}_{\theta\theta} + \dot{\varepsilon}_{\varphi\varphi} = 0 \quad (۶)$$

۳-۱- میدان سرعت در ناحیه‌ی اول (I)

این ناحیه شامل قسمتی از ماده است که هنوز وارد قالب نشده است.

در این ناحیه ماده با سرعت ثابت V_i در راستای محور قالب به طرف ورودی قالب در حرکت است. در این ناحیه، تغییر شکلی رخ نمی‌دهد و ماده همانند جسم صلب حرکت می‌کند. با توجه به تقارن محوری هندسه واضح است که در راستای ϕ مؤلفه سرعتی وجود ندارد. چنانچه بردار سرعت محوری دو ماده در این نواحی در راستای r و θ تجزیه شود، میدان سرعت برابر است با:

$$\begin{aligned} \dot{U}_r &= -U_i \cos \theta \\ \dot{U}_\theta &= U_i \sin \theta \\ \dot{U}_\varphi &= 0 \end{aligned} \quad (۷)$$

۳-۲- معادلات

این ناحیه همان طور که در شکل ۱ نشان داده شده است، شامل قسمتی

از میله است که توسط نواحی S_1 ، S_2 و S_3 محصور می‌باشد. در این ناحیه قطر میله کاهش می‌یابد و بنابراین این ناحیه، ناحیه‌ی تغییر شکل نامیده می‌شود. برای یافتن مؤلفه‌ی محوری سرعت در این ناحیه لازم

$$\dot{\varepsilon}_{\theta\theta} = 0$$

$$\dot{\varepsilon}_{\phi\phi} = 0 \quad (16)$$

$$\dot{\varepsilon}_{r\theta} = 0$$

$$\dot{\varepsilon}_{\theta\phi} = 0$$

$$\dot{\varepsilon}_{\phi r} = 0$$

۲-۴- مؤلفه‌های نرخ کرنش در ناحیه‌ی دوم (II)

مؤلفه‌های نرخ کرنش با جایگذاری رابطه‌ی ۱۴ در رابطه‌ی ۱۱ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$(17)$$

$$\dot{\varepsilon}_{rr} = -V_i \frac{\rho_i^2}{\rho^3} \frac{1}{g^2} [2(\rho \frac{\partial g}{\partial r} - 1)g \cos \theta + (-2 \frac{\partial g}{\partial \theta} + \rho \frac{\partial g}{\partial r} \frac{\partial g}{\partial \theta} + g \rho \frac{\partial^2 g}{\partial r \partial \theta}) \sin \theta]$$

$$(18)$$

$$\dot{\varepsilon}_{\theta\theta} = V_i (\frac{\rho_i}{\rho})^2 \frac{1}{g} [(\frac{\partial^2 g}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{g} \frac{\partial g}{\partial \theta}) \sin \theta + (\frac{\partial g}{\partial r} - \frac{1}{\rho}) \cos \theta]$$

$$(19)$$

$$\dot{\varepsilon}_{\phi\phi} = V_i (\frac{\rho_i}{\rho})^2 \frac{1}{g} [(-\frac{1}{\rho} + \frac{\partial g}{\partial r}) \cos \theta + \frac{1}{g} \frac{\partial g}{\partial \theta} \sin \theta]$$

$$(20)$$

$$\dot{\varepsilon}_{r\theta} = \frac{1}{2} V_i (\frac{\rho_i}{\rho})^2 \frac{1}{g} \{ [-2 \frac{\partial g}{\partial r} + \rho (\frac{\partial g}{\partial r})^2 + \rho g \frac{\partial^2 g}{\partial r^2} + \frac{1}{\rho} [-1 - \frac{1}{g^2} (\frac{\partial g}{\partial \theta})^2 + \frac{1}{g} \frac{\partial^2 g}{\partial \theta^2}] \sin \theta + \frac{1}{\rho g} \frac{\partial g}{\partial \theta} \cos \theta \}$$

$$\dot{\varepsilon}_{\theta\phi} = 0$$

$$(21)$$

$$\dot{\varepsilon}_{\phi r} = 0$$

$$(22)$$

۳-۴- مؤلفه‌های نرخ کرنش در ناحیه‌ی سوم (III)

مؤلفه‌های نرخ کرنش در این ناحیه با جایگذاری رابطه‌ی ۱۵ در رابطه‌ی ۱۱ به صورت زیر به دست آمده است:

$$\dot{\varepsilon}_{rr} = 0$$

$$(13)$$

$$\frac{\partial g}{\partial r} = \frac{\partial g}{\partial \rho} \frac{\partial \rho}{\partial r} = \frac{b(\theta - \alpha)}{\alpha} \frac{1}{\rho_i - \rho_f} \frac{1}{1 + \frac{b(\theta - \alpha)}{\alpha} \frac{\rho}{\rho_i - \rho_f}}$$

بنابراین مؤلفه‌های سرعت در ناحیه تغییر شکل به طور جمع بندی شده در ناحیه‌ی II به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\dot{U}_r = -\frac{V_y}{r} \frac{dR}{d\theta} = -V_i (\frac{\rho_i}{\rho})^2 (\cos \theta + \frac{1}{g} \frac{\partial g}{\partial \theta} \sin \theta)$$

$$\dot{U}_{\phi} = 0$$

$$(14)$$

$$\dot{U}_{\theta} = V_i \frac{\rho_i^2}{\rho} \frac{\partial g}{\partial r} \sin \theta$$

