تاثیر دانسیته‌ی ماکزیمم روی جابجایی طبیعی و تولید آنتروپی نانوذرات (نانو سیال) در حلقه‌های استوانه‌ای هم‌مرکز افقی

سینا کاشانی[۱*]، مهدی حسن‌زاده[۲]، میرمرسل مدنی[۳]

۱و۲ مربی، گروه مهندسی مکانیک، مرکز کردکوی، واحد گرگان، دانشگاه آزاد اسلامی، کردکوی، ایران.
۳ مهندسی کامپیوتر، مربی، مرکز کردکوی، واحد گرگان، دانشگاه آزاد اسلامی، کردکوی، ایران.

دریافت: بهار ۹۷ پذیرش: تابستان ۹۸

چکیده

در این مقاله، انتقال حرارت جابجایی طبیعی و تولید آنتروپی نانوسیال آب- مس در نزدیکی حداکثر دانسیته‌ی آب (فرض نان بوزینسک) در یک حلقه‌ی استوانه-ای هم‌مرکز افقی و دوبعدی به صورت عددی بررسی شده است. معادلات حاکم بر اساس مدل همگن نان‌بوزینسک و با استفاده از روش حجم محدود فشار مبنا، روی یک شبکه‌ی غیر یکنواخت حلقوی شکل مورد حل قرار گرفته شده‌اند. محاسبات برای $Ra = 10^5$ و درصد حجمی نانو ذرات از 0 تا 0.08 انجام شده‌است. نتایج عددی به صورت خطوط جریان، خطوط همدما، بردارهای سرعت و عدد ناسلت میانگین ارائه شده است و همچنین کانتور تولید آنتروپی محلی و متوسط برای بررسی قانو دوم ترمودینامیک بررسی شده است. نتایج بدست‌آمده نشان داده‌اند که وارونگی دانسیته و حضور نانوذرات هر دو نقش بسیار مهمی را در ساختار میدان جریان و ویژگی های انتقال حرارت بازی می‌کنند. می‌توان نتیجه گرفت که تقریب بوزینسک باعث افزایش نرخ انتقال حرارت متوسط و تولید آنتروپی نسبت به تقریب نان‌بوزینسک می‌شود. علاوه بر این، عدد ناسلت میانگین با افزایش درصد حجمی نانوذرات کاهش می‌یابد. در نهایت، نتایج عددی موجود تأیید کننده‌ی تأثیر وارونگی دانسیته‌ی آب بر مشخصه‌ی انتقال حرارت جابجایی بدلیل تشکیل ساختار دوسلولی می‌شود.

* **عهده‌دار مکاتبات:** kashani.sina@gmail.com

کلمات کلیدی: نانوسیال، جابجایی طبیعی، وارونگی دانسیته، مدل نان بوزینسک

Maximum density effect of natural convection and entropy generation of nanoparticle (Nano fluid) in a horizontal concentric cylindrical annulus

Sina Kashani[1*], Mahdi Hassanzadeh[2], Mirmorsal Madani[3]

1,2- Department of Mechanical Engineering, Kordkuy center, Gorgan branch, Islamic azad university, Kordkuy, Iran.
3- Department of Computer Engineering, Kordkuy center, Gorgan branch, Islamic azad university, Kordkuy, Iran.
*P.O.B. 49156-86166, kordkuy, Iran, s.kashani@kordkuyiau.ac.ir

Abstract

Entropy generation and Laminar Natural convection of Cu-water Nano fluid near density maximum of water (non-Boussinesq approximation) in a two-dimensional horizontal concentric cylindrical annulus is investigated numerically. The governing equations based on the non-Boussinesq homogenous model are solved on a non-uniform ring type mesh using a pressure-based finite volume method. The calculation is performed for $Ra=10^5$ and nanoparticle volume fraction from 0 to 0.08. Numerical results are presented in the terms of streamlines, isotherms, velocity vectors and local and average Nusselt number. Aso contours of local entropy generation and average entropy generation are presented. It is found that the density inversion and the presence of nanoparticles both play a significant role in the flow field structure and heat transfer characteristics. It can be concluded that Boussinesq approximation gives rise to the higher average heat transfer rate and entropy generation as compared to non-Boussinesq approximation. In addition, the average Nusselt number decreases as the volume fraction of nanoparticle increases. Finally, the present numerical results verify

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-06]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1398.6.4.1.7]

the determining effect of the density inversion of water on the convection character because of the formation bi-cellular structure.

Keywords
Nano fluid, Natural convection, Density inversion, Non-Boussinesq model

۱- مقدمه

جابجایی طبیعی یکی از مهمترین مکانیزم‌های انتقال حرارت است که بواسطه تفاوت‌های چگالی ایجاد می‌شود. در سال‌های اخیر به دلیل طیف وسیعی از کاربردهای مهندسی از قبیل گرمایش خانگی، سلولهای خورشیدی، کلکتورهای خورشیدی و فرایندهای ذخیره‌سازی غذا، به جابجایی طبیعی توجه زیادی شده‌است[1]. الماقلانی و همکارانش [2] به بررسی تجربی جابجایی آزاد در حلقه‌های بین دو کانال مربعی افقی بیرون از مرکز که هر دو با انتهای باز و در شارهای مختلف بودند پرداختند. در طی سالهای اخیر مطالعات متعددی برای بررسی انتقال حرارت و جریان سیال در حلقه‌های افقی، هم‌مرکز و غیر هم‌مرکز انجام شده‌است [3]. وجود راه‌حل‌های دوگانه برای جابجایی طبیعی در حلقه-های بیرون از مرکز (غیر هم‌مرکز) با استفاده از روش لتیس بولتزمن (LBM) توسط کانگ و همکارانش مورد بررسی قرارگرفت [4]. نتایج حاصل نشان‌داد که بیرون از مرکز بودن، عاملی حیاتی برای بی‌ثباتی و وجود دوگانه سازی جابجایی طبیعی در حلقه‌های خارج از مرکز است. مطالعات عددی توسط کومار [5] برای بررسی اثر میدان مغناطیسی شعاعی بر روی انتقال حرارت جابجایی طبیعی یک سیال هدایتی لزج در حلقه‌های عمودی هم‌مرکز انجام شده‌است. آنها به صورت گرافیکی اثر عدد هارتمن و عدد پرانتل را در پروفیل‌های مختلف نشان‌دادند. علوی و همکاران [6] به صورت عددی، جابجایی طبیعی برای یک لوله‌ی صاف گرما داده‌شده و قرار داده‌شده در یک سیلندر دایره‌ای خنک‌کننده‌ی همدما، در محدوده‌های مختلف عدد رایلی، نسبت شعاع هیدرولیکی و زوایای جهت مختلف لوله‌ی تخت گرم‌شده را مورد بررسی قراردادند. نتایج بدست‌آمده نشان‌داد که نرخ افزایش برای عدد ناسلت در زاویه‌ی جهت 90 درجه و نسبت شعاع هیدرولیکی 7.5 برابر با 24.78% است.

