کاربرد و مقایسه روش‌های بولتزمن شبکه‌ای مختلف در شبیه‌سازی جریان‌های در ابعاد میکرو

احمدرضا رحمتی[1*]، سینا نیازی[2]

۱- استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان
۲- دانش آموخته کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان

دریافت: بهار ۹۷ پذیرش: تابستان ۹۸

چکیده

در این تحقیق برنامه‌های کامپیوتری بر مبنای روش‌های بولتزمن شبکه‌ای با ضریب تخفیف منفرد، چندتایی و انتروپی توسعه داده شده‌اند که قابلیت شبیه‌سازی میکروجریان‌های همدمای دو بعدی در یک حفره و یک کانال در اعداد نادسن مختلف را دارا می‌باشند. این برنامه‌ها می‌توانند جریان گاز را در رژیم لغزشی و تا حدودی رژیم گذار شبیه‌سازی کنند. در این برنامه‌ها برای شبیه‌سازی میکروجریان‌ها، از شرایط مرزی پخش مولکولی و روش ترکیبی کمانه کردن و آینه‌ای برای در نظر گرفتن لغزش روی دیواره‌ها استفاده شده است. همچنین برای محاسبه‌ی ضریب تخفیف روش‌های بولتزمن شبکه‌ای، از مرتبط کردن آن به عدد نادسن استفاده شده است. سپس با تحلیل و بررسی نتایج شبیه‌سازی‌ها، به مقایسه‌ی روش‌های بولتزمن شبکه‌ای مختلف در شبیه‌سازی جریان‌های در ابعاد میکرو پرداخته شده است. با مقایسه‌ی نتایج شبیه‌سازی‌های عددی به دست آمده در این کار با نتایج دیگران در سایر مقالات، اعتبار و صحت برنامه‌های کامپیوتری و دقت جوابها مورد بررسی قرار گرفته که کارآمدی روش‌های بولتزمن شبکه‌ای مختلف در شبیه‌سازی جریان در هندسه‌های در مقیاس میکرو را نشان می‌دهد.

***عهده‌دار مکاتبات:** ar_rahmati@kashanu.ac.ir

کلمات کلیدی: روش بولتزمن شبکه‌ای، ضریب تخفیف، عدد نادسن، میکروحفره، میکروکانال.

۱- مقدمه

فرآیندهای ساخت ماشین‌های با ابعاد کوچک، در سالهای اخیر به شدت گسترش پیدا کرده‌اند. این وسایل کوچک اغلب به عنوان حسگرهایی برای فشار، دما، دبی جرمی، سرعت، صدا و به عنوان شتاب سنجهایی برای حرکت عمودی و افقی و همچنین یک عضو ساده از موتور گرمایی میکرونی و پمپ گرمایی میکرونی به کار می‌روند. سیستم‌های میکروالکترومکانیک[1]، به وسایلی که طول مشخصه‌ای کمتر از mm ۱ و بیشتر از μm ۱ دارند اطلاق می‌شود که شامل اجزای مکانیکی و الکتریکی می‌باشند [۱].

با توسعه‌ی سیستم‌های میکروالکترومکانیکی، میکروجریان به یکی از موضوعات مورد توجه محققان تبدیل شده است. جریان سیال در وسایل کوچک رفتار متفاوتی با رفتار سیال در هندسه‌های ماکرو دارد و نتایج حاصل از کارهای تجربی در وسایل میکرونی با نتایج تئوری حاصل از روشهای مرسومی که برای حل جریان سیال استفاده می‌شوند، اختلاف قابل ملاحظه‌ای دارند.

با توجه به مشکل بودن فراهم آوردن امکانات آزمایشگاهی و هزینه‌بر بودن آنها، دستیابی به روشهایی جهت تحلیل جریان در هندسه‌های با ابعاد میکرو ضروری به نظر می‌رسد. علی‌رغم این که حل‌های تحلیلی برای درک کیفی میکروجریان‌ها و همچنین برای اعتبارسنجی روش‌های عددی مهم هستند، اما آنها قطعاً تمام نیازهای دینامیک سیالات محاسباتی کاربردی را پوشش نمی‌دهند. در میان روش‌های مختلف عددی، روش بولتزمن شبکه-ای[2] که در اواخر دهه‌ی ۱۹۸۰ توسعه داده شده است، به دلیل رویکرد مبتنی بر ذره‌ی آن برای شبیه‌سازی جریان‌های پیچیده‌ی سیال توجهات فراوانی را به خود معطوف کرده است [۲-۵].

1. Micro-Electro-Mechanical Systems (MEMS)

2. Lattice Boltzmann Method (LBM)

[DOR: 20.1001.1.20089813.1398.6.3.2.6]

دی هومیرس [۶] روش بولتزمن شبکه‌ای با ضریب تخفیف چندتایی[1] را که دقت و پایداری بیشتری نسبت به روش بولتزمن شبکه‌ای استاندارد یا با روش بولتزمن شبکه‌ای با ضریب تخفیف منفرد[2] دارد، ارائه کرد.

آنسومالی و کارلین [۷] روش بولتزمن شبکه‌ایی را مبتنی بر توابع انتروپی و تئوری H، موسوم به روش بولتزمن شبکه‌ای انتروپی[3] ارائه کردند. همچنین ایشان [۸] نشان دادند که روش بولتزمن شبکه‌ای انتروپی برای شبیه‌سازی جریان‌های همدمای دوبعدی، افزایش قابل توجهی را در پایداری نسبت به مدل‌های بولتزمن شبکه‌ای معمولی ارائه می‌دهد.

در چند سال اخیر استفاده از روش‌های بولتزمن شبکه‌ای برای شبیه‌سازی جریان در هندسه‌های با ابعاد میکرو مورد توجه محققین قرار گرفته است [۱۰،۹]. دلیل عمده برای استفاده از این روش‌ها جهت شبیه‌سازی جریان در هندسه‌های با ابعاد میکرو، منظور نکردن هیچ شرطی برای پیوستار بودن جریان برای به دست آوردن معادلات حاکم در این روش‌ها می‌باشد. در ادامه به بررسی برخی از کارهای انجام شده برای شبیه‌سازی جریان‌های در هندسه‌های میکرو با استفاده از روش‌های بولتزمن شبکه‌ای می‌پردازیم.

نی و همکاران [۱۱] جهت شبیه‌سازی جریان در هندسه‌های با ابعاد میکرو، ضریب تخفیف در روش بولتزمن شبکه‌ای را با وارد کردن چگالی محلی در آن اصلاح کردند. در محاسبه‌ی ضریب تخفیف از پارامتری استفاده شد که با مقایسه‌ی نتایج تجربی به دست آمده است. آنها روش خود را برای مطالعه‌ی سرعت لغزشی روی دیواره و افت فشار غیر خطی در طول میکروکانال به کار بردند. لیم و همکاران [۱۲] روش بولتزمن شبکه‌ای را ارائه کردند که جریان در یک میکروکانال با اختلاف فشار را مدل می‌کرد. آنها با استفاده از تئوری سینتیک، عدد نادسن را در محاسبه‌ی ضریب تخفیف وارد کردند. نتایج جریان‌های کانال دوبعدیشان را با داده‌های تجربی و همچنین حل تحلیلی آرکیلیک و همکاران [۱۳] مقایسه کردند. نیو و همکاران [۱۴] روش بولتزمن شبکه‌ای انتروپی را برای شبیه‌سازی جریان در یک میکروکانال و جریان میکرو کوئت به کار بردند. همچنین برای در نظر گرفتن اثرات لغزشی روی دیواره‌ها شرط مرزی پخش مولکولی[4] را معرفی کردند. تانگ و همکاران [۱۵] جریان گاز در یک میکروکانال را بررسی کردند. آنها روش نی و همکاران [۱۱] را که برای شبیه‌سازی جریان در میکروکانال وابسته به داده‌های تجربی بود، اصلاح کردند. جهت در نظر گرفتن لغزش روی دیواره‌ها، شرط مرزی را ارائه کردند که ترکیبی از شرایط مرزی کمانه کردن[5] و آینه‌ای[6] بود. آنها نتایج کار خود مثل توزیع سرعت و فشار در طول میکروکانال را با کارهای عددی دیگران مقایسه کردند. زانگ و همکاران [۱۶] روش بولتزمن شبکه‌ایی را ارائه کردند که در آن برای در نظر گرفتن اندرکنش دیواره‌ی جامد و گاز، ضریب تطابق ممنتوم مماسی[7] را به کار بردند. همچنین با وابسته کردن ضریب تخفیف به عدد نادسن، جریان گاز را در یک میکروکانال و برای رژیم لغزشی شبیه‌سازی کردند. شرایط مرزی آنها در حالتی مشابه ترکیب روش کمانه کردن و آینه‌ای عمل می‌کند. آنسومالی و همکاران [۱۷] مدل بولتزمن شبکه‌ای انتروپی را برای شبیه‌سازی رفتار میکروجریان‌ها معرفی کردند. ایشان برای ارزیابی روش خود جریان پوازی را در تمام گستره‌ی اعداد نادسن شبیه‌سازی کردند. زالماس [۱۸] بسط مدل بولتزمن شبکه‌ای انتروپی را فراتر از سطح هیدرودینامیکی ارائه کرد. همچنین رویکرد شبه تعادلی برای به دست آوردن دینامیک مرتبه‌ی بالاتر در شبیه‌سازی میکرو-جریان‌ها معرفی شد که مطابقت رضایت بخشی را با نتایج دیگران به دست داد. همچنین وی [۱۹] جریان میکروکانال را با استفاده از روش بولتزمن شبکه‌ای با ضریب تخفیف چندتایی برای محدوده‌ی اعداد نادسن محدود بررسی کرد. شیرانی و جعفری [۲۰] روش بولتزمن شبکه‌ای را برای شبیه-سازی جریان‌های در ابعاد میکرو استفاده کردند. ایشان همچنین ترکیبی از شرایط مرزی کمانه کردن و آینه‌ای را اعمال کردند که نتایجشان در توافق خوبی با سایر نتایج تحلیلی و تجربی بود. پرومال و همکاران [۲۱] روش بولتزمن شبکه‌ای را برای محاسبه‌ی جریان در هندسه‌های میکرو به کار بردند و ویژگی‌های جالبی را از جریان‌های میکروکانال و میکروحفره نشان دادند. هارتینگ و همکاران [۲۲] مطالعات اخیر در رابطه با بررسی اثر لغزش مرزی با استفاده از شبیه‌سازی‌های بولتزمن شبکه‌ای را مرور کردند. آنها قابلیت کاربرد این روش را در مواجهه با سوالات بنیادی در مورد میکروسیالات در مسائل نمونه‌ی مختلف نشان دادند. پرازیاناکیس و آنسومالی [۲۳] شبیه‌سازی میکروجریان‌ها را با استفاده از روش بولتزمن شبکه‌ای انجام دادند. آنها جریان کوئت صفحه‌ای را برای هر عدد نادسنی شبیه‌سازی کردند و با نتایج تحلیلی مقایسه کردند. آی و همکاران [۲۴] روش بولتزمن شبکه‌ای را برای تحلیل مسائل خاص جریان میکروحفره برای عدد رینولدز ۴۰۰ و جریان میکروکانال برای گرادیان فشارهای مختلف حل کردند.