۳-۳- جدولها، شکل‌ها، دیاگرام‌ها و تصاویر

این ناحیه شامل قسمتی از ماده است که در ناحیه‌ی II تغییر شکل یافته و از قالب خارج شده است. مرز این ناحیه سطح S_2 است. در این

ناحیه ماده با سرعت ثابت V_f در راستای محور قالب از قالب خارج می‌شود. در این ناحیه، تغییر شکلی رخ نمی‌دهد و ماده مانند جسم صلب تغییر مکان می‌دهد. با توجه به تقارن محوری هندسه واضح است که در راستای ϕ مؤلفه سرعتی وجود ندارد. چنانچه بردار سرعت محوری ماده در این نواحی در راستای r و θ تجزیه شود، میدان سرعت برابر است با:

$$\dot{U}_r = -\dot{U}_f \cos \theta$$

$$\dot{U}_{\theta} = \dot{U}_f \sin \theta$$

$$\dot{U}_{\phi} = 0$$

$$(15)$$

۴- مؤلفه‌های نرخ کرنش

پس از یافتن مؤلفه‌های میدان سرعت در همه‌ی نواحی تشکیل‌دهنده‌ی میله، مرحله‌ی بعد یافتن مؤلفه‌های نرخ کرنش می‌باشد. برای یافتن مؤلفه‌های نرخ کرنش کافی است مؤلفه‌های سرعت را در رابطه‌ی کلی ۱۱ جایگذاری نماییم.

۱-۴- مؤلفه‌های نرخ کرنش در ناحیه‌ی اول (I)

با توجه به توضیحات ذکر شده در بالا مؤلفه‌های نرخ کرنش در این ناحیه به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\dot{\varepsilon}_{rr} = 0$$

$$\dot{W}_i = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0 \int_V \sqrt{\frac{1}{2} \dot{\varepsilon}_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}} dV \quad (24)$$

همان‌طور که از روابط (۱۶) و (۲۳) مشخص است، مقدار توان داخلی تغییر شکل در نواحی اول و سوم برابر با صفر است، زیرا همان‌طور که پیش‌تر گفته شد ماده در این نواحی به‌صورت صلب حرکت می‌کند و تغییر شکلی در آن به‌وجود نمی‌آید:

$$\dot{W}_{i1} = \dot{W}_{i3} = 0 \quad (25)$$

توان داخلی در ناحیه‌ی دوم با استفاده از رابطه‌ی ۲۴ به دست می‌آید. dV المان حجم در منطقه‌ی تغییر شکل می‌باشد و به‌صورت زیر به دست آمده است:

$$dV = 2\pi \rho^2 g^2 \left(g + \rho \frac{\partial g}{\partial \rho}\right) \sin \theta d\theta d\rho \quad (26)$$

بنابراین، رابطه‌ی توان داخلی در ناحیه‌ی تغییر شکل به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$\dot{W}_i = \frac{4\pi}{\sqrt{3}} \sigma_0 \int_{\rho_f}^{\rho_i} \int_0^\alpha \sqrt{\frac{3}{4} \dot{\varepsilon}_r^2 + \dot{\varepsilon}_{r\theta}^2} \rho^2 g^2 \left(g + \rho \frac{\partial g}{\partial \rho}\right) \sin \theta d\theta d\rho \quad (27)$$

در رابطه‌ی بالا σ_0 تنش شارش میانگین بیلت می‌باشد که به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\sigma_0 = \frac{\int_0^\varepsilon \sigma d\varepsilon}{\varepsilon}, \quad \varepsilon = \ln \frac{R_i^2}{R_f^2} \quad (28)$$

۵-۲-توان برشی

رابطه‌ی کلی توان برشی، در سطوح ناپیوستگی سرعت به‌طورکلی به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$\dot{W}_s = \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \int_{S_v} |\Delta v| dS \quad (29)$$

از آنجایی که در اکستروژن میله‌ی تک فلزی دو سطح ناپیوستگی سرعت وجود دارد بنابراین دو مقدار توان برشی وجود دارد که مقدار آن‌ها با توجه به روابطی که در زیر بیان می‌شود، معلوم می‌گردد.

$$\dot{\varepsilon}_{\theta\theta} = 0$$

$$\dot{\varepsilon}_{\phi\phi} = 0$$

$$\dot{\varepsilon}_{r\theta} = 0$$

(۲۳)

$$\dot{\varepsilon}_{\theta\phi} = 0$$

$$\dot{\varepsilon}_{\phi r} = 0$$

با توجه به این موضوع که در ناحیه‌ی I و III ماده به‌صورت یک جسم صلب در حرکت است، بنابراین واضح است که کرنش یا به‌طورکلی تغییر شکلی در این نواحی رخ نمی‌دهد. پس روابط به‌دست‌آمده برای نرخ کرنش‌ها در روابط ۱۶ و ۲۳ کاملاً منطقی است.