طاهرزاده و سعیدی [7] اثرات رایلی، پرانتل و ناسلت را روی خطوط جریان و خطوط همدما در جابجایی طبیعی، در یک محفظه‌ی حلقوی با دیوارهای بالا و پایین عایق را مورد مطالعه قراردادند. غفوری و سالاری [8] افزایش انتقال حرارت در محفظه‌ی دوبعدی درپوش متحرک پر شده با نانوسیال اکسید آب-مس را بصورت عددی مورد مطالعه قراردادند. قطرهای مختلف نانوذرات توسط قلمباز و همکارانش برای بررسی اثرات آنها مورد مطالعه قرارگرفت [9]. مالوندی و همکارانش [10] اثر مغناطیسی بر روی جابجایی را در حلقه‌های پر شده از نانوسیال AL_2O_3 مطالعه کردند. آب نزدیک به ماکزیمم دانسیته، پدیده‌ای مهم است که در برخی مطالعات در مورد آن توضیح داده شده است. این توضیحات به شرح ذیل می‌باشند: مقایسه‌ی انتقال حرارت نانوسیال در تقریبهای بوزینسک و نان بوزینسک در محفظه‌های موج‌دار توسط کاشانی و همکارانش برای پیدا کردن تغییرات در نرخ انتقال حرارت مورد بررسی قرارگرفت [11]. کفایتی[12] جابجایی ترکیبی را در یک مربع با پوشش متحرک با نانوسیال برای افزایش انتقال حرارت مورد مطالعه قرار داد. کریم و همکارانش [13] در مورد انتقال حرارت در محفظه‌ی درپوش متحرک ذوزنقه‌ای که با نانوسیال‌های مختلف پر شده‌است را بصورت عددی مورد مطالعه قرار دادند.

بسیاری از محققان تلاش کرده‌اند تا روشهای افزایش انتقال حرارت را برای بهینه‌سازی عملکرد حرارتی مخازن پر شده با سیال، از جمله انتقال حرارت جابجایی طبیعی را مورد بررسی قراردهند. یکی از کمبودهای معروف سیالات در انتقال حرارت جابجایی که منجر به عملکرد ضعیف حرارتی سیستم می‌شود، هدایت حرارتی کم آنهاست. مطالعات متعددی برای غلبه بر این ضعف در روش‌های مختلف مانند تکنیک نانوسیال انجام شده‌است. فناوری نانو، پتانسیل بالایی برای افزایش انتقال حرارت و در نتیجه عملکرد حرارتی بالا را در نتیجه‌ی حضور نانوذرات در سیالات فراهم می‌کند. پراکندگی نانو ذرات در سیال پایه، بنام نانوسیال، ویژگی‌های انتقال حرارت را در مقایسه با سیالات دیگر در انتقال حرارت جابجایی بهبود می‌بخشد. کار تجربی در کلاس جدید ذرات نانو آلومینای کامپوزیتی، توسط فراهانی در سال 2016 انجام شد[14]. رانا و همکارانش [15] بصورت تحلیلی و عددی، جابجایی پخشی سه‌بعدی در یک لایه‌ی افقی از نانوسیال گرم‌شده را مورد مطالعه قرار دادند.. فیلترهای نانو بخشی از مطالعات جدید برای افزایش خواص مختلف مایعات و جامدات هستند. عظیمی و همکارانش [16] ساختار نانو لوله‌های کربنی چند لایه‌ای را مورد تجزیه و تحلیل قراردادند.

تاکنون تلاش چندانی برای مطالعه‌ی جابجایی طبیعی نانوسیال در نزدیکی وارونگی دانسیته‌ی آب با استفاده از مدل همگن نان بوزینسک در حلقه‌های استوانه‌ای افقی هم‌مرکز انجام نشده‌است. مطالعه‌ی حاضر با هدف بررسی عددی تاثیر وارونگی دانسیته‌ی آب بر روی انتقال حرارت جابجایی طبیعی و ساختار میدان جریان در یک حلقه‌ی استوانه‌ای دو-بعدی پر از مخلوط آب و نانوذرات انجام شده‌است. همچنین اثرات محدوده‌ی انتخابی درصد حجمی نانو ذرات ($\emptyset$=0, 0.01, 0.05, 0.08) روی نرخ انتقال حرارت بوسیله‌ی اعداد ناسلت میانگین و محلی بررسی شده‌است. در این بررسی توجه خاصی به مطالعه‌ی تاثیر پراکندگی نانوذرات و وارونگی دانسیته در جریان سیال و ویژگی‌های انتقال حرارت در (θ=0, 90, 180) خطوط جریان، خطوط همدما و پروفیل‌های سرعت و دما در حلقه‌ها شده‌است. علاوه‌براین، مدل کورکیون [17] برای ویسکوزیته‌ی دینامیکی نانوسیال بکار برده‌شده‌است.

۲- معادلات حاکم:

شکل شماتیک مدل بررسی‌شده، همراه با محورهای مختصات بکار برده شده در این بررسی، در شکل 1 نشان داده شده‌است.

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-06]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1398.6.4.1.7]

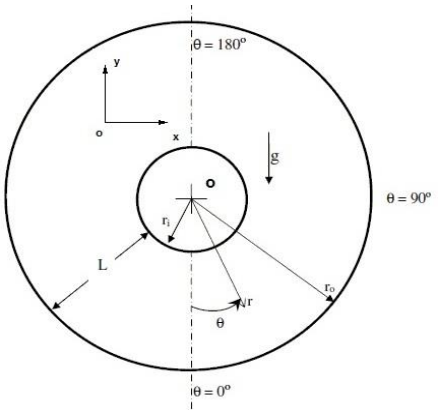


Fig. 1 Schematic of studied model

شکل ۱ طرحواره‌ی مدل مورد مطالعه

جدول۱ خواص ترموفیزیکی نانوذرات مس و سیال پایه (آب)

Table 1 Thermo physical properties of Cu nano particles and base fluid (water)

خواص فیزیکی	نانوذرات مس	سیال پایه‌ی آب
ρ [kg/m^3]	8954	997.1
μ [Pa.s]	_	0.0017888
C_p [J/kg K]	383	4212
k [W/m K]	400	0.566
β [1/K]	1.67e-5	6.73335e−5
Pr		13.31

مدل فیزیکی در نظر گرفته‌شده، جابجایی طبیعی در حلقه‌ی استوانه‌ای دوبعدی با نسبت منظر L/d=0.8 و پر شده با نانوسیال است.

نانوسیال شامل نانوذرات و سیال پایه به عنوان یک محیط پیوسته، نیوتنی و غیرقابل تراکم است و در تعادل حرارتی در نظر گرفته شده است. همچنین شرط عدم لغزش نیز اعمال می‌شود. همانطور که در جدول 1 نشان داده شده‌است، خواص ترموفیزیکی نانوسیال ثابت (به جز دانسیته) در نظر گرفته شده‌است که با روش چندجمله‌ای مرتبه‌ی چهارم و مدل تقریب نان‌بوزینسک مدل شده است (معادله‌ی 6). سطوح درونی و بیرونی استوانه‌ها به ترتیب در دمای ثابت گرم (T_H) و سرد (T_C) فرض شده‌اند. دمای اولی T_{int} =10 و $\Delta T = T_{out} - T_{in}$ در نظر گرفته شده‌است.