در کار حاضر به مقایسه‌ی کاربرد روش‌های بولتزمن شبکه‌ای مختلف در شبیه‌سازی جریان‌های در ابعاد میکرو پرداخته خواهد شد. روش‌های بولتزمن شبکه‌ای با ضریب تخفیف منفرد، چندتایی و انتروپی در شبیه-سازی میکروجریان ها در یک حفره و یک کانال در اعداد نادسن مختلف استفاده خواهد شد. در برنامه‌های کامپیوتری موجود، برای شبیه‌سازی میکروجریان‌ها، از هر دو شرط مرزی پخش مولکولی و روش ترکیبی کمانه کردن و آیینه‌ای برای در نظر گرفتن لغزش روی دیوارها استفاده می‌شود. سپس به مقایسه‌ی این روش‌ها و بررسی مزایای هر یک در شبیه سازی جریان‌های در ابعاد میکرو پرداخته خواهد شد.

۲- مقدمه‌ای بر روش‌های بولتزمن شبکه‌ای مختلف

۲-۱- روش بولتزمن شبکه‌ای استاندارد

مدل‌های بولتزمن شبکه‌ای که اخیراً به کار گرفته شده‌اند با استفاده از یک مدل تقریبی که توسط بهاتنگار، گروس و کروک [۲۵] ارائه شده است که اختصاراً تقریب بی‌جی‌کی نامیده می‌شود و در آن توزیع ذرات همواره نزدیک توزیع تعادلی است، ساده شده‌اند. با استفاده از این تقریب، معادله‌ی بولتزمن شبکه‌ای به شکل زیر نوشته می‌شود:

1. Multi-Relaxation-Time Lattice Boltzmann Method (MRTLBM)
2. Single-Relaxation-Time Lattice Boltzmann Method (SRTLBM)
3. Entropic Lattice Boltzmann Method (ELBM)
4. Diffuse Scattering Boundary Condition (DSBC)
5. Bounce-Back
6. Specular
7. Tangential Momentum Accommodation Coefficient (TMAC)

[DOR: 20.1001.1.20089813.1398.6.3.2.6]

$$f_i(\mathbf{x}+\mathbf{c}_i\Delta t, t+\Delta t)=f_i(\mathbf{x},t)-\frac{\Delta t}{\tau}\left[f_i(\mathbf{x},t)-f_i^{eq}(\mathbf{x},t)\right] \quad (۱)$$

که در آن f_i تابع توزیع چگالی در جهت i، f_i^{eq} تابع توزیع تعادلی محلی متناظر با آن، τ ضریب تخفیف منفرد، k تعداد جهات شبکه و $\mathbf{c}_i$ سرعت ذرات در جهات مختلف شبکه می‌باشند. با اعمال بسط چند زمانه‌ی چاپمن- انزکوگ[1] روی معادله‌ی (۱)، ضریب تخفیف به گونه‌ای بیان می‌شود که معادلات ناویر- استوکس قابل بازیابی باشند [۱۰]. τ به وسیله‌ی رابطه‌ی زیر با ویسکوزیته ارتباط دارد [۱۰،۲]:

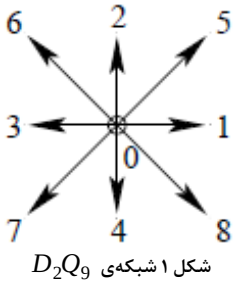
$$\upsilon = c_s^2\Delta t(\tau-0.5) \quad (۲)$$

که υ ویسکوزیته‌ی سینماتیکی و c_s سرعت صوت می‌باشند. سرعت صوت برای مدل شبکه‌ی D_2Q_9 برابر با $c=\frac{\Delta x}{\Delta t}$ است. $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)c$ سرعت جاری شدن ذرات است، که در آن Δx و Δt به ترتیب فاصله-بندی شبکه و گام زمانی می‌باشند.

در کار حاضر مسئله دوبعدی است و از یک شبکه‌ی مربعی چند سرعتی با عنوان D_2Q_9 استفاده شده است (شکل ۱). سرعت ذرات در جهات مختلف شبکه به شکل زیر بیان می‌شوند [۲،۳،۹،۱۰]:

$$\mathbf{c}_i=\begin{cases}(0,0), & i=0,\\ \begin{pmatrix}\cos\left[(i-1)\pi/2\right],\\ \sin\left[(i-1)\pi/2\right]\end{pmatrix}c, & i=1,2,3,4,\\ \sqrt{2}\begin{pmatrix}\cos\left[(i-5)\pi/2+\pi/4\right],\\ \sin\left[(i-5)\pi/2+\pi/4\right]\end{pmatrix}c, & i=5,6,7,8.\end{cases} \quad (۳)$$

سرعت شبکه $\mathbf{c}_i=(c_{ix},c_{iy})$ دارای اندازه‌ی یک برای جهات $i=1,2,3,4$ می‌باشد و مقدار آن برابر $\sqrt{2}$ در جهات $i=5,6,7,8$ می‌باشد. c برابر یک می‌باشد.



شکل ۱ شبکه‌ی D_2Q_9

وقتی که توابع توزیع مشخص شدند، خواص ماکروسکوپیک از قبیل چگالی، ممنتوم و فشار، به سادگی از روابط زیر حاصل می‌شوند [۲،۳،۹،۱۰]:

$$\rho=\sum_{i=0}^{k}f_i,\quad \rho\mathbf{u}=\sum_{i=0}^{k}\mathbf{c}_i f_i,\quad P=\frac{1}{3}\rho c^2 \quad (۴)$$

توابع توزیع تعادلی به شکل زیر تعریف می‌شوند [۹،۱۰،۲]:

$$f_i^{eq}=w_\alpha\rho\left[1+3\frac{\mathbf{c}_i\cdot\mathbf{u}}{c^2}+\frac{9}{2}\frac{(\mathbf{c}_i\cdot\mathbf{u})^2}{c^4}-\frac{3}{2}\frac{\mathbf{u}^2}{c^2}\right] \quad (۵)$$

که در آن ضریب وزنی w_α برای $i=0$ برابر $\frac{4}{9}$، برای $i=1,2,3,4$ برابر $\frac{1}{9}$ و برای $i=5,6,7,8.$ برابر $\frac{1}{36}$ می‌باشد.

معادله‌ی (۱) به معادله‌ی بولتزمن شبکه‌ای استاندارد یا روش بولتزمن شبکه‌ای با ضریب تخفیف منفرد مشهور است. از آنجایی که معادله‌ی (۱) برخوردهای بین ذرات در جریان شبیه‌سازی شده یعنی مرحله‌ی برخورد و مرحله‌ی انتشار را بیان می‌کند، می‌توان آن را به دو گام در حل عددی تقسیم بندی کرد:

$$f_i^*(\mathbf{x},t)=f_i(\mathbf{x},t)-\frac{1}{\tau}\left[f_i(\mathbf{x},t)-f_i^{eq}(\mathbf{x},t)\right] \quad (۶)$$

$$f_i(\mathbf{x}+\mathbf{c}_i\Delta t, t+\Delta t)=f_i^*(\mathbf{x},t) \quad (۷)$$

۲-۲- روش بولتزمن شبکه‌ای با ضریب تخفیف چندتایی

معادله‌ی بولتزمن شبکه‌ای با ضریب تخفیف چندتایی به صورت زیر نشان داده می‌شود [۶،۵،۴،۱۹،۱۰،۲۶]:

$$f_i(\mathbf{x}+\mathbf{c}_i\Delta t, t+\Delta t)-f_i(\mathbf{x},t)=-\mathbf{M}^{-1}\mathbf{S}\left[\mathbf{m}(\mathbf{x},t)-\mathbf{m}^{eq}(\mathbf{x},t)\right] \quad (۸)$$

که در آن گام برخورد توسط بردارهای $\mathbf{m}$ و گام جریان توسط بردارهای $\mathbf{f}$ پوشش داده می‌شوند. $\mathbf{M}$ یک ماتریس تبدیل یک به یک و خطی است، به طوری که داریم:

$$\mathbf{m}=\mathbf{M}\mathbf{f},\quad \mathbf{f}=\mathbf{M}^{-1}\mathbf{m} \quad (۹)$$