۵-محاسبه‌ی مؤلفه‌های توان و نیروی شکل‌دهی

توان کل مورد نیاز برای تغییر شکل فرایند را می‌توان به سه دسته تقسیم نمود:

- توان داخلی تغییر شکل
- توان برشی تلف شده در سطوح ناپیوستگی سرعت
- توان تلف شده به دلیل اصطکاک فلز با قالب در طول سطح تماس

بنابراین، با توجه به شکل ۱ توان کل برابر با حاصل جمع توان داخلی منطقه‌ی تغییر شکل II، توان تلف شده در مرزهای ناپیوستگی سرعت S_1 و S_2 و توان اصطکاکی تلف شده در سطح S_3 می‌باشد.

۵-۱-توان داخلی

رابطه‌ی کلی توان داخلی در نواحی تغییر شکل به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$\dot{W}_f = m \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \int_{S_f} |\Delta v| dS \quad (37)$$

برای یافتن توان اصطکاکی که در طول تماس بیلت با قالب مخروطی از دست می‌رود، مقدار ناپیوستگی‌های سرعت به صورت زیر بیان می‌شود:

$$|\Delta v_3| = V_i \left(\frac{\rho_i}{\rho} \right)^2 \left(\cos \alpha + \frac{b}{\alpha} \frac{\rho - \rho_f}{\rho_i - \rho_f} \sin \alpha \right) \quad (38)$$

علاوه بر این dS_3 به صورت زیر بیان می‌شود:

$$dS_3 = 2\pi \rho \sin \alpha d\rho \quad (39)$$

بنابراین با جایگذاری رابطه‌ی ۳۸ و ۳۹ در رابطه‌ی ۳۷، توان اصطکاکی در طول تماس قالب با بیلت به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\dot{W}_f = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} m \sigma_0 V_i \rho_i^2 \sin \alpha \int_{\rho_f}^{\rho_i} \frac{1}{\rho} \left(\cos \alpha + \frac{b}{\alpha} \frac{\rho - \rho_f}{\rho_i - \rho_f} \sin \alpha \right) d\rho \quad (40)$$

۴-۵- نیروی شکل‌دهی

از آنجایی که توان کل با رابطه‌ی زیر بیان می‌شود:

$$\dot{W}_{ext} = F_e V_i \quad (41)$$

F_e نیروی شکل‌دهی مورد نیاز برای فرآیند اکستروژن تک فلزی می‌باشد.

با توجه به روش معمول کرانه‌ی بالایی، توان داخلی $\dot{W}_{ext}$ برابر با حاصل جمع تمام توان‌های مصرفی می‌باشد و بنابراین نیروی شکل‌دهی مورد نیاز برای انجام فرآیند به صورت زیر بیان می‌شود:

$$F_e = \frac{\dot{W}_i + \dot{W}_{S1} + \dot{W}_{S2} + \dot{W}_f}{V_i} \quad (42)$$

معادله‌ی بالا نشان می‌دهد که نیروی مورد نیاز برای فرایند اکستروژن میله تابعی است از پارامترهایی همچون شعاع اولیه‌ی بیلت، شعاع نهایی میله، ثابت‌های اصطکاک، نیم زاویه‌ی قالب، پارامتر مرتبط با میدان سرعت و مقدار b که شکل مرزهای ورودی منطقه‌ی تغییر شکل را تعیین می‌کند. بنابراین، کمترین مقدار به دست آمده از معادله‌ی بالا نسبت به پارامتر b ، کمترین نیروی مورد نیاز برای فرایند اکستروژن را به دست می‌دهد. بنابراین کمترین مقدار نیروی اکستروژن با توجه به مؤلفه‌ی

مقدار ناپیوستگی‌های سرعت در امتداد سطح S_1 به صورت زیر مشخص می‌شود:

$$|\Delta v_1| = V_i \sqrt{1 + \left(\frac{b}{\alpha} \right)^2} \left(1 - \rho_i \frac{\partial g}{\partial r} \Big|_{\rho=\rho_i} \right) \sin \theta \quad (30)$$

هم‌چنین المان سطح به صورت زیر بیان می‌شود:

$$dS_1 = 2\pi \rho_i^2 g^2(\theta, \rho_i) \sqrt{1 + \left(\frac{b}{\alpha} \right)^2} \sin \theta d\theta \quad (31)$$

از رابطه‌ی ۳۱ و هم‌چنین مقدار ناپیوستگی سرعت dS_1 با جایگذاری در رابطه‌ی ۲۹ و پس از ساده سازی، خواهیم داشت:

$$\dot{W}_{S1} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \sigma_0 \rho_i^2 V_i \left[1 + \left(\frac{b}{\alpha} \right)^2 \right] \int_0^\alpha \left(1 - \rho_i \frac{\partial g}{\partial r} \Big|_{\rho=\rho_i} \right) g^2(\theta, \rho_i) \sin \theta d\theta \quad (32)$$

برای سطح برشی S_2 ، مقدار ناپیوستگی سرعت به صورت زیر می‌باشد:

$$|\Delta v_2| = V_f \left(1 - \rho_f \frac{\partial g}{\partial r} \Big|_{\rho=\rho_f} \right) \sin \theta \quad (33)$$

و هم‌چنین:

$$dS_2 = 2\pi (\rho_f \sin \theta) \rho_f d\theta \quad (34)$$

بنابراین توان برشی تلف شده در امتداد مرز S_2 به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\dot{W}_{S2} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \sigma_0 V_f \rho_f^2 \int_0^\alpha \left(1 - \rho_f \frac{\partial g}{\partial r} \Big|_{\rho=\rho_f} \right) \sin^2 \theta d\theta \quad (35)$$