با توجه فرض‌های ذکرشده‌ی بالا، معادلات حاکم جریان پایدار شناور توسط جابجایی طبیعی شامل بقای جرم، مومنتوم و انرژی به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \tag{1}$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}=\frac{1}{\rho_{nf,0}}\left(-\frac{\partial P}{\partial x}+\mu_{nf}\nabla^2 u\right) \tag{2}$$

$$\begin{aligned} u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}&=\frac{1}{\rho_{nf}}\Big(-\frac{\partial P}{\partial y}+\mu_{nf}\nabla^2 v+(\rho\beta)_f g(T\\ &\quad -T_{ref})\Big)_y\\ u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}&=\frac{1}{\rho_{nf,0}}\Big(-\frac{\partial P}{\partial y}+\mu_{nf}\nabla^2 v-g(\rho_{nf}(T)\\ &\quad -\rho_{nf,0})\Big)\end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned}&\frac{\partial(C_{p,nf}T)}{\partial t}+u\frac{\partial(C_{p,nf}T)}{\partial x}+v\frac{\partial(C_{p,nf}T)}{\partial y}\\ &\quad=\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{(k_{nf,0}+k_d)}{(\rho C_p)_{nf}}\frac{\partial T}{\partial x}\right]\\ &\quad+\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{(k_{nf,0}+k_d)}{(\rho C_p)_{nf}}\frac{\partial T}{\partial y}\right]\end{aligned} \tag{4}$$

رابطه‌ی دما- دانسیته‌ی غیرخطی نانوسیال فقط در ترم شناوری معادله‌ی (4) استفاده شده‌است که بصورت زیر نوشته شده‌است:

$$\begin{aligned}&\rho_{nf}(T)=(1-\varphi)\rho_f(T)+\varphi\rho_s \Rightarrow\\ &\{\rho_f(T)=\rho_{f,0}+0.0673268037314653T\\ &\quad-0.00894484556017987^2\\ &\quad+8.78462866500416\\ &\quad\times10^{-5}T^3\\ &\quad-6.62139792627547\\ &\quad\times10^{-7}T^4\\ &\rho_f(T)=\rho_{f,0}(1+\beta(T-T_0))\end{aligned} \tag{5}$$

در معادلات بالا، تغییرات دانسیته‌ی آب با دما توسط کوالسکی [18] و همکارانش ارائه شده‌است، درحالیکه ظرفیت گرمایی نانوسیال و ضریب انبساط گرمایی نانوسیال می تواند به شکل زیر برآورد شود:

$$(\rho C_p)_{nf}=(1-\emptyset)\left(\rho C_p\right)_f+\emptyset(\rho C_p)_s \tag{6}$$

$$(\rho\beta)_{nf}=(1-\emptyset)(\rho\beta)_f+\emptyset(\rho\beta)_s \tag{7}$$

ویسکوزیته ی دینامیکه موثر نانوسیال حاوی یک واکنش رقیق از ذرات کروی کوچک و سخت است که توسط مدل اخیر کورکیون[17] ارائه شده‌است که دقیقتر بنظر میرسد:

$$\frac{\mu_{nf}}{\mu_f}=\frac{1}{1-34.87(\frac{d_p}{d_f})^{-0.3}\varphi^{1.03}}\quad,\quad 0\le\varphi\le0.08 \tag{8}$$

جایی که d_f قطر معادل مولکول سیال مبنا است و توسط رابطه‌ی زیر بیان می‌شود:

$$d_f=0.1\left[\frac{6M}{N\pi\rho_{f,0}}\right]^{1/3} \tag{9}$$

ضریب هدایت گرمایی موثر برای نانوذرات کروی در معادله‌ی (10) داده شده‌است[19]:

$$\begin{aligned}&\frac{k_{nf,o}}{k_f}=\frac{k_s+2k_f-2\emptyset(k_f-k_s)}{k_s+2k_f+\emptyset(k_f-k_s)}\\ &k_{eff}=k_{nf,0}+k_d\end{aligned} \tag{10}$$

عبارت افزایش ضریب هدایت گرمایی بدلیل پراکندگی حرارتی به شکل معادله‌ی (11) است[20]:

$$k_d=C\left(\rho C_p\right)_{nf}\sqrt{u^2+v^2}\emptyset d_p \tag{11}$$

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-06]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1398.6.4.1.7]

ثابت C به صورت تجربی به شرح زیر و توسط واکاوو و کاگوی[21] مورد ارزیابی قرار گرفته‌است. معادله‌ی ذکرشده در بالا می‌تواند به شکل معادله‌ی بی‌بعد با استفاده از پارامترهای بی‌بعد به صورت زیر نوشته شود:

$$X=\frac{x}{L}\ ,\ Y=\frac{y}{L}\ ,U=\frac{uL}{\alpha_f}\ ,V=\frac{vL}{\alpha_f}\ ,P=\frac{pL^2}{\rho_f\alpha^2}\ ,$$
$$\theta=\frac{T-T_c}{T_h-T_c}\ ,Pr=\frac{v_f}{\alpha_f}=13.31\ ,Ra=\frac{g\beta_f\Delta TL^3}{\alpha_f v_f}=10^5\ , \quad (12)$$
$$\rho^*=\frac{\rho_{nf}}{\rho_f}\ ,\qquad \mu^*=\frac{\mu_{nf}}{\mu_f}$$

معادلات بی بعد پیوستگی، مومنتوم و انرژی به شکل زیر بدست می‌آیند:

$$\frac{\partial U}{\partial X}+\frac{\partial V}{\partial Y}=0 \quad (13)$$
$$U\frac{\partial U}{\partial X}+V\frac{\partial V}{\partial Y}=\frac{1}{\rho^*_{nf,0}}\left(-\frac{\partial P}{\partial X}+\mu^*_{nf}Pr\nabla^2U\right) \quad (14)$$
$$U\frac{\partial \theta}{\partial X}+V\frac{\partial \theta}{\partial Y}=\frac{(\rho C_p)_{f,0}(k_{nf,0}+k_d)}{k_f(\rho C_p)_{nf,0}}\left(\frac{\partial^2\theta}{\partial X^2}+\frac{\partial^2\theta}{\partial Y^2}\right) \quad (15)$$

شرط عدم لغزش روی دیواره‌های حلقه فرض شده‌است. همچنین، روی هر دو استوانه‌ی داخلی(معادله‌ی (16)) و استوانه‌ی خارجی (معادله-ی(17)) شرایط مرزی بی‌بعد در نظر گرفته شده‌اند:

U=V=0, $\theta=1$ (16)

U=V=0, $\theta=0$ (17)

عدد ناسلت محلی و میانگین در طول دیواره‌ی گرم به ترتیب توسط رابطه‌های (18) و (19) محاسبه می‌شوند:

$$Nu=\frac{-k_{nf,0}}{k_f}\frac{\partial\theta}{\partial X}\bigg|_{X=0} \quad (18)$$
$$\overline{Nu}=\int_0^1\frac{-k_{nf,0}}{k_f}\frac{\partial\theta}{\partial X}\bigg|_{X=0}dY \quad (19)$$

رابطه ی تولید انتروپی محلی برای نانوسیال و در حالت کلی می تواند به صورت زیر بیان شود:

$$\dot{S}_l=\frac{K_{nf,0}}{T_0^2}\left[\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)^2\right]+\frac{\mu_{nf}}{T_0}\left[2\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+2\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2\right] \quad (20)$$

با توجه به روابط بدون بعد، شکل بدون بعد از تولید انتروپی محلی به صورت زیر بیان شود:

$$\dot{S}_{l,a}=\left[\left(\frac{\partial\Theta}{\partial X}\right)^2+\left(\frac{\partial\Theta}{\partial Y}\right)^2\right]+\frac{\mu_{nf}T_0}{k_{nf,0}}\left(\frac{\alpha_{nf}}{L(T_h-T_c)}\right)\left[2\left(\frac{\partial U}{\partial X}\right)^2+2\left(\frac{\partial V}{\partial Y}\right)^2+\left(\frac{\partial U}{\partial Y}+\frac{\partial V}{\partial X}\right)^2\right] \quad (21)$$

مقدار عدد تولید انتروپی کل بدون بعد، که از طریق انتگرال گیری تولید انتروپی موضعی در دامنه ی محاسباتی کلل بدست آمده است؛ توسط رابطه ی زیر بدست می آید:

$$\dot{S}_{T,a}=\int_V S_{l,a}dV \quad (22)$$

۳- روش حل عددی و بررسی استقلال از شبکه:

در این بررسی از یک کد فرترن، بر مبنای روش حجم محدود و با استفاده از الگوریتم سیمپل برای حل معادلات استفاده شده‌است. معادلات گسسته‌شده با استفاده از روش بسیار ضمنی (SIP) حل شده‌اند. روش گسسته‌سازی بادسوی مرتبه‌ی اول و روش تفاضل مرکزی مرتبه‌ی دوم به ترتیب برای معادلات پخشی و جابجایی غیر خطی بکار برده شده‌اند. با توجه به تغییرات شیب جریان نزدیک دیواره‌های محفظه، برای افزایش دقت از شبکه‌ی ریزتری استفاده شده‌است. بنابراین، شبکه‌ی مورد بررسی به سمت دیواره‌های داخلی و خارجی استوانه ریزتر می-شود(شکل2).