ماتریس $\mathbf{M}$ برای مدل شبکه‌ی D_2Q_9 به این صورت می‌باشد:

$$\mathbf{M}=\begin{bmatrix}1&1&1&1&1&1&1&1&1\\-4&-1&-1&-1&-1&2&2&2&2\\4&-2&-2&-2&-2&1&1&1&1\\0&1&0&-1&0&1&-1&-1&1\\0&-2&0&2&0&1&-1&-1&1\\0&0&1&0&-1&1&1&-1&-1\\0&0&-2&0&2&1&1&-1&-1\\0&1&-1&1&-1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&-1&1&-1\end{bmatrix}$$

در معادله‌ی (۸)، $\mathbf{m}(\mathbf{x},t)$ و $\mathbf{m}^{eq}(\mathbf{x},t)$ بردارهای ممنت و ممنت تعادلی هستند به طوری که $\mathbf{m}=(m_0,m_1,m_2,...,m_n)^T$ است. بردار ممنت $\mathbf{m}$ برای مدل D_2Q_9 به صورت زیر است:

1. Chapman-Enskog expansion

[DOR: 20.1001.1.20089813.1398.6.3.2.6]

$$\mathbf{m}=\left(\rho,e,\varepsilon,j_x,q_x,j_y,q_y,p_{xx},p_{xy}\right)^T \qquad (۱۰)$$

که در آن ρ چگالی، e انرژی، ε مربع انرژی، $\mathbf{j}=\left(\rho u_x,\rho u_y\right)$ ممنتوم، $\mathbf{q}=\left(q_x,q_y\right)$ شار گرما و p_{xx} و p_{xy} تنش‌ها هستند. مولفه‌های بردار ممنت $\mathbf{m}^{eq}$ به صورت زیر است:

$$\begin{aligned}
&m_0^{eq}=\rho,\quad m_1^{eq}=-2\rho+3(j_x^2+j_y^2),\\
&m_2^{eq}=\rho-3(j_x^2+j_y^2),\quad m_3^{eq}=j_x,\\
&m_4^{eq}=-j_x,\quad m_5^{eq}=j_y,\quad m_6^{eq}=-j_y,\\
&m_7^{eq}=(j_x^2-j_y^2),\quad m_8^{eq}=j_x j_y
\end{aligned} \qquad (۱۱)$$

که در آن،

$$j_x=\rho u_x=\sum_i f_i^{eq}c_{ix},\quad j_y=\rho u_y=\sum_i f_i^{eq}c_{iy} \qquad (۱۲)$$

در معادله‌ی (۸)، $\mathbf{S}$ ماتریس تخفیف در فضای ممنت است که برای مدل D_2Q_9، به صورت زیر است:

$$\mathbf{S}=diag\,(1.0,1.4,1.4,s_3,1.2,s_5,1.2,s_7,s_8) \qquad (۱۳)$$

که در آن s_i نرخ تخفیف برای ممنت m_i می‌باشد به طوری که $s_7=s_8=2/(1+6\upsilon)$، s_3 و s_5 دلخواه هستند و می‌توان مقدار آن‌ها را یک قرار داد.

۳-۲- روش بولتزمن شبکه‌ای انتروپی

معادله‌ی بولتزمن شبکه‌ای انتروپی دوبعدی به همراه تقریب بی‌جی‌کی را می‌توان به این صورت نوشت [۷،۸،۱۷،۱۸،۲۷]:

$$\begin{aligned}
f_i\left(\mathbf{x}+\mathbf{c}_i\Delta t,t+\Delta t\right)&=f_i\left(\mathbf{x},t\right)\\
&+\frac{\beta\,\Delta t}{2\tau+\Delta t}\left(f_i^{eq}\left(\mathbf{x},t\right)-f_i\left(\mathbf{x},t\right)\right)
\end{aligned} \qquad (۱۴)$$

پارامتر β با استفاده از تابع H، از حل معادله‌ی غیرخطی زیر به دست آمده است [۲۸،۱۰]:

$$H\left(\mathbf{f}\right)=H\left(\mathbf{f}+\beta\left(\mathbf{f}^{eq}-\mathbf{f}\right)\right) \qquad (۱۵)$$

که برای مسائل همدمای دوبعدی، شکل گسسته‌ی تابع H می‌تواند به این صورت نوشته شود [۲۸،۱۰]:

$$H=\sum_{i=0}^{k}f_i\ln\left(\frac{f_i}{w_i}\right) \qquad (۱۶)$$

که در آن w_i ضرایب وزنی مرتبط با سرعت گسسته‌ی $\mathbf{c}_i$ می‌باشد و k تعداد جهات شبکه را مشخص می‌کند.

معادله‌ی (۱۵) در هر محل از شبکه، باید برای β به طور عددی حل شود و ضریب تخفیف به طور محلی تنظیم شود. به منظور به حداقل رساندن این تلاش‌های محاسباتی، به این مورد می‌توان اشاره کرد که در بیشتر محدوده‌ی شبیه‌سازی، β نزدیک به مقدار تعادلی محلیش یعنی $\beta^{eq}=2$ می‌باشد.

متغیرهای ماکروسکوپیک $(\rho,\mathbf{u})$ می‌توانند با استفاده از قوانین بقای جرم و ممنتوم محاسبه شوند (معادله‌ی ۴). همچنین تابع تعادلی f_i^{eq} را به این صورت داریم [۲۸،۱۰]:

$$f_i^{eq}=w_i\rho\prod_{j=1}^{2}\left(2-\sqrt{1+3u_j^2}\right)\left(\frac{2u_j+\sqrt{1+3u_j^2}}{1-u_j}\right)^{\frac{c_{ij}}{c}} \qquad (۱۷)$$

که در آن j اندیس جهت‌های فضایی می‌باشد. لازم به ذکر است که توان در معادله‌ی (۲۶) یعنی $\frac{c_{ij}}{c}$ فقط مقادیر ±1 و صفر را اختیار می‌کند.

۳- روش حل میکروجریان‌ها

۳-۱- محاسبه‌ی ضریب تخفیف بر حسب عدد نادسن

پارامتر کلیدی در استفاده از روش‌های بولتزمن شبکه‌ای برای میکرو-جریان‌ها، ضریب تخفیف می‌باشد. از تئوری سینتیک، ضریب تخفیف در تقریب بی‌جی‌کی را برای میدان هیدرودینامیکی می‌توان به صورت نسبت فاصله‌ی میانگین مولکولی λ به سرعت گرمایی میانگین $\langle\nu\rangle=\sqrt{8RT/\pi}$ بیان کرد [۲۲،۲۳،۲۴،۱۱،۱۲،۲]:

$$\tau=\frac{\lambda}{\langle\nu\rangle}=\frac{\lambda}{\sqrt{8RT/\pi}} \qquad (۱۸)$$

با توجه به این نکته که در روش بولتزمن شبکه‌ای $c_s=\sqrt{RT}$ است و برای مدل D_2Q_9 برابر $\frac{1}{\sqrt{3}}$ است، با تقریب می‌توان به رابطه‌ی زیر برای ضریب تخفیف رسید:

$$\tau=\sqrt{\frac{3\pi}{8}}\lambda\cong Kn\cdot N_y\cdot\Delta x \qquad (۱۹)$$

که در آن N_y تعداد گره‌های شبکه در جهت y و Δx برابر با Δt $(c=1)$ می‌باشند.

۳-۲- شرایط مرزی برای میکروجریان‌ها

۳-۲-الف- شرط مرزی پخش مولکولی

شرط مرزی پخش مولکولی برای روش بولتزمن شبکه‌ای به شکل زیر نوشته می‌شود [۱۴،۱۰]:

$$\begin{aligned}
&\left|\left(\mathbf{c}_i-\mathbf{u}_w\right)\cdot\mathbf{n}\right|f_i=\\
&\sum_{\left(\mathbf{c}_{i'}-\mathbf{u}_w\right)\cdot\mathbf{n}<0}\left|\left(\mathbf{c}_{i'}-\mathbf{u}_w\right)\cdot\mathbf{n}\right|\Re_f\left(\mathbf{c}_{i'}\to\mathbf{c}_i\right)f_{i'}
\end{aligned} \qquad (۲۰)$$

در این معادله داریم:

$$\Re_f\left(\mathbf{c}_{i'}\to\mathbf{c}_i\right)=\frac{A_N}{\rho_w}\left(\left(\mathbf{c}_i-\mathbf{u}_w\right)\cdot\mathbf{n}\right)f_i^{eq}\Big|_{\mathbf{u}=\mathbf{u}_w} \qquad (۲۱)$$

در دو رابطه‌ی بالا $\mathbf{n}$ بردار یکه عمود بر سطح دیواره است و w به دیواره اشاره دارد. همچنین i و i' به ترتیب جهت‌های برخورد و انعکاس ذرات هستند و A_N ضریبی است که تضمین می‌کند در جهت عمود بر

[DOR: 20.1001.1.20089813.1398.6.3.2.6]

دیواره، دبی جرمی وجود ندارد. در واقع در این شرط مرزی اینگونه عمل می‌شود که ذراتی که به دیواره برخورد می‌کنند، جهت برخورد خود با دیواره را فراموش می‌کنند و در جهتی دیواره را ترک می‌کنند که هماهنگ با شرایط تعادلی دیواره باشند.