بنابراین کل توان برشی کل به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\dot{W}_S = \dot{W}_{S1} + \dot{W}_{S2} \quad (36)$$

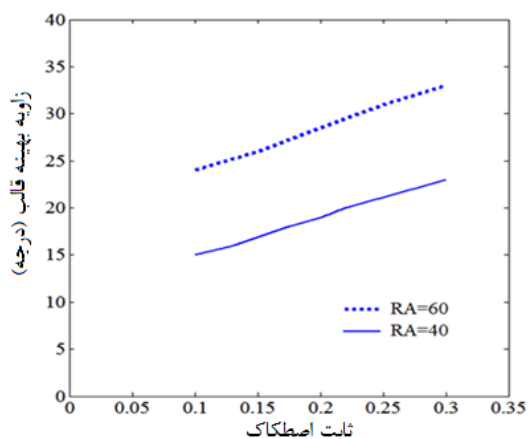
۳-۵- توان اصطکاکی

توان اصطکاکی تلف شده روی مرزهای اصطکاکی به طور کلی با استفاده از رابطه‌ی زیر تعریف می‌شود:

۱-۶- تأثیر پارامترهای مختلف بر نیروی اکستروژن و پارامتر شکل هندسی

۱-۱-۶- اثر درصد کاهش سطح مقطع و ضریب ثابت اصطکاک بر مقدار بهینه نیم زاویه قالب

در شکل (۲) منحنی تغییرات مقدار بهینه نیم زاویه قالب بر حسب ضریب ثابت اصطکاک با تغییر درصد کاهش سطح مقطع نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، با افزایش درصد کاهش سطح مقطع، مقدار بهینه نیم زاویه قالب افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش ضریب اصطکاک برشی، مقدار بهینه نیم زاویه قالب افزایش می‌یابد. زیرا با افزایش درصد کاهش سطح مقطع، قطر خروجی کاهش یافته و متناسب با آن مقدار بهینه نیم زاویه قالب افزایش می‌یابد.



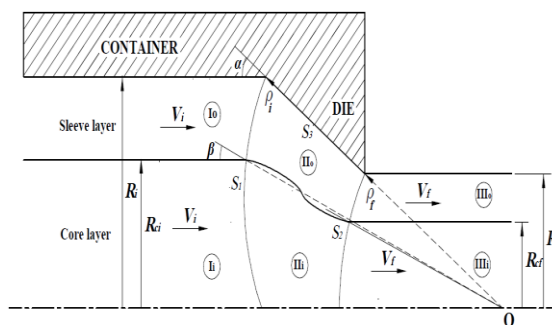
شکل (۲) اثر درصد کاهش سطح مقطع بر زاویه بهینه قالب.

۱-۲- اثر نیم‌زاویه قالب و ضریب ثابت اصطکاک بر نیروی اکستروژن

در شکل (۳) منحنی تغییرات نیروی اکستروژن بر حسب نیم زاویه قالب با تغییر ثابت اصطکاک بین پوسته و قالب در صورت ثابت بودن درصد کاهش سطح مقطع، نشان داده شده است. با افزایش مقدار ثابت اصطکاک بین پوسته و قالب، مقدار نیروی اکستروژن افزایش می‌یابد. همچنین می‌توان نتیجه گرفت که در زوایای بزرگ قالب، تأثیر ضریب ثابت اصطکاک در سطح بین پوسته و قالب اثری بر نیروی اکستروژن ندارد، در حالی که در زوایای کوچک قالب، نیروی اکستروژن با افزایش ضریب ثابت اصطکاک، در صورت ثابت بودن درصد کاهش سطح مقطع، کاهش می‌یابد. دلیل تغییرات عنوان شده در بالا به این دلیل است که در زوایای کوچک، سطح تماس اصطکاکی بیشتر است، بنابراین با افزایش ضریب ثابت اصطکاک در صورت ثابت بودن درصد کاهش سطح مقطع، توان اصطکاکی افزایش یافته و متناسب با آن نیروی اکستروژن افزایش می‌یابد. ولی در زوایای بزرگ، از آنجایی که سطح تماسی اصطکاکی به نسبت کمتر

شکل مرزی تعیین می‌شود. کم‌ترین مقدار b توان اکستروژن کل را تعیین می‌کند.

فرآیند اکستروژن دو فلز به همین شکل بوده و برای فلز دوم اندیس مربوطه قرار داده شده و روابط فوق عیناً تکرار می‌شوند.



شکل (۱) فرآیند اکستروژن میله دو فلزی، پارامترهای هندسی و نواحی تغییر شکل آن [11]

۶- بحث و نتایج

ابعاد بیلت برای انجام این آزمایش که بکار رفته، هسته از جنس آلومینیوم و پوسته از جنس مس می‌باشد. هسته آلومینیومی میله‌ای است با طول ۶۰ میلی‌متر و شعاع ۹ میلی‌متر و پوسته مسی لوله‌ای با طول ۶۰ میلی‌متر و شعاع ۱۵ میلی‌متر می‌باشد. ضریب ثابت اصطکاک

$$m = 0.2$$

بین پوسته و قالب می‌باشد.