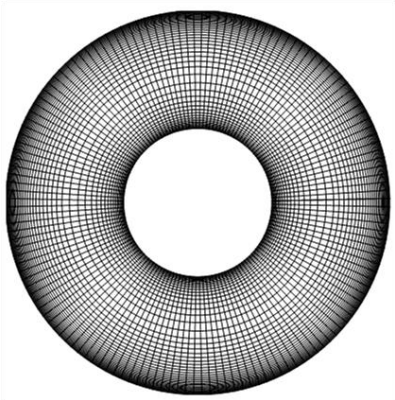


Fig. 2 Computational grid
شکل ۲ شبکه‌ی محاسباتی

قابل ذکر است که بررسی‌های استقلال از شبکه با بررسی ترکیبات مختلف عدد R و Ø، سه شبکه‌ی مختلف 81×81، 101×101، 121×121 و 151×151 انجام شده‌است و با مشاهده‌ی تفاوت کمتر از 1٪ بین نتایج بدست‌آمده در دو شبکه‌ی کوچکتر، شبکه‌ی یکنواخت 121×121 برای همه‌ی شبیه‌سازی‌ها مورد استفاده قرارگرفته‌است. معیار همگرایی برای کاهش خطای نسبی ماکزیمم در مقادیر همه‌ی متغیرهای وابسته بین دو تکرار متوالی زیر 10^{-7} در نظر گرفته شده‌است.

۴- اعتبارسنجی:

به منظور اثبات صحت کد محاسباتی فعلی، نتایج انتقال حرارت جابجایی طبیعی حاصل از کد کنونی با نتایج جابجایی طبیعی در محفظه‌ی موجی مقایسه‌شده‌است. شکل 3 نتایج شبیه‌سازی کنونی را با مطالعه‌ی میکالک و همکارانش [21] مقایسه می‌کند. با توجه به پروفیل‌های سرعت با H=W=38mm و $\Delta T=10C^{\circ}$ همانطور که مشاهده می‌شود، مطابقت مناسبی بین دو داده‌ی مورد مقایسه وجود دارد و این بیانگر صحت و دقت بالای کد فعلی استفاده شده‌است.

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-06]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1398.6.4.1.7]

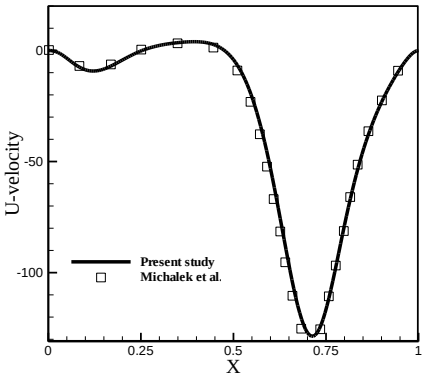


Fig. 3-a

شکل 3-a

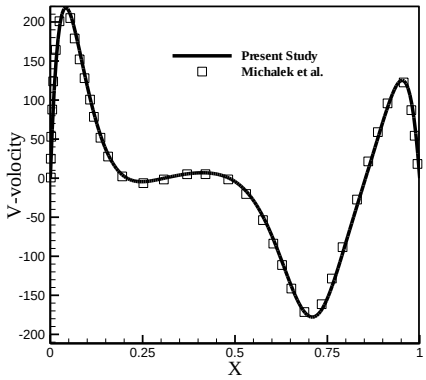


Fig. 3-b

شکل 3-b

Fig. 3 Comparison of the velocity profiles of water at midline for H=W=38 mm and $\Delta T = 10C^{\circ}$ obtained by present study and the work of Michalek and Kowalewski [23] for X- velocity (3-a) and Y-velocity (3-b).

شکل 3 مقایسه ی پروفیل های سرعت آب در خط مرکزی کار حاضر و مطالعه-ی میکالک و کوالسکی[23] برای H=W=38mm و $\Delta T = 10C^{\circ}$

۵- نتایج:

اثرات پراکندگی نانوذرات فوق العاده ریز به سیال خالص (آب) بر ویژگی-های انتقال حرارت و جریان سیال در حلقه‌ی هم‌مرکز و برای درصد حجمی نانوذرات مختلف از0.0 تا 0.08 مورد بررسی قرار گرفته‌است. علاوه بر پراکندگی نانوذرات، تأثیر وارونگی دانسیته‌ی آب در 4 درجه‌ی سلسیوس روی پارامترهای گرما و جریان نانوسیال از طریق مقایسه‌ی نتایج تقریب بوزینسک و نان بوزینسک مورد بررسی قرار گرفته‌است.

خطوط جریان و خطوط همدما برای مایع خالص ($\phi = 0.0$) و نانوسیال ($\phi = 0.08$) با توجه به تقریب‌های بوزینسک و نان‌بوزینسک، در شکل-های 4 و 5 نشان داده شده‌اند. خطوط جریان برای مقادیر مشابه توابع جریان، برای هر دو مایع خالص و نانوسیال نشان داده شده‌اند. همانطور که به وضوح دیده می‌شود، جریان در نزدیکی سیلندر داخلی به سمت بالا حرکت می‌کند و در مجاورت سیلندر بیرونی به سمت پایین حرکت می-کند. این پدیده عمدتا به علت نیروهای شناوری است که منتهی به شکل-گیری ساختار جریان یک و یا چند سلولی می‌شوند. در فاصله‌ی به اندازه کافی دور از سیلندر داخلی و بیرونی (به عنوان مثال، در قسمت مرکزی محفظه)، جریان تحت تاثیر لایه‌های مرزی حرارتی قرار نگرفته و از این رو گرادیان دمایی شدید نیست. به دلیل شرایط مرزی متقارن در محور Y که منجر به الگوی مشابهی از میدانهای جریان و دما برای دو بخش محفظه می‌شود، نتایج فقط برای نیمی از محفظه مورد بحث قرار می-گیرد.