به عنوان مثال، برای اعمال شرط مرزی پخش مولکولی برای در دیواره‌ی پایینی که با سرعت u_w حرکت می‌کند، از مدل D_2Q_9 استفاده می‌کنیم (شکل ۱). جهت‌های $i=1,3,4,7,8$ نمایانگر توابع توزیعی هستند که پس از مرحله‌ی انتشار، از دامنه‌ی حل سیال به مرزها وارد می‌شوند و معلوم می‌باشند. اما جهت‌های $i=2,5,6$ جهت‌هایی هستند که مقدار تابع توزیع آن‌ها نامشخص است و با استفاده از شرط مرزی پخش مولکولی و معادلات (۲۰) و (۲۱) به دست می‌آیند. این توابع به صورت زیر محاسبه می‌شوند [۱۰،۱۴]:

$$f_2=\frac{A_N}{\rho_w}f_2^{eq}(\rho_w,\mathbf{u}_w)(f_7+f_4+f_8)$$
$$f_5=\frac{A_N}{\rho_w}f_5^{eq}(\rho_w,\mathbf{u}_w)(f_7+f_4+f_8)$$
$$f_6=\frac{A_N}{\rho_w}f_6^{eq}(\rho_w,\mathbf{u}_w)(f_7+f_4+f_8) \qquad (۲۲)$$

که در آن $A_N=6$ می‌باشد.

۳-۲-ب- ترکیبی از شرایط مرزی کمانه کردن و آینه‌ای

انتقال ممنتوم بین مولکول‌های گاز و سطح، نیازمند تعیین اندرکنش‌های بین مولکول‌های برخوردی گاز و سطح می‌باشد که تحلیل دقیق آن بسیار پیچیده است. از دیدگاه ماکروسکوپیک، تعیین بعضی پارامترهای متوسط از قبیل ضریب تطابق ممنتوم مماسی برای توصیف اندرکنش‌های سطح-گاز کافی است. برای جریان گازی در هندسه‌های با ابعاد میکرو، ضریب تطابق ممنتوم مماسی که با σ نشان داده می‌شود، به صورت زیر بیان می‌شود [۲۱،۱۶،۲۰،۱۰]:

$$\sigma=\frac{m_i-m_r}{m_i-m_w} \qquad (۲۳)$$

که در آن m ممنتوم مماسی مولکول‌ها می‌باشد و زیرنویس‌های i، r، و w به ترتیب به مولکول‌های برخوردی، منعکس شده و دیواره اشاره دارند. شرایط مرزی با استفاده از ضریب تطابق ممنتوم مماسی، به صورت رابطه‌ی زیر می‌باشند[۲۱،۱۰]:

$$f_2=f_4$$
$$f_5=\sigma\times f_7+(1-\sigma)\times f_8$$
$$f_6=(1-\sigma)\times f_7+\sigma\times f_8 \qquad (۲۴)$$

که در آن σ برای در نظر گرفتن اثر شرط مرزی کمانه کردن و $(1-\sigma)$ برای در نظر گرفتن اثر شرط مرزی آینه‌ای است. لذا $\sigma=0$ بیانگر شرط مرزی آینه‌ای خالص است که لغزش خالص را بیان می‌کند. همچنین $\sigma=1$ بیانگر شرط مرزی کمانه کردن خالص است که عدم لغزش را بیان می‌کند. ضریب تطابق ممنتوم مماسی به دماهای سطح و گاز، فشار محلی، سرعت و جهت متوسط جریان محلی و زبری سطح بستگی دارد. در کار حاضر، در هر جایی که از ترکیب شرایط مرزی کمانه کردن و آینه‌ای استفاده شده است، مطابق معمول اکثر مقالات موجود در این زمینه، $\sigma=0.7$ قرار داده شده است [۲۹،۲۱،۱۵،۱۰].

۴- نتایج شبیه‌سازی‌ها

۴-۱- نتایج جریان میکروحفره با دیواره‌ی متحرک

در این قسمت جریان در یک میکروحفره برای اعداد نادسن مختلف شبیه-سازی شده است. در این هندسه، دیواره‌ی بالایی حفره از سمت چپ به راست با سرعت U_0 حرکت می‌کند و باعث حرکت سیال در حفره‌ی مربعی به ضلع L می‌شود. دیواره‌های کناری و دیواره‌ی پایین ثابت می-باشند. برای این سه دیواره‌ی ثابت، از ترکیبی از شرایط مرزی کمانه کردن و آینه‌ای استفاده شده است. شرط مرزی پخش مولکولی برای دیواره‌ی متحرک بالایی شرط مرزی اعمال شده است. در کلیه‌ی اعداد نادسن عدد رینولدز که به صورت $\mathrm{Re}=U_0L/\upsilon$ تعریف شده است، ثابت و برابر با ۰/۳ در نظر گرفته شده است.

در ابتدا، یک چگالی ثابت $\rho=1$ در تمام حوزه‌ی حل قرار داده شده است و سرعت‌ها در داخل حفره صفر گذاشته شده‌اند. در دیواره‌ی بالایی مولفه‌ی x سرعت U_0 می‌باشد که در اعداد نادسن ۰/۰۰۱، ۰/۰۱، ۰/۰۵ و غیره به ترتیب ۰/۰۰۰۱۳۸۲، ۰/۰۰۱۳۸۲، ۰/۰۰۶۹۱ و غیره گذاشته شده است و مولفه‌ی y سرعت صفر می‌باشد. در این قسمت، از شبکه‌بندی یکنواخت ۱۵۱ × ۱۵۱ استفاده شده است.

۴-۱-۱- بررسی همگرایی روش‌های بولتزمن شبکه‌ای مختلف

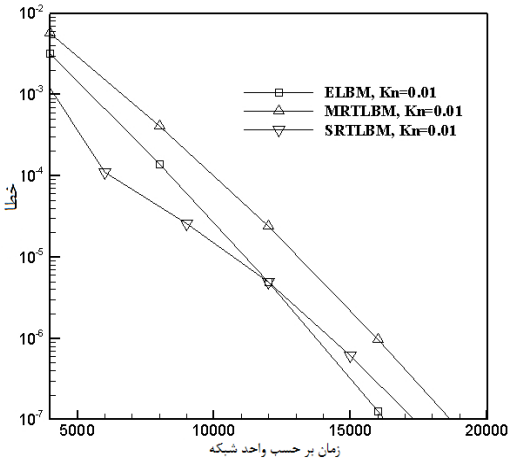
به منظور تعیین معیار همگرایی، رابطه‌ی زیر استفاده شده است [۴]:

$$\delta=\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(u^{n+1}-u^n)^2+(v^{n+1}-v^n)^2}\le 10^{-7} \qquad (۲۵)$$

که در آن N تعداد کل گره‌ها در دامنه‌ی حل، n گام زمانی قبلی، $(u^{n+1}-u^n)$ و $(v^{n+1}-v^n)$ مولفه‌های سرعت برای گام‌های زمانی قبلی و بعدی می‌باشند.

شکل ۲ خطای نسبی توزیع سرعت را در یک میکروحفره در شبکه‌ی یکنواخت با استفاده از روش‌های بولتزمن شبکه‌ای مختلف برای Kn=0.01 نشان می‌دهد. معیار همگرایی در نظر گرفته شده در این قسمت، 10^{-7} می‌باشد. همانطور که دیده می‌شود، شکل۲ همگرایی هر سه روش را نشان می‌دهد.

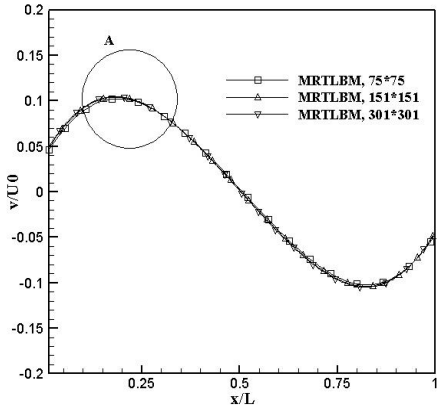
[DOR: 20.1001.1.20089813.1398.6.3.2.6]



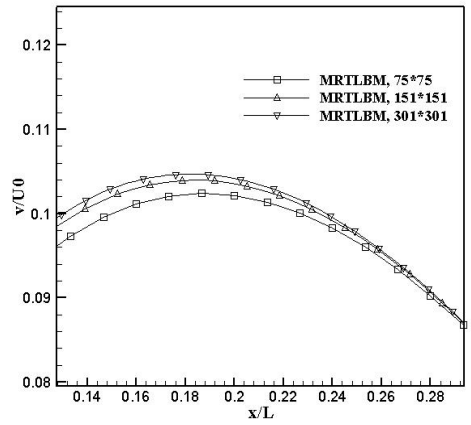
شکل ۲ خطای نسبی توزیع سرعت در یک میکروحفره برای Kn=0.01

۴-۱-۲- انتخاب شبکه‌ی بهینه

اندازه شبکه‌های یکنواخت مورد استفاده ۷۵ × ۷۵، ۱۵۱ × ۱۵۱ و ۳۰۱ × ۳۰۱ می‌باشند. مستقل از شبکه بودن نتایج شبیه‌سازی‌های هر سه روش بولتزمن شبکه‌ای استفاده شده، در این شبکه‌های مختلف و در اعداد نادسن مختلف بررسی شدند که در تمامی آنها شبکه‌های ۱۵۱ × ۱۵۱ و ۳۰۱ × ۳۰۱ در مطابقت خوبی با یکدیگر قرار داشتند. در اینجا برای نمونه بررسی مستقل از شبکه بودن برای روش MRT و برای عدد نادسن ۰/۱ آورده شده است. شکل‌های ۳ و ۴ مولفه‌ی y سرعت در امتداد خط مرکزی افقی جریان میکروحفره را برای Kn=0.1 در این شبکه‌های مختلف، با استفاده از روش MRT نشان می‌دهند. با توجه به شکل ۴، مقدار ماکزیمم سرعت برای شبکه‌های ۷۵ × ۷۵، ۱۵۱ × ۱۵۱ و ۳۰۱ × ۳۰۱ به ترتیب ۰/۱۰۲۲، ۰/۱۰۴۱ و ۰/۱۰۴۵می‌باشند. همانطور که دیده می‌شود، نتایج به دست آمده برای شبکه‌های ۱۵۱ × ۱۵۱ و ۳۰۱ × ۳۰۱ تقریباً معادل هستند و در مطابقت خوبی با یکدیگر قرار دارند. از این رو به منظور کاهش هزینه‌های محاسباتی، نتایج شبیه‌سازی‌های جریان در میکروحفره، تماماً با استفاده از شبکه‌بندی درشت‌تر یعنی ۱۵۱ × ۱۵۱ می‌باشند.