مشخصات مکانیکی هسته آلومینیومی و پوسته مسی به صورت جدول‌های زیر داده شده است [10]

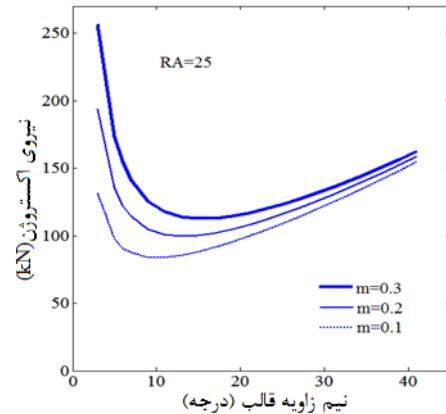
جدول ۱- مشخصات مکانیکی آلومینیوم

چگالی	مدول یانگ	تنش تسلیم	رابطه تنش- کرنش	ضریب پواسون
2710 kg/m ³	71 Gpa	95Mpa	$\sigma_{Al} = 189.2 \varepsilon^{0.239}$	0.3

جدول ۲- مشخصات مکانیکی مس

چگالی	مدول یانگ	تنش تسلیم	رابطه تنش- کرنش	ضریب پواسون
8960 kg/m ³	117 Gpa	260 Mpa	$\sigma_{Cu} = 335.2 \varepsilon^{0.113}$	0.35

است، بنابراین در صورت ثابت بودن درصد کاهش سطح مقطع، تغییرات نیروی اکستروژن چشم‌گیر نمی‌باشد.

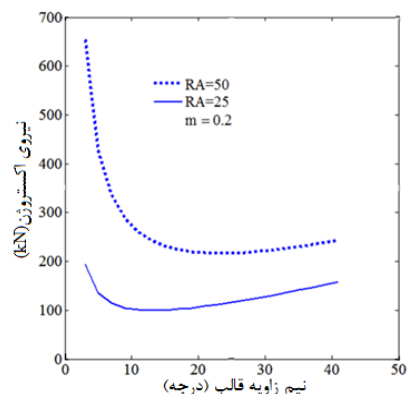


شکل (۳) اثر ضریب ثابت اصطکاک بر نیروی اکستروژن.

۳-۱-۶- اثر درصد کاهش سطح مقطع و نیم زاویه قالب بر نیروی اکستروژن

در شکل (۴) منحنی تغییرات نیروی اکستروژن بر حسب نیم زاویه قالب با تغییر در صد کاهش سطح مقطع و در صورت ثابت بودن ضریب ثابت اصطکاک، نشان داده شده است. همان‌طور که نشان داده شده است، با افزایش درصد کاهش سطح مقطع، مقدار بهینه نیم زاویه قالب کاهش می‌یابد. همچنین می‌توان نتیجه گرفت که در زوایای بزرگ، تغییر درصد کاهش سطح مقطع تأثیر چندانی بر روی نیروی اکستروژن نخواهد داشت. درحالی‌که در زوایای کم، نیروی اکستروژن با افزایش میزان درصد کاهش سطح مقطع در صورت ثابت بودن ضریب ثابت اصطکاک، کاهش می‌یابد.

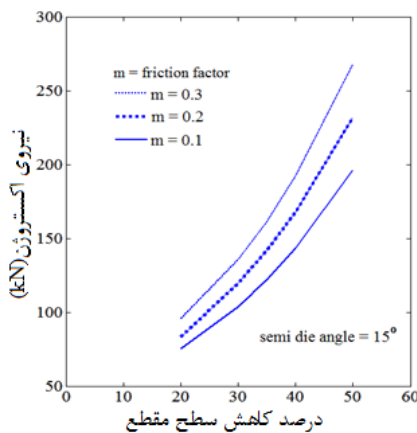
زیرا با افزایش نیم زاویه قالب علاوه بر این‌که طول سطح تماسی قالب با بیلت کاهش می‌یابد، بیلت با آزادی عمل‌بیش‌تر به سمت جلو حرکت می‌کند.



شکل (۴) اثر درصد کاهش سطح مقطع بر نیروی اکستروژن.

۴-۱-۶- اثر درصد کاهش سطح مقطع و ضریب ثابت اصطکاک بر نیروی اکستروژن

در شکل (۵) منحنی تغییرات نیروی اکستروژن بر حسب درصد کاهش سطح مقطع با تغییر ضریب ثابت اصطکاک و در صورت ثابت بودن نیم زاویه قالب، نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، با افزایش ضریب ثابت اصطکاک، نیروی اکستروژن افزایش می‌یابد. علاوه بر این می‌توان این نتیجه را گرفت که با افزایش درصد کاهش سطح مقطع، نیروی اکستروژن روندی افزایش خواهد داشت. زیرا با افزایش ضریب ثابت اصطکاک، نیروی تلف شده اصطکاک بالا رفته و متناسب با آن نیروی شکل‌دهی افزایش می‌یابد و با افزایش درصد کاهش سطح مقطع و در صورت ثابت بودن نیم زاویه قالب شعاع خروجی کم‌تر شده و نیروی بیش‌تری برای شکل‌دهی لازم می‌شود.