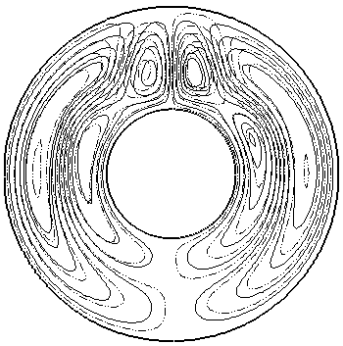


Fig. 4-a

شکل 4-a

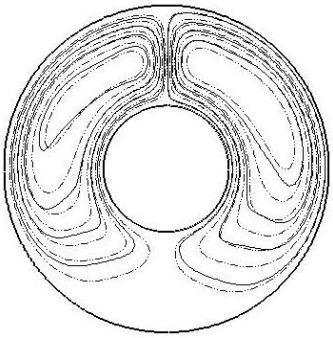


Fig. 4-b

شکل 4-b

Fig. 4 Effects of dispersion of Cu nanoparticle on Streamlines for different Volume fractions; Solid line: $\phi = 0.0$; Dash-Dot line: $\phi = 0.08$ with non-Boussinesq(4-a) and Boussinesq approximation (4-b)

شکل 4 اثرات پراکندگی نانوذرات مس در خطوط جریان برای درصدهای حجمی مختلف $\phi = 0.0$ (خطوط توپر) و $\phi = 0.08$ (خط نقطه) با تقریب نان بوزینسک (4-a) و بوزینسک(4-b)

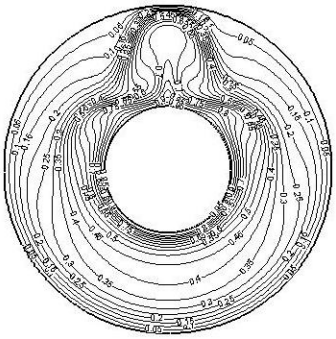


Fig. 5-a

شکل 5-a

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-06]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1398.6.4.1.7]



Fig. 5-b
شکل 5-b

Fig. 5 Effects of dispersion of Cu nanoparticle on Isoterms for different Volume fractions; Solid line: $\phi = 0.0$; Dash-Dot line: $\phi = 0.08$ with non-Boussinesq(5-a) and Boussinesq approximation (5-b)

شکل 5 اثرات پراکندگی نانوذرات مس در خطوط همدما برای درصدهای حجمی مختلف $\phi = 0.0$ (خطوط توپر) و $\phi = 0.08$ (خط نقطه) با تقریب نان بوزینسک (5-a) و بوزینسک(5-b)

در نمونه‌ی تقریب نان‌بوزینسک برای سیال خالص، ساختار جریان شامل دو سلول گردشی است. گرما توسط سیال از داخل سلول گردشی ساعتگرد داخلی با دو هسته از سیلندر داخلی منتقل می‌شود و در امتداد خطوط همدمای اکسترمم دانسیته برمی گردد. دومین سلول گردشی پادساعتگرد در نزدیکی سیلندر بیرونی قرار دارد. یک نقطه‌ی زینی در نزدیکی دیوار سرد، تقریبا در بالای سیلندر، در نتیجه‌ی تعامل بین سیال داغ نزولی و سیال سرد بالارونده تشکیل شده‌است. در مورد تقریب بوزینسک، جریان تک سلولی توسط یک سلول گردشی بیضوی ساعتگرد با مرکز واقع در بالای آن تشکیل شده‌است، که در مقایسه با تقریب نان-بوزینسک کشیده‌تر است. با وجود تقریب نان‌بوزینسک، توزیع‌های دمایی طبقه‌بندی شده‌ی افقی دیده می‌شود. از خطوط جریان می‌توان دریافت که در حضور نانوذرات، اندازه‌ی سلول‌های گردشی بزرگتر از آن در مایع خالص است. این واقعیت ناشی از افزایش درصد حجمی نانوذرات است که باعث انتقال بیشتر انرژی و در نتیجه افزایش مولفه‌ی سرعت نانوسیال می‌شود. با توجه به تاثیر قابل توجه افزوده شدن نانوذرات به مایع خالص بر افزایش هدایت حرارتی، ضخامت لایه‌ی مرز حرارتی در کنار دیوار گرم، به حضور نانوذرات و حجم آن حساس است. به عبارت دیگر، افزایش هدایت حرارتی با افزایش نفوذ گرما همراه است. توزیع دما در θ=0, 90, 180 و تغییر سرعت در θ=90، با استفاده از درصدهای حجمی نانو ذرات مختلف برای تقریب بوزینسک و نان بوزینسک، به ترتیب در شکلهای 6، 7، 8 و 9 نشان داده شده‌اند. از این شکل ها، اثر وارونگی دانسیته‌ی آب و درصد حجمی نانو ذرات بر روی پروفیل‌های سرعت و دما می‌تواند مورد بررسی قرارگیرند. این نتایج برای آب با عدد پرانتل 13.31 بدست آمده‌است. با افزایش درصد حجمی نانو ذرات، مقادیر پیک پروفیل سرعت کاهش می‌یابند و به سمت میانه‌ی استوانه‌ای هم‌مرکز حرکت می-کند. علاوه بر این، در مورد دانسیته‌ی وابسته به دمای غیر خطی، مقدار درصد حجمی نانو ذرات تاثیر زیادی بر موقعیت نقطه‌ی زینی تعیین‌شده توسط تعادل تقابل نیروهای شناوری مثبت و منفی دارد.

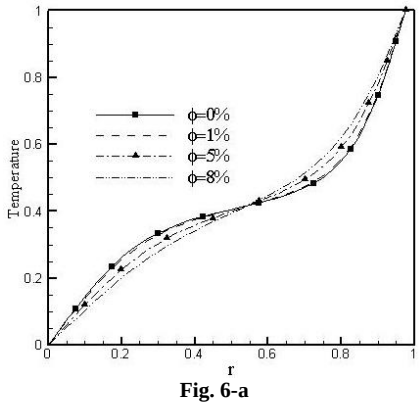


Fig. 6-a
شکل 6-a

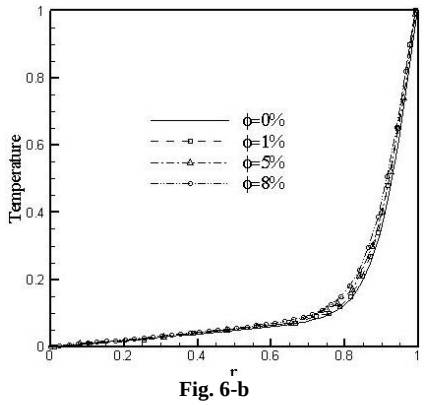


Fig. 6-b
شکل 6-b

Fig. 6 Effects of dispersion of Cu nanoparticle on the temperature profiles at θ=0 of cylindrical for different Volume fractions for non-Boussinesq approximation (6-a) and Boussinesq approximation (6-b).

شکل 6 اثرات پراکندگی نانوذرات مس روی پروفیل‌های دمایی θ=0 استوانه ای برای درصدهای حجمی مختلف و برای تقریبهای نان بوزینسک(6-a) و بوزینسک(6-b)

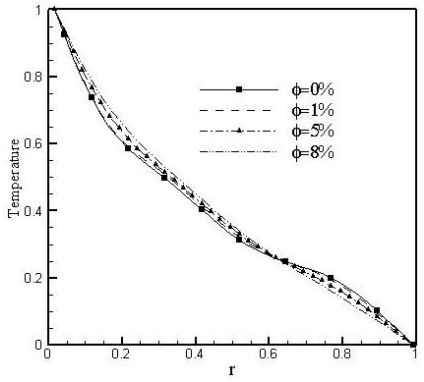


Fig. 7-a
شکل 7-a

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-06]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1398.6.4.1.7]

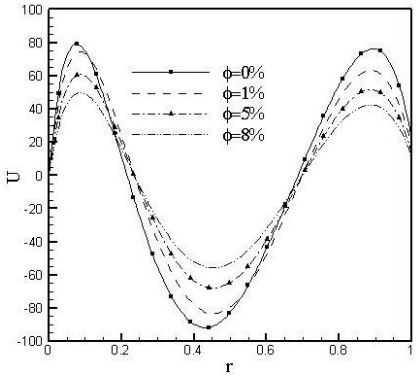


Fig. 9-a

شکل 9-a

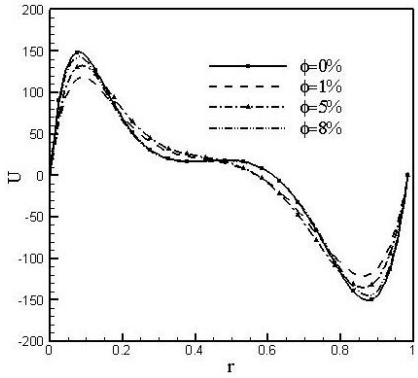


Fig. 9-b

شکل 9-b

Fig. 9 Effects of dispersion of Cu nanoparticle on the velocity profiles at θ =90 for different Volume fractions for non-Boussinesq Approximation (9-a) and Boussinesq Approximation(9-b)