شکل ۳ مولفه‌ی y سرعت در امتداد خط مرکزی افقی میکروحفره برای Kn= 0.1

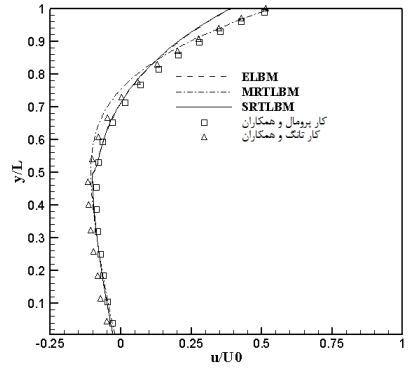


شکل ۴ بزرگ شده‌ی ناحیه‌ی A از شکل ۳

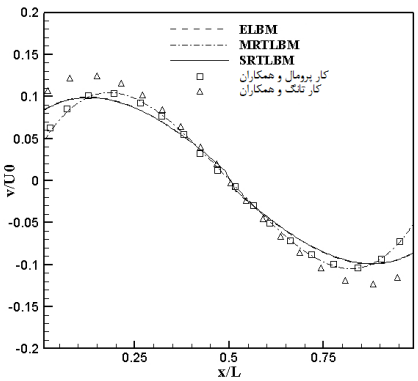
۴-۱-۳- اعتبار سنجی نتایج شبیه‌سازی‌های جریان میکروحفره

به منظور اعتبار سنجی کدهای موجود برای شبیه‌سازی میکروجریان‌ها در یک حفره‌ی مربعی، نتایج به دست آمده در این قسمت با نتایج عددی پرومال و همکاران [۲۱] و نتایج عددی تانگ و همکاران [۱۵] مقایسه شده است.

شکل ۵ مقایسه‌ی مولفه‌های سرعت در امتداد خطوط مرکزی جریان میکروحفره را با نتایج دیگران، برای عدد نادسن ۰/۱ با استفاده از روش‌های بولتزمن شبکه‌ای مختلف نشان می‌دهد. همانگونه که از شکل قابل مشاهده است، نتایج روش MRT تطابق بهتری با نتایج دیگران دارد.



الف) u



ب) v

شکل ۵ مولفه‌ی x و y سرعت در امتداد خط مرکزی عمودی و افقی میکروحفره برای Kn= 0.1

[DOR: 20.1001.1.20089813.1398.6.3.2.6]

جدول ۱ مقایسه‌ای بین موقعیت‌های مرکز گردابه‌ی اصلی به دست آمده در روش‌های بولتزمن شبکه‌ای حاضر و در کار تانگ و همکاران [۱۵] در اعداد نادسن مختلف ارائه می‌دهد. همان طور که دیده می‌شود، با افزایش عدد نادسن، یک حرکت جزئی رو به پایین در مرز گردابه‌ی اصلی وجود دارد، در حالیکه هیچ جابجایی افقی محسوسی در مرکز گردابه دیده نمی‌شود.

جدول ۱ مقایسه‌ی موقعیت مرکز گردابه‌ی اصلی

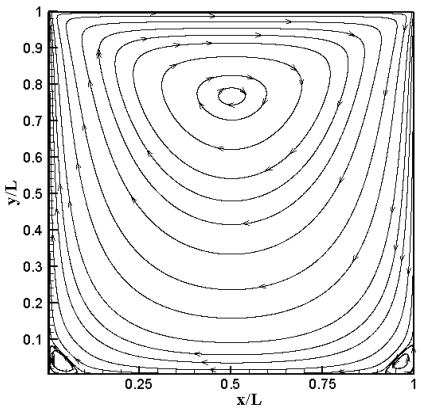
عدد نادسن	موقعیت مرکز گردابه		اختلاف (%)
	MRTLBM	کار تانگ و همکاران	
0.01	(0.5022, 0.7658)	(0.5, 0.7633)	(0.44, 0.328)
0.05	(0.5023, 0.7487)	(0.5, 0.7467)	(0.46, 0.268)
0.1	(0.5023, 0.7107)	(0.5, 0.72)	(0.46, 1.292)

۴-۱-۴- بررسی تأثیر افزایش عدد نادسن در محدوده‌ی رژیم جریان لغزشی

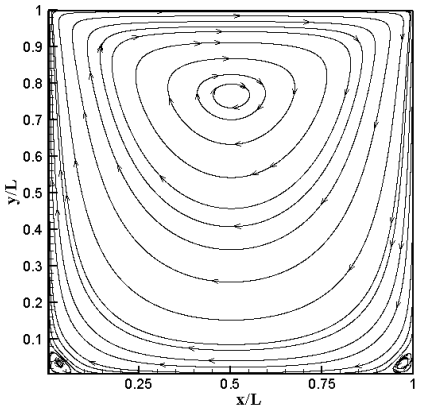
در این قسمت تأثیر افزایش عدد نادسن در محدوده‌ی رژیم جریان لغزشی و تا حدودی رژیم گذار را بر روی جریان میکروحفره بررسی می‌کنیم. همچنین به مقایسه‌ی روش‌های بولتزمن شبکه‌ای مختلف در آن محدوده برای جریان میکروحفره می‌پردازیم.

شکل ۶ خطوط جریان را در یک میکروحفره برای اعداد نادسن ۰/۰۰۱، ۰/۰۱، ۰/۰۵، ۰/۱ و ۰/۱۳۵ با استفاده از روش MRT نشان می‌دهد. همانطور که در این شکل نشان داده شده است، علاوه بر گردابه‌های اصلی ساعتگرد در مرکز میکروحفره، در اعداد نادسن کوچکتر دو گردابه‌ی کوچک پاد ساعتگرد در سمت راست و چپ دیواره‌ی پایینی تشکیل شده‌اند. با افزایش عدد نادسن، این گردابه‌ها به تدریج کوچکتر شده و در نهایت حذف شده‌اند. زیرا با افزایش عدد نادسن، لغزش بر روی دیواره‌ها افزایش می‌یابد و خطوط جریان در اطراف دیواره‌های میکروحفره، شکل دیواره را به خود می‌گیرند.

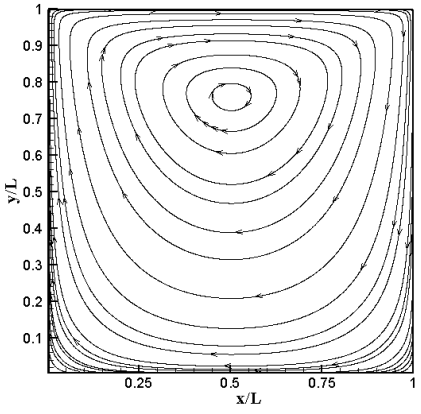
شکل ۷ مولفه‌های سرعت در امتداد خطوط مرکزی جریان میکروحفره را، برای اعداد نادسن مختلف با استفاده از روش MRT نشان می‌دهند. همانطور که در این شکل‌ها نمایش داده شده است، با افزایش عدد نادسن، سرعت لغزشی بر روی دیواره‌ها افزایش می‌یابد. در شکل ۷- الف سیال مجاور دیواره‌ی بالایی در صورتی لغزش کمتری دارد که به دیواره بیشتر بچسبد یعنی نسبت u/U_0 به یک نزدیکتر باشد که با کاهش عدد نادسن این عدد به یک نزدیکتر و لذا لغزش کمتر می‌شود.



الف) Kn= 0.001

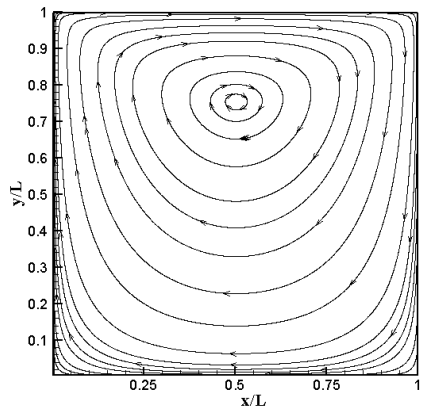


ب) Kn= 0.01

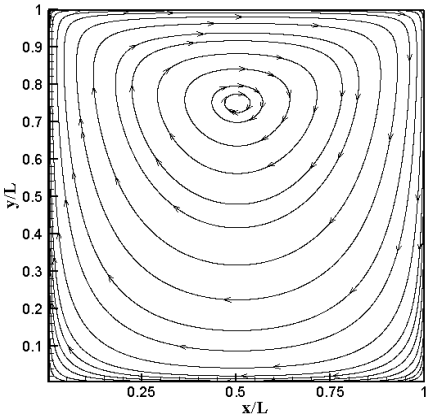


ج) Kn= 0.05

[DOR: 20.1001.1.20089813.1398.6.3.2.6]