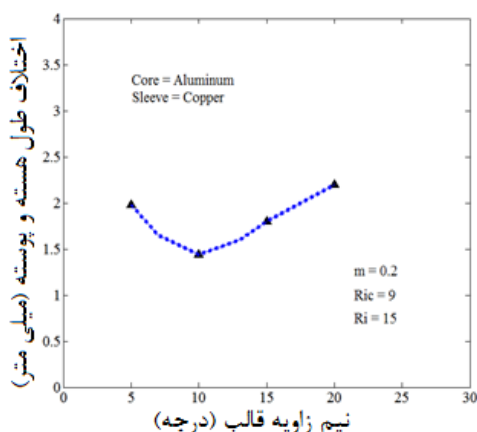
شکل (۵) اثر ضریب ثابت اصطکاک بر نیروی اکستروژن.

۵-۱-۶- اثر تغییرات نیم زاویه قالب بر نسبت ضخامت هسته به ضخامت پوسته‌ی محصول

شکل (۶) منحنی تغییرات نسبت ضخامت هسته به ضخامت پوسته در حالت خروج از قالب، با استفاده از روش شبیه سازی با نرم‌افزار آباکوس برای بیلت مقاله [10] رسم شده است. همان‌گونه که در شکل پیداست منحنی ابتدا حالت صعودی دارد و پس‌از آن کاهش می‌یابد. با توجه به شکل (۴) و مقایسه‌ی آن با شکل (۶) مشاهده می‌شود که بیش‌ترین مقدار نسبت ضخامت هسته به پوسته‌ی محصول در نیم زاویه بهینه‌ی قالب به دست می‌آید.

۶-۱-۷ اثر تغییرات نیم زاویه قالب بر اختلاف طول هسته و پوسته محصول

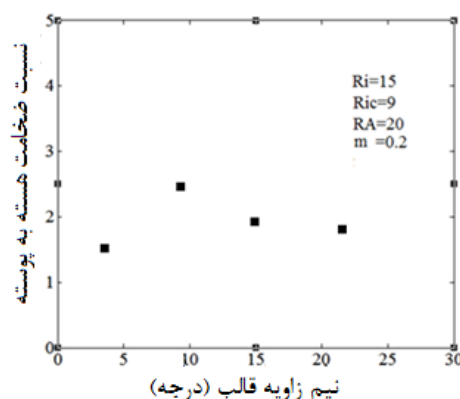
شکل (۸) منحنی اثر نیم زاویه قالب بر اختلاف طول هسته و پوسته محصول برای درصد کاهش سطح مقطع ۲۰٪ و بیلت [10]، با استفاده از روش شبیه سازی با نرم افزار آباکوس را نشان می دهد. همان گونه که از شکل منحنی مشخص است، نمودار در ابتدا حالت نزولی و پس از آن جهتی کاملاً صعودی را طی می کند. با دقت به شکل می توان این نتیجه را گرفت که کمترین مقدار اختلاف طول هسته و پوسته در زاویه پهنه ی قالب اتفاق می افتد.



شکل (۸) اثر نیم زاویه قالب بر اختلاف طول هسته و پوسته.

۶-۱-۸ اثر کاهش سطح مقطع بر نیروی اکستروژن در سه حالت

شکل (۹) منحنی تغییرات نیروی اکستروژن بر حسب درصد کاهش سطح مقطع و در صورت ثابت بودن نیم زاویه قالب برای سه حالت نشان می دهد. حالت اول موقعی است که مرز ورودی به صورت کروی باشد، حالت دوم مربوط به موقعی است که مرز ورودی به پارامتر هندسی مربوط و باشد و حالت سوم مربوط به کار آزمایشگاهی [10] را نشان می دهد. همان گونه که در شکل ملاحظه می شود، حالتی که مرز ورودی به پارامتر هندسی مربوط می شود، نیروی شکل دهی به حالت آزمایشگاهی نزدیک تر است.

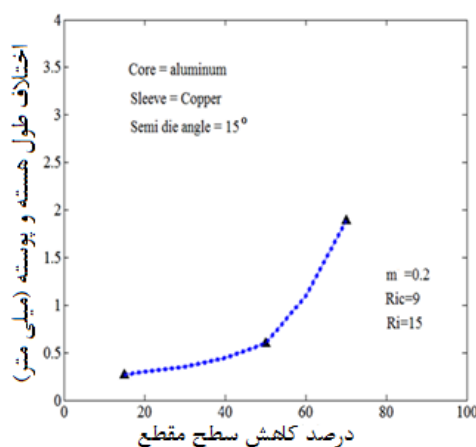


شکل (۶) ضخامت هسته به پوسته ی محصول نسبت به تغییرات نیم زاویه ی قالب.