شکل 9 اثرات پراکندگی نانوذرات مس روی پروفیل‌های سرعت در θ=90 برای درصدهای حجمی مختلف و برای تقریبهای نان بوزینسک(9-a) و بوزینسک(9-b)

علاوه بر این، پروفیل‌های دمایی نیز افزایش در ضخامت لایه مرزی حرارتی در حضور نانوذرات را تایید می‌کنند. در مورد تقریب نان‌بوزینسک و اطراف نقطه‌ی زینی، جابجایی در اثر نانوذرات دیده می‌شود. اگر چه افزایش نفوذ حرارتی در حضور نانوسیال، در اطراف نقطه‌ی زینی نانوسیال با Ø=0.05 سردتر از نانوسیال با Ø=0.08 است. تغییرات عدد ناسلت در امتداد دیواره‌های گرم و سرد با استفاده از درصدهای حجمی مختلف نانو ذرات برای تقریبهای بوزینسک و نان بوزینسک در شکلهای 10 و 11 نشان داده شده‌است. در مورد تقریب بوزینسک، همان روند نوسانات عدد ناسلت محلی در امتداد دیواره‌های گرم و سرد دیده می‌شود که با افزایش درصد حجمی نانوذرات کاهش می‌یابد. به رغم تقریب بوزینسک، عدد ناسلت محلی بر روی دیواره‌های گرم و سرد به نظر می‌رسد روند پیچیده-ای برای تقریب نان‌بوزینسک دارد. این رفتار متفاوت عدد ناسلت محلی می‌تواند به عنوان یک نتیجه از تغییر غیر خطی دانسیته با دما و شکل-گیری گردابه‌ی CCW در کنار دیوار سرد باشد. مشاهده می‌شود که قبل از نقطه‌ی زینی تا حدود 150 درجه، عدد ناسلت محلی با افزایش میزان نانو ذرات کاهش یافته‌است. در حالی که پس از این نقطه با افزایش درصد حجمی، این عدد افزایش می‌یابد.

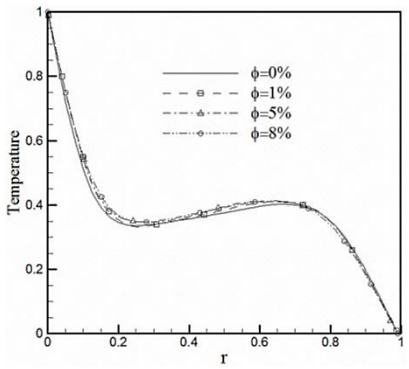


Fig. 7-b

شکل 7-b

Fig. 7 Effects of dispersion of Cu nanoparticle on the temperature profiles at θ=90 of cylindrical for different Volume fractions for non-Boussinesq approximation (7-a) and Boussinesq approximation (7-b).

شکل 7 اثرات پراکندگی نانوذرات مس روی پروفیل‌های دمایی θ=90 استوانه ای برای درصدهای حجمی مختلف و برای تقریبهای نان بوزینسک(7-a) و بوزینسک(7-b)

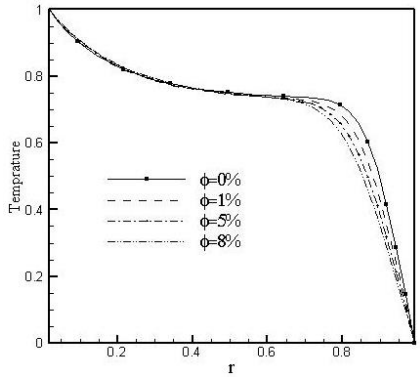


Fig. 8-a

شکل 8-a

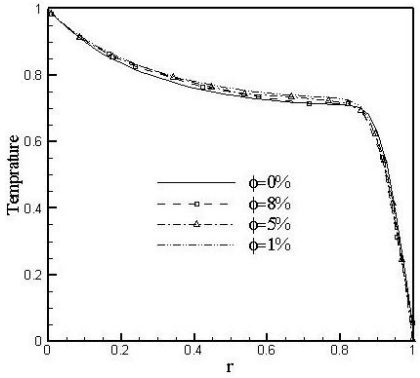


Fig. 8-b

شکل 8-b

Fig. 8 Effects of dispersion of Cu nanoparticle on the temperature profiles at θ =180 of cylindrical for different Volume fractions for non-Boussinesq approximation (8-a) and Boussinesq approximation (8-b).

شکل 8 اثرات پراکندگی نانوذرات مس روی پروفیل‌های دمایی θ=180 استوانه ای برای درصدهای حجمی مختلف و برای تقریبهای نان بوزینسک(8-a) و بوزینسک(8-b)

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-06]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1398.6.4.1.7]

همانطور که قبلا مورد بحث قرارگرفت، افزایش میزان درصد حجمی نانوذرات، میزان پخش حرارتی را افزایش می‌دهد که موجب افت گرادیان درجه حرارت می‌شود و بنابراین ضخامت مرز را همانطور که در شکلهای 6، 7 و 8 نشان داده شده‌است، افزایش می‌دهد. این افزایش در ضخامت لایه مرزی حرارتی باعث کاهش عدد ناسلت می‌شود. بنابراین، عدد ناسلت مضربی از گرادیان دمایی و نرخ هدایت حرارتی (هدایت نانوسیال نسبت به هدایت سیال پایه) است. از آنجائیکه کاهش گرادیان درجه حرارت به علت وجود نانوذرات بسیار کمتر از نسبت هدایت حرارتی است، بنابراین افزایش در عدد ناسلت با افزایش درصد حجمی نانوذرات افزایش می‌یابد. دیده شده است که در دیوار سرد نزدیک ناحیه ی گردشی CCW، مخلوط نانوسیال با درصد حجمی 5٪ دارای بهترین عملکرد انتقال حرارت است و افزایش درصد حجمی نانوذرات بیشتر از این مقدار، منجر به کاهش انتقال حرارت می شود. اثرات دانسیته‌ی وابسته به دمای غیرخطی و درصد حجمی نانو ذرات بر روی میزان انتقال حرارت کلی در جدول 2 نشان داده شده است. از این جدول روشن است که افزایش درصد حجمی نانو ذرات، انتقال حرارت را در همه‌ی موارد کاهش می‌دهد. همچنین عدد ناسلت میانگین در مورد دانسیته‌ی وابسته به دمای غیرخطی بسیار کمتر از مورد تقریب بوزینسک است.