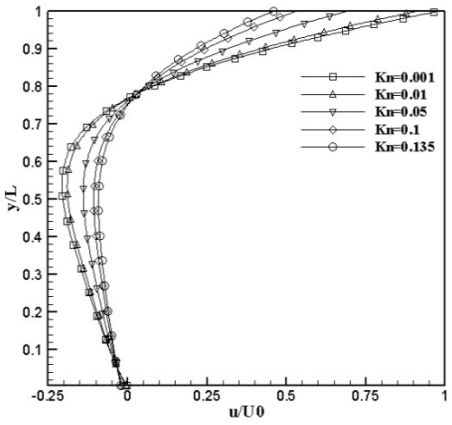


د) Kn= 0.1

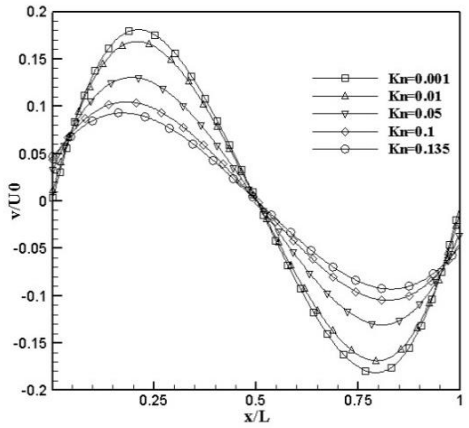


و) Kn= 0.135

شکل ۶ خطوط جریان در میکروحفره با استفاده از روش MRT



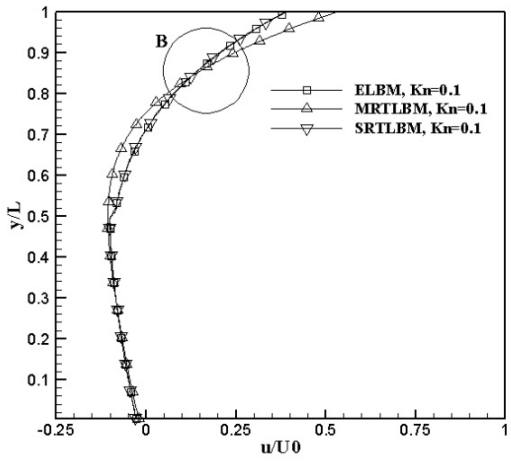
الف) u



ب) v

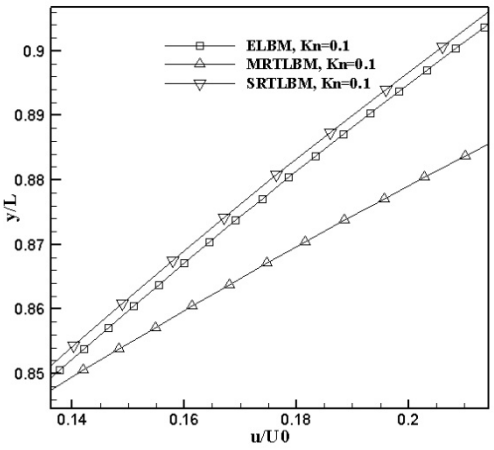
شکل ۷ مولفه‌ی x و yسرعت در امتداد خط مرکزی عمودی و افقی میکروحفره با استفاده از روش MRT

شکل‌های ۸ و ۹ مولفه‌ی x سرعت در امتداد خط مرکزی عمودی جریان میکروحفره را با استفاده از روش‌های بولتزمن شبکه‌ای مختلف برای عدد نادسن ۰/۱ نشان می‌دهند. همانگونه که در این شکل‌ها مشاهده می‌شود، روش MRT لغزش کمتری را نسبت به دو روش دیگر نشان می‌دهد. سیال مجاور دیواره‌ی متحرک بالایی در صورتی لغزش کمتری دارد که به دیواره بیشتر بچسبد و سرعت آن به سرعت دیواره نزدیکتر باشد یعنی نسبت u/U_0 به یک نزدیکتر باشد که در مورد روش MRT این عدد به یک نزدیکتر است و لذا لغزش کمتر.



شکل ۸ مولفه‌ی x سرعت در امتداد خط مرکزی عمودی میکروحفره برای Kn= 0.1

[DOR: 20.1001.1.20089813.1398.6.3.2.6]

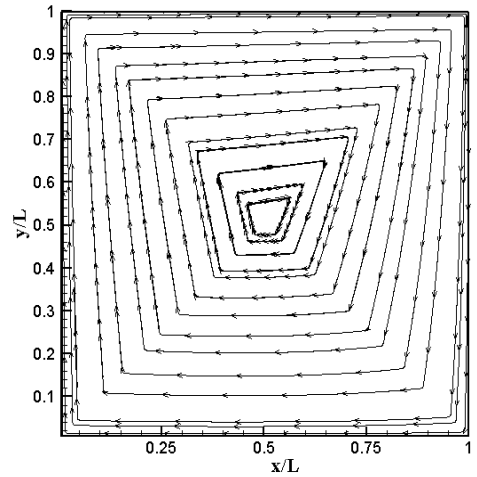


شکل ۹ بزرگ شده‌ی ناحیه‌ی *B* از شکل ۸

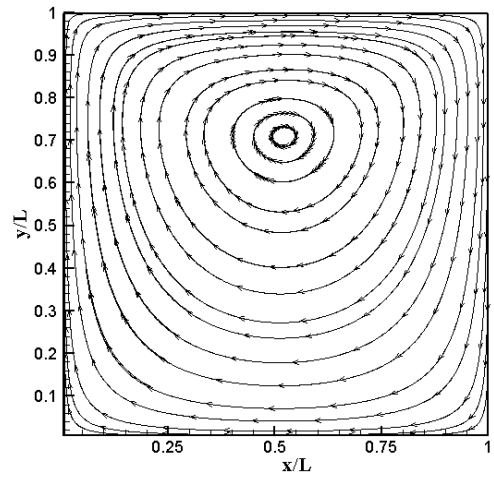
۴-۱-۵- بررسی تأثیر افزایش عدد نادسن در خارج از محدوده‌ی رژیم لغزشی

در این قسمت، به منظور ارزیابی توانایی کدهای موجود در شبیه‌سازی جریان میکروحفره در اعداد نادسن بیشتر، به بررسی و مقایسه‌ی روش‌های بولتزمن شبکه‌ای حاضر در محدوده‌ی رژیم گذار پرداخته می‌شود.

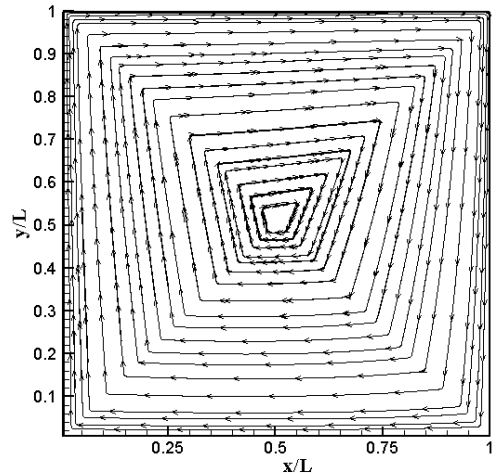
شکل ۱۰ خطوط جریان در یک میکروحفره برای عدد نادسن ۲، با استفاده از روش‌های بولتزمن شبکه‌ای مختلف نشان می‌دهد. همانطور که در این شکل دیده می‌شود، نتایج روش MRT، نتایج معقول‌تری را نسبت به روشهای SRT و انتروپی ارائه می‌دهد. بدین ترتیب نتیجه می‌شود که علی‌رغم اینکه هر سه روش در شبیه‌سازی جریان‌های در مقیاس میکرو در محدوده‌ی جریان لغزشی، قابلیت کاربرد دارند و نتایج خوبی را به دست می‌دهند، ولیکن تنها روش MRT، توانایی شبیه‌سازی جریان در رژیم گذار را نیز دارا می‌باشد.



الف) SRTLBM



ب) MRTLBM



ج) ELBM

شکل ۱۰ خطوط جریان در میکرو حفره برای *Kn*= 2

[DOR: 20.1001.1.20089813.1398.6.3.2.6]

۴-۱-۶- مقایسه‌ی روش‌های بولتزمن شبکه‌ای مختلف از نظر مدت زمان اجرا

جدول ۲ زمان مورد نیاز برای انجام ۱۰۰ تکرار را بر روی یک کامپیوتر با مشخصات پردازنده و حافظه مشخص[1] در روش‌های بولتزمن شبکه‌ای مختلف، برای Kn=0.1 نشان می‌دهد. همانطور که در جدول زیر دیده می‌شود، زمان‌های اجرای مربوط به روش SRT کمتر از دو روش دیگر است. با توجه به پیچیدگی بیشتر روش MRT و محاسبات بیشتری که برای مرحله برخورد انجام می شود، زمان مورد نیاز آن بیشتر است ولی نسبت به دو روش دیگر دقت و پایداری بهتری را فراهم می‌آورد.