۶-۱-۶ اثر تغییرات کاهش سطح مقطع بر اختلاف طول هسته و پوسته محصول

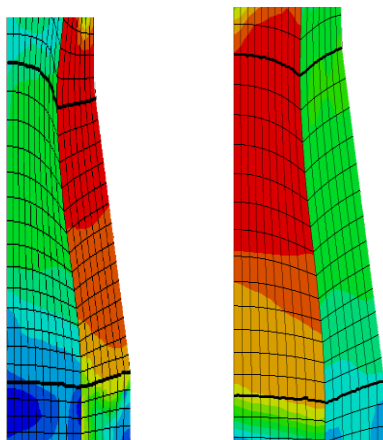
شکل (۷) منحنی اثر تغییرات کاهش سطح مقطع نسبت به اختلاف طول هسته و پوسته ی محصول برای نیم زاویه ی قالب ۱۵ درجه و بیلت [10]، با استفاده از روش شبیه سازی با نرم افزار آباکوس را نشان می دهد. همان گونه که از شکل منحنی مشخص است، نمودار روندی کاملاً صعودی دارد و می توان این صعودی بودن نمودار را این گونه توجیه نمود که با افزایش درصد کاهش سطح مقطع، و ثابت بودن زاویه ی قالب به دنبال آن افزایش طول قالب را خواهیم داشت و به دلیل افزایش طول قالب، سطح اصطکاکی بین قالب و پوسته افزایش می یابد و این امر باعث می شود تا توان اصطکاکی بیش تر شده و پوسته به طبع دیرتر از هسته از قالب خارج شود.

همان گونه که در شکل واضح اختلاف بین طول هسته و پوسته ی محصول چندان چشم گیر نمی باشد، و این امر به این دلیل می باشد که هسته و پوسته قبل از ورود به قالب به هم متصل می باشند.



شکل (۷) منحنی اختلاف طول هسته و پوسته ی محصول نسبت به تغییرات نیم زاویه ی قالب.

جابه‌جایی دو فلز مرز ورودی نسبت به مرز خروجی تغییرات چندانی نمی‌نماید.

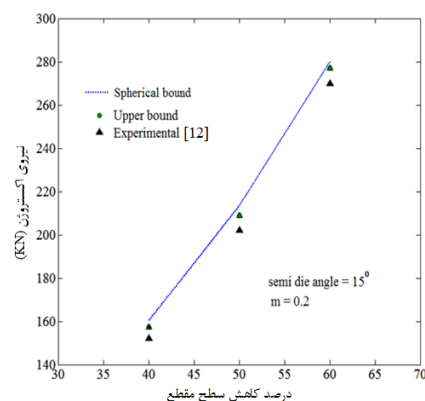


(a) (b)

شکل ۱۱-مقایسه‌ی مرزهای ورودی و خروجی در ناحیه‌ی تغییر شکل: (a). Al/Cu و (b). Cu/Al

۶-۲-۳-مقایسه‌ی توزیع تنش در میله‌ی Al/Cu و Cu/Al

در شکل ۱۲ قسمت (a) توزیع تنش در میله‌ی Al/Cu و در قسمت (b) توزیع تنش در میله‌ی Cu/Al را نشان می‌دهد. همان‌گونه که از شکل مشاهده می‌شود توزیع تنش در میله‌ی Al/Cu نسبت به توزیع تنش در میله‌ی Cu/Al یک‌نواخت‌تر می‌باشد و دلیل این امر را می‌توان این‌گونه توضیح داد، حالتیکه مس به‌صورت پوسته‌ی میله‌ی دوفلزی باشد، وجود مس باعث می‌شود نیروی وارده از طرف قالب به میله توسط مس که تنش شارش بیشتری دارد گرفته شود و کمتر به هسته‌ی آلومینیومی برسد ولی در حالت برعکس که آلومینیوم به‌صورت پوسته است به دلیل سبک بودن آلومینیوم نیروی وارد از طریق قالب به هسته‌ی مسی می‌رسد.

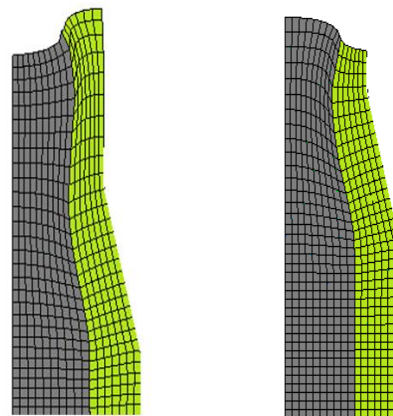


شکل (۹) مقایسه‌ی با درصد کاهش سطح مقطع بر نیروی اکستروژن با استفاده از روش کرانه‌ی بالایی و آزمایش [10]

۶-۲-۲-بررسی تغییر پارامترهای متفاوت بر اثر جابه‌جایی هسته و پوسته

۶-۲-۱-مقایسه‌ی جریان هسته و پوسته در میله‌ی Al/Cu و Cu/Al

همان‌گونه که در شکل (۱۰) ملاحظه می‌شود، در شکل (a) پوسته سریع‌تر و در شکل (b) هسته سریع‌تر خارج شده است. این موضوع این‌گونه توصیف می‌گردد که در شکل (a) جنس پوسته که سریع خارج شده است، آلومینیوم می‌باشد و در شکل (b) که هسته سریع‌تر خارج شده است نیز از آلومینیوم می‌باشد. و از آنجایی که تنش سیلان آلومینیوم کمتر از تنش سیلان مس باشد، بنابراین سریع‌تر خارج می‌شود.