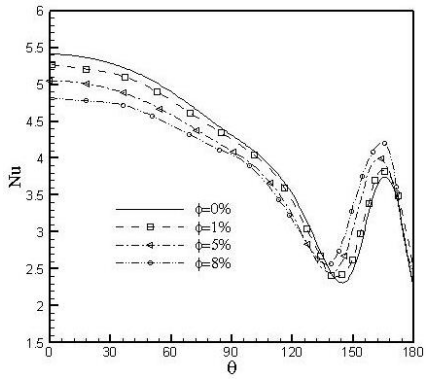


Fig. 10-a

شکل 10-a

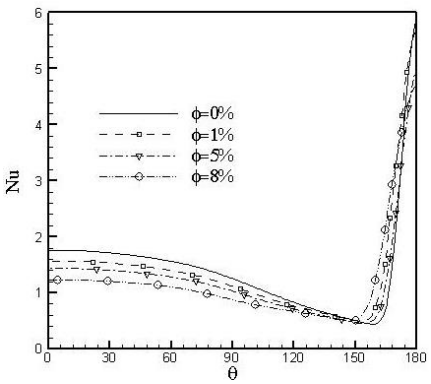


Fig. 10-b

شکل 10-b

Fig. 10 Effects of dispersion of Cu nanoparticle on the local Nusselt distribution at for different Volume fractions for non-Boussinesq Approximation and hot (10-a) and cold (10-b)walls

شکل 10 اثرات پراکندگی نانوذرات مس بر روی توزیع ناسلت محلی برای درصدهای حجمی مختلف و برای تقریب نان بوزینسک و برای دیوار داغ (10-a) و دیوار سرد (10-b)

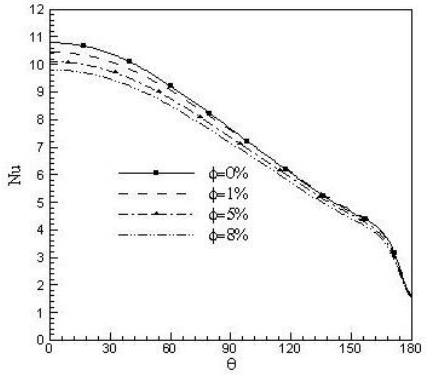


Fig. 11-a

شکل 11-a

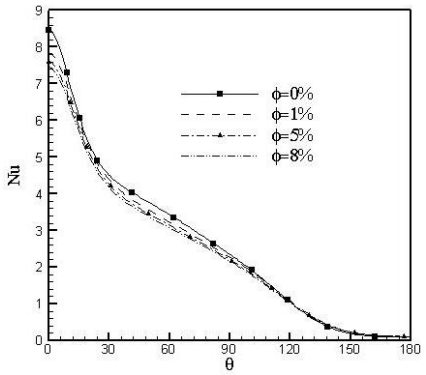


Fig. 11-b

شکل 11-b

Fig. 11 Effects of dispersion of Cu nanoparticle on the local Nusselt distribution at for different Volume fractions for Boussinesq approximation and hot (11-a) and cold (11-b)walls

شکل 11 اثرات پراکندگی نانوذرات مس بر روی توزیع ناسلت محلی برای درصدهای حجمی مختلف و برای تقریب نان بوزینسک و برای دیوار داغ (11-a) و دیوار سرد (11-b)

جدول2 مقایسه ی اثرات دانسیته ی وابسته ی دمای غیر خطی و درصد حجمی نانوذرات روی عدد ناسلت میانگین حول استوانه ی داخلی

Table 2 Comparison of the effects nonlinear temperature dependent density and nanoparticle volume fraction on average Nusselt number around inner cylinder

	تقریب بوزینسک	تقریب نان بوزینسک
$\phi = 0.0$	8.02	4.022
$\phi = 0.01$	7.8422	3.8845
$\phi = 0.05$	7.2694	3.4421
$\phi = 0.08$	6.8579	3.1572

کانتور تولید آنتروپی محلی برای دو فرض بوزینسک و نان بوزینسک در شکل 12 نشان داده شده است. تولید آنتروپی در مسائل مهندسی به دو دلیل انتقال حرارت و اصطکاک مایع برگشت نا پذیری می باشد. لازم به ذکر است که در مطالعه حاضر، مقدار تولید آنتروپی به علت اصطکاک مایع نسبت به تولید آنتروپی به دلیل انتقال حرارت به خاطر اثر غالب انتقال حرارت طبیعی نا چیز می باشد. همان طور که از شکل پیداست تولید انتروپی در نزدیکی دیوار گرم داخلی و سرد خارجی به دلیل

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-06]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1398.6.4.1.7]

وجودگرادیان دمایی بالا متمرکز شده است کانتورهای آنتروپی محلی برای تقریب بوزینسک دارای الگوی متقارن هستند، در حالیکه برای تقریب غیر بوزینسک گسترده تر هستند تأثیر افزودن نانوذرات به سیال خالص که منجر به کاهش در تولید آنتروپی می شود از دو جهت قابل بررسی است افزایش هدایت حرارتی و نرخ انتقال حرارت از یک سو و افزایش ویسکوزیته نانو سیال از سوی دیگر می توان اشاره کرد که با افزودن نانو ذرات به خالص مایع منجر به کاهش تولید آنتروپی محلی می گردد.

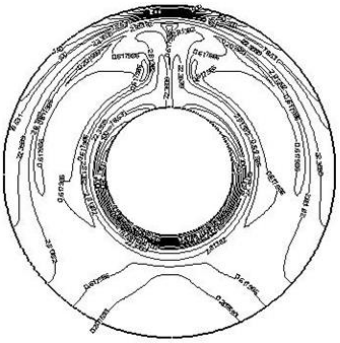


Fig. 12-a
شکل 12-a

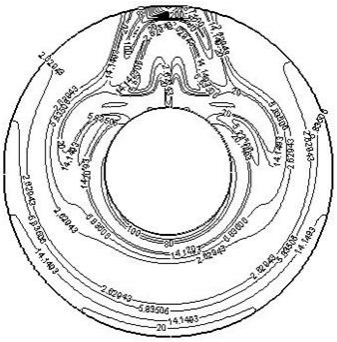


Fig. 12-b
شکل 12-b

Fig. 12 Entropy generation for Boussinesq and non-Boussinesq approximations, non-Boussinesq(5-a) and Boussinesq(5-b) approximation
شکل 12 کانتور تولید آنتروپی با تقریب نان بوزینسک (12-a) و بوزینسک(12-b)

اثرات دانسیته¬ی وابسته به دمای غیرخطی و درصد حجمی نانو ذرات بر روی میزان تولید آنتروپی کلی در جدول 3 نشان داده شده¬است. افزایش درصد حجمی نانو ذرات، تولید آنتروپی را در همه‌ی موارد کاهش می‌دهد. همچنین عدد آنتروپی میانگین در مورد دانسیته‌ی وابسته به دمای غیرخطی بسیار کمتر از مورد تقریب بوزینسک است.

جدول3 مقایسه ی اثرات دانسیته ی وابسته ی دمای غیر خطی و درصد حجمی نانوذرات روی تولید آنتروپی میانگین

Table 2 Comparison of the effects nonlinear temperature dependent density and nanoparticle volume fraction on average Entropy generation

	تقریب بوزینسک	تقریب نان بوزینسک
$\phi = 0.0$	4.639321	2.238488
$\phi = 0.01$	4.51931	2.1584
$\phi = 0.05$	4.32932	2.0484
$\phi = 0.08$	4.172519	1.9456

۶- نتیجه گیری:

در این مقاله، شبیه‌سازی عددی جابجایی طبیعی آرام در یک حلقه-ی استوانه‌ای هم‌مرکز دوبعدی پر شده از نانوسیال آب- مس و در نزدیکی ماکزیمم دانسیته‌ی آب، با استفاده از متود حجم محدود فشار مبنا انجام شده‌است. اثرات وابستگی دمای غیرخطی دانسیته‌ی آب و افزایش شدید آن در دمای 4 درجه‌ی سلسیوی برای تقریب‌های بوزینسک و نان بوزینسک مورد بررسی قرار گرفته‌است. همچنین اثر اضافه‌کردن نانوذرات به سیال خالص و درصدهای حجمی آنان روی مشخصه‌های انتقال حرارت و میدانهای جریان سیال مورد بررسی قرار گرفته‌است.