جدول ۲ زمان مورد نیاز برای انجام ۱۰۰ تکرار در جریان میکروحفره برای Kn= 0.1

روش‌های بولتزمن شبکه‌ای	زمان بر حسب ثانیه
SRTLBM	۲۱۷
MRTLBM	۲۲۱/۷
ELBM	۳۰۲

۴-۲- نتایج جریان میکروکانال

با توجه به کاربردهای مهندسی دستگاههای در ابعاد میکرو، جریان گاز درون میکروکانال، به یکی از موضوعات مهم روش‌های عددی تبدیل شده است. در این قسمت یک جریان همدمای دو بعدی محصور بین دو صفحه-ی تخت موازی با طول L و ارتفاع H، در اعداد نادسن مختلف و نسبت فشارهای[2] مختلف در نظر گرفته شده است. جریان با اختلاف فشار بین ورودی کانال با فشار P_{in} و خروجی کانال با فشار P_{out} به حرکت در می‌آید. در این قسمت، نسبت لاغری L/H[3] برابر با ۵۰ در نظر گرفته شده است. عدد رینولدز به صورت $\mathrm{Re}=U_{in}H/\upsilon$ تعریف شده است که در آن U_{in} سرعت ورودی، H ارتفاع کانال و υ ویسکوزیته سینماتیکی

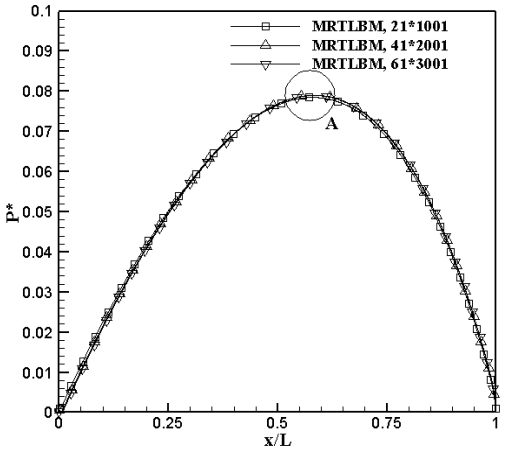
می‌باشند. در اینجا عدد رینولدز برابر با ۰/۳ در نظر گرفته شده است. در این قسمت از شبکه‌بندی یکنواخت ۲۰۰۱ × ۴۱ استفاده شده است.

در کار حاضر، ترکیبی از شرایط مرزی کمانه کردن و آینه‌ای در دیواره‌های بالایی و پایینی برای شبیه‌سازی شرط مرزی لغزشی استفاده شده است. برای شرایط مرزی در ورودی و خروجی، شرط مرزی را که لیم و همکاران [۱۲] ارائه کرده‌اند اعمال می‌کنیم. در این روش توابع توزیع نامعلوم با استفاده از توابع توزیع تعادلی جایگزین می‌شوند. در ورودی و خروجی کانال، شرط مرزی فشار اعمال شده و سایر متغیرها با استفاده از کمیات نقاط داخل میدان جریان محاسبه شده است. مولفه‌های سرعت در ورودی کانال با استفاده از پایین‌دست جریان و مولفه‌های سرعت در خروجی کانال با استفاده از بالادست جریان برونیابی شده‌اند. با توجه به نتایج شبیه‌سازی‌های به دست آمده در قسمت قبل، در این بخش جریان داخل میکروکانال فقط با استفاده از روش MRT شبیه‌سازی می‌شود.

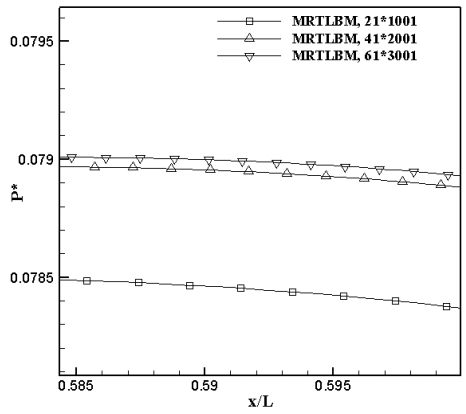
۴-۲-۱- انتخاب شبکه‌ی بهینه

مستقل از شبکه بودن نتایج برای عدد نادسن ۰/۰۵۳ و نسبت فشار ۲/۰۲ بررسی شده است. اندازه شبکه‌های یکنواخت مورد استفاده ۱۰۰۱ × ۲۱، ۲۰۰۱ × ۴۱ و ۳۰۰۱ × ۶۱ می‌باشند.

شکل‌های ۱۱ و ۱۲ بی بعد شده‌ی انحراف فشار از توزیع فشار خطی در امتداد میکروکانال، یعنی $P^* = (P - P_{lin})/P_{out}$ را، برای عدد نادسن ۰/۰۵۳ و نسبت فشار ۲/۰۲ در این شبکه‌های مختلف، با استفاده از روش MRT نشان می‌دهند. همانطور که دیده می‌شود، نتایج به دست آمده برای شبکه‌های ۲۰۰۱ × ۴۱ و ۳۰۰۱ × ۶۱ تطابق خوبی با یکدیگر قرار دارند، لذا برای کلیه‌ی شبیه‌سازی‌های این قسمت، از شبکه‌ی ۲۰۰۱ × ۴۱ استفاده شده است.



شکل ۱۱ بی بعد شده‌ی انحراف فشار از توزیع فشار خطی برای عدد نادسن ۰/۰۵۳ و نسبت فشار ۲/۰۲



شکل ۱۲ بزرگ شده‌ی ناحیه‌ی A از شکل ۱۱

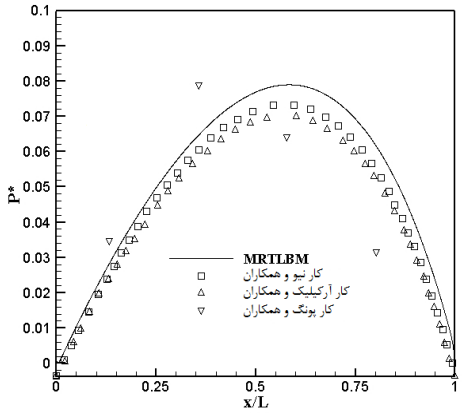
۴-۲-۲- اعتبار سنجی نتایج شبیه‌سازی‌های جریان میکروکانال

به منظور اعتبار سنجی کدهای موجود برای شبیه‌سازی میکروجریان‌ها در یک کانال، نتایج به دست آمده در این قسمت با نتایج تحلیلی آرکیلیک و همکاران [۱۳]، نتایج عددی نیو و همکاران [۲۹] و نتایج آزمایشگاهی پونگ و همکاران [۳۰] مقایسه شده‌اند. شکل ۱۳ مقایسه‌ی بی بعد شده‌ی انحراف فشار از توزیع فشار خطی در امتداد میکروکانال را برای عدد نادسن ۰/۰۵۳و نسبت فشار ۲/۰۲ با استفاده از روش MRT با نتایج دیگران را نشان می‌دهد. مقادیر ماکزیمم بی بعد شده‌ی انحراف فشار برای روش بولتزمن شبکه‌ای استفاده شده، نتایج نیو و همکاران، نتایج آرکلیک و

1. Intel(R) Core(TM) i7 CPU, 6.00 GB RAM
2. Pressure Ratio (PR)
3. Aspect Ratio

[DOR: 20.1001.1.20089813.1398.6.3.2.6]

همکاران و نتایج پونگ و همکاران به ترتیب ۰/۰۷۶، ۰/۰۷۴، ۰/۰۷۱ و ۰/۰۶۵ می‌باشند. اختلاف نتایج روش بولتزمن شبکه‌ای استفاده شده با نتایج عددی و تحلیلی کمتر از ۷٪ و با نتایج آزمایشگاهی در حدود ۱۵٪ می‌باشد. لذا همانطور که از شکل پیداست، نتایج توزیع فشار با استفاده از روش بولتزمن شبکه‌ای استفاده شده با سایر داده‌های تجربی، تحلیلی و عددی در مطابقت بسیار خوبی قرار دارد.

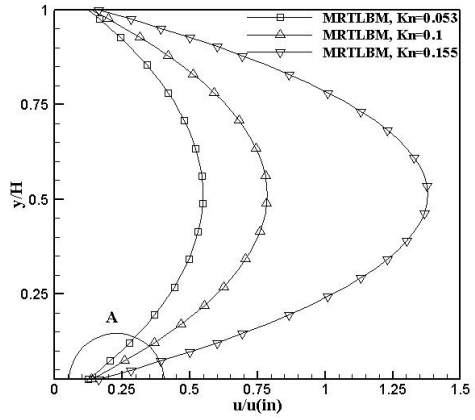


شکل ۱۳ بی بعد شده‌ی انحراف فشار از توزیع فشار خطی برای عدد نادسن ۰/۰۵۳و نسبت فشار ۲/۰۲

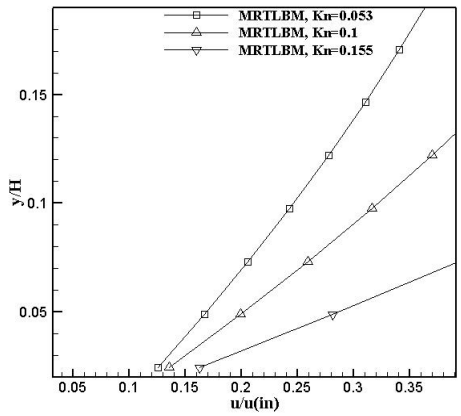
۴-۲-۳- بررسی تأثیر افزایش عدد نادسن در محدوده‌ی رژیم جریان لغزشی

در این قسمت تأثیر افزایش عدد نادسن در محدوده‌ی رژیم جریان لغزشی و تا حدودی رژیم گذار را بر روی جریان میکروکانال با استفاده از روش MRT بررسی می‌کنیم.

شکل‌های ۱۴ و ۱۵ توزیع سرعت بی بعد شده را در امتداد خط مرکزی کانال برای اعداد نادسن مختلف نشان می‌دهند. همانطور که در این شکل‌ها نشان داده شده است، با افزایش عدد نادسن، سرعت لغزشی در مرز دیواره افزایش می‌یابد.