(a) (b)

شکل ۱۰-نحوه‌ی خروج هسته و پوسته از قالب: (a). Cu/Al و (b). Al/Cu

۶-۲-۲-مقایسه‌ی مرز ورودی و خروجی در میله‌ی Al/Cu و Cu/Al

در زیر شکل (a) حالتی است که میله Al/Cu و در شکل (b) حالتی است که میله Cu/Al می‌باشد. با توجه به این نکته که نیروی لازم برای میله Al/Cu بیشتر ترمی‌باشد، بنابراین تغییر شکل ایجادشده در این میله نیز بیشتر ترمی‌باشد. البته همان‌گونه که در شکل دیده می‌شود، با

لطفی نسب و گل شکوه

مقطع، مقدار بهینه‌ی نیم زاویه‌ی قالب کاهش می‌یابد. همچنین می‌توان نتیجه گرفت که در زوایای بزرگ، تغییر درصد کاهش سطح مقطع تأثیر چندانی بر روی نیروی اکستروژن نخواهد داشت. درحالی‌که در زوایای کم، نیروی اکستروژن با افزایش میزان درصد کاهش سطح مقطع در صورت ثابت بودن ضریب ثابت اصطکاک، کاهش می‌یابد.

۷- پیشنهاداتی برای مطالعات آینده

در راستای پژوهش صورت گرفته پیشنهاداتی جهت غنای این پژوهش در آینده ارائه می‌شود:

۱- آزمایشات تجربی برای فلزات مختلف انجام شود.

۲- ثابت اصطکاک از تست حلقه فشاری بصورت دقیق استخراج گردد.

۳- از روان کننده های متفاوت مانند پودر تالکوم، گریس، روغن‌های صنعتی استفاده شده و اثرات هر کدام در نظر گرفته شود.

مراجع

[1] Avitzur, B., *Analysis of wire drawing and extrusion through conical dies of small cone angle*. Journal of Engineering for Industry, 1963. 1(1): p. 89-95.

[2] Avitzur, B., *Analysis of wire drawing and extrusion through conical dies of large cone angle*. Journal of Engineering for Industry, 1964. 1(1): p. 305-314.

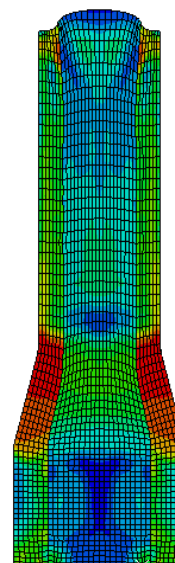
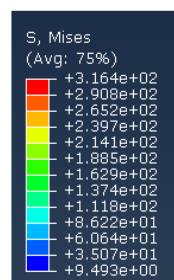
[3] R. Ebrahimia, M.R., M. Kanaania, M.M. Moshksara, *An upper-bound analysis of the tube extrusion process*. Journal of Materials Processing Technology, 2008. 199(1): p. 214-220.

[4] K. Osakada, M.L., P. B. Mellor, *Hydrostatic extrusion of composite rods with hard cores*. Int. J. mech. Sci., 1972. 15(1): p. 291-307.

[5] Peng, D.S., *An upper-bound analysis of the geometric shape of the deformation zone in rod extrusion*. Journal of Materials Processing Technology, 1989. 21(1): p. 303-311.

[6] D. Y. Yang, Y.G.K., C. M. Lee, *An upper-bound solution for axisymmetric extrusion of composite rods through curved dies*. Int. J. Mach. Tools Manufact., 1991. 31(4): p. 565-575.

N., R. Venkatesan, S. Senthilkumar, [7] R. Ponlagusamy, R *Computer-aided metal flow investigation in streamlined extrusion dies*. Materials and Design, 2008. 29(1): p. 1228-1239.



(a)

(b)

شکل ۱۲-مقایسه‌ی توزیع تنش : (a). Al/Cu و (b). Cu/Al

۷- نتیجه گیری

با افزایش درصد کاهش سطح مقطع، مقدار بهینه‌ی نیم زاویه‌ی قالب افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش ضریب اصطکاک برشی، مقدار بهینه‌ی زاویه‌ی قالب افزایش می‌یابد. زیرا با افزایش درصد کاهش سطح مقطع، قطر خروجی کاهش یافته و متناسب با آن مقدار بهینه‌ی زاویه‌ی قالب افزایش می‌یابد. با افزایش مقدار ثابت اصطکاک بین پوسته و قالب، مقدار نیروی اکستروژن افزایش می‌یابد. همچنین می‌توان نتیجه گرفت که در زوایای بزرگ قالب، تأثیر ضریب ثابت اصطکاک در سطح بین پوسته و قالب اثری بر نیروی اکستروژن ندارد با افزایش درصد کاهش سطح

[10] Yeong-Maw Hwang, T.-F.H., *An investigation into the plastic deformation behavior within a conical die during composite rod extrusion*. journal of Materials Processing Technology, 2002. 121(1): p. 226-233

[11] B. Avitzur, R.W., S. Talbert, Y.T.Chou, *Analysis of core fracture in drawing of bimetal rods and wires*. Journal of Engineering for Industry, 1986. 108(1): p. 133-140

[8] T. Sheppard.(1999), "Extrusion of Aluminum Alloys", Kluwer Academic Publishers, 2ndedition.

[9] Peng, D.S., *An upper-bound analysis of the geometric shape of the deformation zone in rod extrusion*. Journal of Materials Processing Technology, 1989. 21(1): p. 303-311