- میدان سیال و نرخ انتقال حرارت بطورقابل توجهی تحت تاثیر وارونگی دانسیته و پراکندگی نانوذرات هستند.
- در نمونه‌ی تقریب بوزینسک، افزایش درصد حجمی نانوذرات باعث کاهش عدد ناسلت محلی می‌شود.
- در نمونه‌ی تقریب نان بوزینسک، عدد ناسلت محلی با افزایش درصد حجمی نانوذرات کاهش می‌یابد(قبل از نقطه‌ی زینی در 150 درجه‌ی سلسیوس)، درحالیکه بعد از این نقطه با افزایش درصد حجمی افزایش می‌یابد.
- عدد آنتروپی میانگین در مورد دانسیته‌ی وابسته به دمای غیرخطی بسیار کمتر از مورد تقریب بوزینسک است.
- افزایش درصد حجمی نانو ذرات، تولید آنتروپی را در همه‌ی موارد کاهش می‌دهد.

۷- فهرست علائم:

C_p گرمای ویژه در فشار ثابت(J/kg K)
C مقدار ثابت
d فاصله ی بین مرکز استوانه ی خارجی و داخلی (m)
d_p قطر نانوذرات (m)
D قطر سیلندر درونی(m)
e_v فاصله از مرکزی عمودی $= d/(r_o-r_i)$
g شتاب جاذبه (m/s^2)
k رسانایی حرارتی سیال(W/mk)
L فاصله بین سیلندر درونی و بیرونی(m) $L=r_o-r_i$
Nu عدد نوسلت موضعی
$\overline{Nu}$ عدد نوسلت میانگین

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-06]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1398.6.4.1.7]

P	فشار$(kg/m.s^2)$
p	فشار بی بعد
Pr	عدد پرانتل
r	مختصات شعاعی (m)
Ra	عدد رایلی
T	درجه حرارت (K)
u, v	سرعت(m/s)
U, V	سرعتهای بی بعد
x, y	مختصات دکارتی (m)
X, Y	مختصات دکارتی بی بعد

علائم یونانی

α	ضریب پخش حرارتی (m2/s)
ϕ	درصد حجمی نانوذرات
β	ضریب انبساط حرارتی(K^{-1})
θ	زاویه چرخش حول محور قائم(چیدمان متفاوت)
φ	مختصات زاویه ای در سیستم استوانه ای
μ	ویسکوزیته دینامیکی(kg/m.s)
ν	ویسکوزیته سینماتیکی(m^2/s)
ρ	چگالی(kg/m^3)

زیرنویس

avg	میانگین
c	سرد
d	از بین رفته
f	سیال
eff	موثر
h	گرم
i	درونی
nf	نانوسیال
o	بیرونی
s	جامد
0	مقدار مرجع در شرایط سرما

بالانویس

*	بدون بعد

۸- مراجع

[1] H. Dawood, H. Mohammed, N. A. C. Sidik, K. Munisamy, M. Wahid, Forced, natural and mixed-convection heat transfer and fluid flow in annulus, *A review, International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 62, pp. 45-57, 2015.

[2] W. M. El-Maghlany, M. M. Sorour, O. Hozien, Experimental study of natural convection in an annulus between two eccentric horizontal square ducts, *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 65, pp. 65-72, 2015.

[3] K. T. Park, H. J. Kim, D.-K. Kim, Experimental study of natural convection from vertical cylinders with branched fins, *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 54, pp. 29-37, 2014.

[4] K. Luo, H.-L. Yi, H.-P. Tan, Eccentricity effect on bifurcation and dual solutions in transient natural convection in a horizontal annulus, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 89, pp. 283-293, 2015.

[5] A. Kumar, Effect of radial magnetic field on natural convection flow in alternate conducting vertical concentric annuli with ramped temperature, *Engineering Science and Technology, an International Journal*, Vol. 19, No. 3, pp. 1436-1451, 2016.

[6] O. A. Alawi, N. A. C. Sidik, H. Dawood, Natural convection heat transfer in horizontal concentric annulus between outer cylinder and inner flat tube using nanofluid, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 57, pp. 65-71, 2014.

[7] M. Taherzadeha, M. Saidi, Natural circulation in vertical porous annular enclosure with heat generation, *Scientia Iranica. Transaction B, Mechanical Engineering*, Vol. 22, No. 1, pp. 208, 2015.

[8] A. Ghafouri, M. Salari, Numerical investigation of the heat transfer enhancement using various viscosity models in chamber filled with water–CuO nanofluid, *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, Vol. 36, No. 4, pp. 825-836, 2014.

[9] M. Ghalambaz, A. Behseresht, J. Behseresht, A. Chamkha, Effects of nanoparticles diameter and concentration on natural convection of the Al 2 O 3–water nanofluids considering variable thermal conductivity around a vertical cone in porous media, *Advanced Powder Technology*, Vol. 26, No. 1, pp. 224-235, 2015.

[10] A. Malvandi, S. Moshizi, D. Ganji, Effect of magnetic fields on heat convection inside a concentric annulus filled with Al 2 O 3–water nanofluid, *Advanced Powder Technology*, Vol. 25, No. 6, pp. 1817-1824, 2014.

[11] S. Kashani, A. Ranjbar, M. Mastiani, H. Mirzaei, Entropy generation and natural convection of nanoparticle-water mixture (nanofluid) near water density inversion in an enclosure with various patterns of vertical wavy walls, *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 226, pp. 180-193, 2014.

[12] G. R. Kefayati, Mesoscopic simulation of mixed convection on non-Newtonian nanofluids in a two sided lid-driven enclosure, Advanced Powder Technology, Vol. 26, No. 2, pp. 576-588, 2015.

[13] A. K. Kareem, H. A. Mohammed, A. K. Hussein, S. Gao, Numerical investigation of mixed convection heat transfer of nanofluids in a lid-driven trapezoidal cavity, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 77, No. Supplement C, pp. 195-205, 2016/10/01/, 2016 .

[14] P. Ghabezi, M. Farahani, Composite adhesive-bonded joint reinforcement by incorporation of nano-alumina particles, *Journal of Computational Applied Mechanics*, Vol. 47, No. 2, pp. 231-239, 2016.

[15] G. C. Rana, R. Chand, V. Sharma, A. Sharda, On the onset of triple-diffusive convection in a layer of nanofluid, *Journal of Computational Applied Mechanics*, Vol. 47, No. 1, pp. 67-77, 2016.

[16] S. Azimi, A. Rastgoo, S. Sattari, A. Rashidi, Defects and Structural Analysis of Multi-Wall Carbon Nano Tubes via Ball milling and Cryo-milling, *Journal of Computational Applied Mechanics*, Vol. 47, No. 1, pp. 1-9, 2016.

[17] M. Corcione, E. Habib, A. Quintino, A two-phase numerical study of buoyancy-driven convection of alumina–water nanofluids in differentially-heated horizontal annuli, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 65, pp. 327-338, 2013 .

[18] T. A. Kowalewski, M. Rebow, Freezing of water in a differentially heated cubic cavity, *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, Vol. 11, No. 3-4, pp. 193-210, 1999.

[19] J. C. Maxwell, *A Treatise on Electricity and Magnetism*, vol. II. Pp. 310-318, Clarendon, Oxford, 1904.

[20] A. R. Khaled, K. Vafai, Heat transfer enhancement through control of thermal dispersion effects, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 48, No. 11, pp. 2172-2185, 2005.

[21] T. Michalek, T. A. Kowalewski, B. Sarler, Natural convection for anomalous density variation of water: numerical benchmark, *Progress in Computational Fluid Dynamics, an International Journal*, Vol. 5, No. 3-5, pp. 158-170, 2005.

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-06]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1398.6.4.1.7]