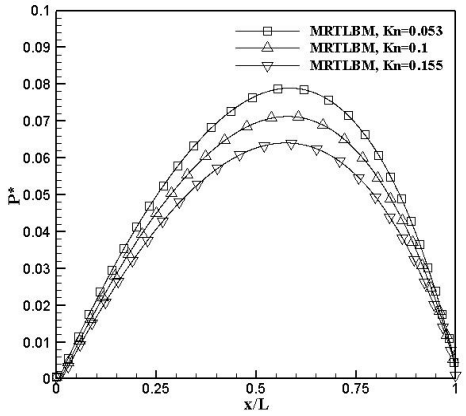


شکل ۱۴ توزیع سرعت بی بعد شده در امتداد خط مرکزی میکروکانال برای اعداد نادسن مختلف و نسبت فشار ۲/۰۲



شکل ۱۵ بزرگ شده‌ی ناحیه‌ی A از شکل ۱۴

شکل ۱۶ بی بعد شده‌ی انحراف فشار از توزیع فشار خطی در امتداد میکروکانال را، برای اعداد نادسن مختلف و برای نسبت فشار ۲/۰۲ با استفاده از روش MRT نشان می‌دهد. همانطور که در شکل دیده می‌شود، با افزایش عدد نادسن، انحراف فشار از توزیع فشار خطی کاهش می‌یابد لذا توزیع فشار در امتداد میکروکانال به حالت خطی نزدیکتر می‌شود.



شکل ۱۶ بی بعد شده‌ی انحراف فشار از توزیع فشار برای اعداد نادسن مختلف و نسبت فشار ۲/۰۲

۵- نتیجه‌گیری

در این تحقیق به مقایسه‌ی کاربرد روش‌های بولتزمن شبکه‌ای مختلف در شبیه‌سازی جریان‌های در ابعاد میکرو پرداخته شد. از بررسی شبیه‌سازی‌ها، نتیجه گیری‌های زیر به دست آمد:

۱- در شبیه‌سازی جریان در میکروحفره، با افزایش عدد نادسن، سرعت لغزشی روی دیواره‌ها افزایش می‌یابد. نتیجتاً گردابه‌های تشکیل شده در گوشه‌های پایینی حفره از بین رفته و خطوط جریان در نزدیکی دیواره، شکل دیواره را به خود می‌گیرند.

۲- در شبیه‌سازی جریان در میکروکانال، با افزایش عدد نادسن، سرعت لغزشی در مرز دیواره افزایش و میزان انحراف از توزیع خطی فشار کاهش می‌یابد.

[DOR: 20.1001.1.20089813.1398.6.3.2.6]

۳- در محدوده‌ی رژیم جریان لغزشی، هر سه روش بولتزمن شبکه‌ای استفاده شده نتایج خوبی را به دست می‌دهند و قابلیت کاربرد دارند، ولیکن تنها روش MRT، توانایی شبیه‌سازی جریان در رژیم گذار را نیز دارا می‌باشد.

۶- مراجع

[1] Ho C.M., Tai Y.C., "Micro-electro-mechanical Systems (MEMS) and Fluid Flows", *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 30, 1998, pp. 579-612.

[2] Wolf-Gladrow D.A., *Lattice-Gas Cellular Automata and Lattice Boltzmann Models - An Introduction*, Springer Verlag, 2005.

[۳] رحمتی، احمد رضا، *بهبود پایداری روش شبکه بولتزمن در شبیه‌سازی جریان‌های گرمایی مغشوش در اعداد رایلی بزرگ*، رساله‌ی دکتری مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، ۱۳۸۸.

[4] Rahmati A.R., Ashrafizaadeh M., "A Generalized Lattice Boltzmann Method for Three-Dimensional Incompressible Fluid Flow Simulation", *Journal of Applied Fluid Mechanics*, Vol. 2, No. 1, 2009, pp. 71-95.

[5] Rahmati A.R., Niazi S., Naderi Beni M., "Natural Convection Flow Simulation of Nanofluid in a Square Cavity using an Incompressible Generalized Lattice Boltzmann Method", *Defect and Diffusion Forum*, Vol. 329, 2012, pp. 69-79.

[6] d'Humières D., "Generalized lattice Boltzmann equations", *Rarefied Gas Dynamics: Theory and Simulations (Progress in Astronautics and Aeronautics)*, Vol. 159, 1994, pp. 450-458.

[7] Ansumali S., Karlin I.V., "Stabilization of the Lattice Boltzmann Method by the *H* Theorem: A Numerical Test", *Physical Review E*, Vol. 62, No. 6, 2000, pp. 7999-8003.

[8] Ansumali S., Karlin I.V., "Single Relaxation Time Model for Entropic Lattice Boltzmann Methods", *Physical Review E*, Vol. 65, No. 5, 2002, pp. 056312(1)- 056312(9).

[9] Rahmati A.R., Niazi S., "Simulation of Microflows using the Lattice Boltzmann Method on Nonuniform Meshes", *International Journal of Nanomechanics Science and Technology*, Vol. 3, No. 1, 2012, pp. 77-97.

[۱۰] نیازی، سینا، کاربرد روش‌های مختلف شبکه بولتزمن در شبیه-سازی جریان‌های در ابعاد میکرو، پایان‌نامه کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، ۱۳۹۱.

[11] Nie X., Doolen G.D., Chen S.Y., "Lattice-Boltzmann Simulations of Fluid Flows in MEMS", *Journal of Statistical Physics*, Vol. 107, No. 1, 2002, pp. 279- 289.

[12] Lim C.Y., Shu C., Niu X.D., Chew Y.T., "Application of Lattice Boltzmann Method to Simulate Microchannel Flows", *Physics of Fluids*, Vol. 14, No. 7, 2002, pp. 2299-2308.

[13] Arkilic E.B., Schmidt M.A., Breuer K.S., "Gaseous Slip Flow in Long Microchannels", *Journal of Microelectromechanical Systems*, Vol. 6, No. 2, 1997, pp. 167-178.

[14] Niu X.D., Shu C., Chew Y.T., "A Lattice Boltzmann BGK Model for Simulation of Micro Flows", *Europhysics Letters*, Vol. 67, No. 4, 2004, pp. 600-606.

[15] Tang G.H., Tao W.Q., He Y.L., "Lattice Boltzmann Method for Gaseous Microflows using Kinetic Theory Boundary Conditions", *Physics of Fluids*, Vol. 17, No. 5, 2005, pp. 058101(1)-058101(4).

[16] Zhang Y.H., Qin R.S., Sun Y.H., Barber R.W., D. R. Emerson, "Gas Flow in Microchannel- A Lattice Boltzmann Method Approach", *Journal of Statistical Physics*, Vol. 121, No. 1, 2005, pp. 257-267.

[17] Ansumali S., Karlin I.V., Frouzakis C.E., Boulouchos K.B., "Entropic Lattice Boltzmann Method for Microflows", *Physica A*, Vol. 359, 2006, pp. 289-305.

[18] Szalmás L., "Entropic Lattice Boltzmann Method beyond Navier–Stokes", *Physica A*, Vol. 380, 2007, pp. 36-42.

[19] Szalmás L., "Multiple-Relaxation Time Lattice Boltzmann Method for the Finite Knudsen Number Region", *Physica A*, Vol. 379, 2007, pp. 401-408.

[20] Shirani E., Jafari S., "Application of LBM in Simulation of Flow in Simple Micro-Geometries and Micro Porous Media", *African Physical Review*, Vol. 1, No. 1, 2007, pp. 34-42.

[21] Perumal D.A., Krishna V., Sarvesh G., Dass A.K., "Numerical Simulation of Gaseous Microflows by Lattice Boltzmann Method", *International Journal of Recent Trends in Engineering*, Vol. 1, No. 5, 2009, pp. 15-20.

[22] Harting J., Kunert C., Hyväluoma J., "Lattice Boltzmann Simulations in Microfluidics: Probing the No-Slip Boundary Condition in Hydrophobic, Rough, and Surface Nanobubble Laden Microchannels", *Microfluidics and Nanofluidics*, Vol. 8, No. 1, 2010, pp. 1-10.

[23] Prasianakis N., Ansumali S., "Microflow Simulations via the Lattice Boltzmann Method", *Communications in Computational Physics*, Vol. 9, No. 5, 2011, pp. 1128-1136.

[24] Ay C., Young C.W., Young C.F., "Application of lattice Boltzmann method to the fluid analysis in a rectangular microchannel", *Computers and Mathematics with Applications*, Vol. 64, 2012, pp. 1065-1083.

[25] Bhatnagar P.L., Gross E.P., Krook M., "A Model for Collision Process in Gases. l. Small Amplitude Processes in Charged and Neutral

[DOR: 20.1001.1.20089813.1398.6.3.2.6]

One-Component System", *Physical Review*, Vol. 94, No. 3, 1954, pp. 511-525.

[26] Mohamad A.A., *Lattice Boltzmann Method: Fundamentals and Engineering Applications with Computer Codes*, Springer, 2011.

[27] Ansumali S., Karlin I.V., "Kinetic Boundary Condition for the Lattice Boltzmann Method", *Physical Review E*, Vol. 66, No. 2, 2002, pp. 026311(1)-026311(6).

[28] Chikatamarla S.S., Ansumali S., Karlin I.V., "Entropic Lattice Boltzmann Models for Hydrodynamics in Three Dimensions", *Physical Review Letters*, Vol. 97, No. 1, 2006, pp. 010201(1)- 010201(4).

[29] Niu X.D., Shu C., Chew Y.T., "Numerical Simulation of Isothermal Micro Flows by Lattice Boltzmann Method and Theoretical Analysis of the Diffuse Scattering Boundary Condition", *International Journal of Modern Physics C*, Vol. 16, No. 12, 2005, pp. 1927–1941.

[30] Pong K.C., Ho C.M., Liu J., Tai Y., "Non-linear pressure distribution in uniform micro channels", *In Application of Microfabrication to Fluid Mechanics, ASME Winter Annual Meeting*, Vol. 197, 1994, pp. 51–56.

[DOR: 20.1001.1.20089813.1398.6.3.2.6]