کابرد روش شبکه بولتزمن در شبیه سازی عددی جابجایی طبیعی نانوسیال در یک محفظه مربعی با مانع گرم

احمدرضا رحمتی[۱*]، علی اکبر طاهری[۲]

[۱] استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، ایران
[۲] کارشناسی ارشد رشته مهندسی مکانیک، گروه مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد شهر مجلسی، مجلسی، ایران

دریافت:بهار ۹۷ پذیرش:پائیز ۹۸

چکیده

در کار حاضر انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانوسیال اطراف مانع گرم درون یک محفظه مربعی با دیواره‌های چپ و راست سرد، بالا عایق و پایین گرم با استفاده از روش شبکه بولتزمن شبیه سازی می شود. جریان، آرام و تراکم ناپذیر و نانوسیال مورد مطالعه آب- اکسید تیتانیم است، برای محاسبه سرعت جریان و دمای سیال از مدل شبکهD2Q9 استفاده می‌شود. بررسی انتقال حرارت جابجایی نانوسیال اطراف مانع گرم درون یک محفظه مربعی و تاثیر عدد رایلی، کسرحجمی نانوسیال، ابعاد مانع، ابعاد محفظه، تغییر مدل محاسبه ضریب لزجت و ضریب هدایت حرارتی و شکل نانوذره بر عدد ناسلت از اهداف این تحقیق می باشد و برای اولین بار در این تحقیق انجام شد. نتایج نشان می دهد که با افزایش عدد رایلی و کسر حجمی، متوسط عدد ناسلت افزایش می‌یابد. با اضافه شدن ابعاد مانع تا نصف ابعاد محفظه، متوسط عدد ناسلت افزایش یافته، سپس تا ۰/۷ ابعاد محفظه، کم می‌شود. درحالت۰/۸ ابعاد محفظه ایجاد گردابه‌ها باعث افزایش انتقال حرارت می شود. انتقال حرارت با دو برابر شدن عرض مانع نسبت به وقتی که طول مانع دو برابر شود بهتر است. با دو برابر شدن طول محفظه متوسط عدد ناسلت به شدت افزایش می یابد و با دو برابر شدن عرض محفظه به شدت کاهش می یابد، متوسط عدد ناسلت در مدل بریکمن بیشتر از مدل وانگ است و در هر دو مدل ماکسول– گارنت و همیلتون– کروزر درصورتی که نسبت سطح برابر یک باشد با هم برابر است. با کم شدن نسبت سطح متوسط عدد ناسلت زیاد می شود.

[*] **عهده‌دار مکاتبات:** ar_rahmati@ kashanu.ac.ir

کلمات کلیدی:جابجایی طبیعی، نانوسیال، ضریب لزجت، ضریب هدایت حرارتی، روش شبکه بولتزمن.

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-06]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1398.6.4.4.0]

Application of lattice Boltzmann method for simulation of nanofluid natural convection in a square cavity with a hot obstacle

Ahmad Reza Rahmati [1*], Ali Akbar Tahery [2]

1- Assistant Professor, Mechanical Engineering Department, University of Kashan, Kashan, Iran
2- Department of Mechanic, Faculty of Engineering, Majlesi branch, Islamic azad University, Majlesi, Iran

Abstract

In this paper natural convection of nanofluid around a hot obstacle simulates in a square cavity with east and west cool walls and an adiabatic wall in north and a hot wall in south by Lattice Boltzmann Method. Flow is quiet and non-compressible and nanofluid is water-Tio2. We use D2Q9 LBM for velocity and fluid temperature. The purpose of this study is investigation of heat transfer around a hot obstacle in a square cavity and the effect of Rayleigh number, obstacle dimension, volume fraction of nanofluid, cavity dimensions, surface ratio and various models of computing heat transfer conductivity coefficient and viscosity coefficient on Nusselt number. This investigat is done for the first time. The results show that, by increasing of Rayleigh number and volume fraction, average of Nusselt number will increase. The average of Nusselt number will increase when obstacle dimensions increase to 0.5L but it will decrease when the obstacle dimensions increase to 0.7L. Vortexes will create in 0.8L and it causes to increase of heat transfer.

By reduplicating the obstacle width heat transfer is better than reduplicating the obstacle length. The average of Nusselt number increases by increasing of cavity's length and it will decrease by increasing of cavity's wide. All results are equal in Hamilton-crosser and Maxwell- Garnett model when the surface ratio is one. But heat transfer will increase by decreasing surface ratio. The average of Nusselt Number in Wang model is less than Nusselt Number in Brinkman model.

Keywords: Natural convection, Nanofluid, viscosity coefficient, conductivity coefficient, Lattice Boltzmann Method.

۱- مقدمه

یکی از مسائل مهمی که در صنعت و مهندسی قابل حل است، شبیه سازی انتقال حرارت و جریان سیال است. راه‌های زیادی برای افزایش انتقال حرارت وجود دارد؛ مثل اضافه کردن پره‌ها، مغشوش کردن جریان، افزایش ضریب رسانایی سیال، استفاده از مواد متخلخل، استفاده از نانوسیال و غیره.

جابجایی طبیعی نوعی از انتقال حرارت است که در آن حرکت سیال فقط توسط اختلاف چگالی در سیال که عامل آن گرادیان دما است، تامین می‌شود نه توسط یک منبع خارجی مثل پمپ و یا فن و دستگاه‌های مکش. در جابجایی طبیعی سیال منبع گرم را احاطه کرده و گرما دریافت می‌کند. و بدین صورت چگالی سیال پایین می‌آید و سیال سرد جای آن را می‌گیرد و گرم می‌شود و این چرخه ادامه پیدا می‌کند. این عملکرد انرژی حرارتی را از سلول پایینی به بالا هدایت می‌کند. نیروی راننده برای جابجایی طبیعی همان اختلاف چگالی بین سیال گرم و سرد است. جابجایی طبیعی در سالهای اخیر به دلیل موجود بودن آن در طبیعت و نیز کاربردهای آن در مهندسی مورد توجه محققان قرار گرفته است. یکی از روش های افزایش انتقال حرارت، استفاده از نانوسیال است که از مخلوط کردن سیال هایی نظیر آب، اتیلن گلیکول و روغن به عنوان سیال پایه و ذرات جامد با ابعاد نانومتری، حاصل می شود. برای انتقال حرارت در تجهیزاتی نظیر مبدل های حرارتی، سیال هایی مانند هوا، آب، روغن و اتیلن گلیکول استفاده می‌شود. با افزایش رقابت جهانی در صنایع مختلف و نقش انرژی در هزینه‌ی تولید، این صنایع به شدت به سمت توسعه سیال های پیشرفته و جدید با شاخص های حرارتی بالا پیش می‌روند. یکی از خواص مهم نانوذرات نسبت سطح به حجم بالای این مواد است که در تکنولوژی نانو اولین اثر کاهش اندازه ذرات، افزایش سطح است. افزایش نسبت سطح به حجم نانوذرات باعث می‌شود که اتم های واقع در سطح، اثر بسیار بیشتری نسبت به اتم‌های درون حجم ذرات، بر خواص فیزیکی ذرات داشته باشند. این ویژگی واکنش‌پذیری نانوذرات را به‌شدت افزایش می‌دهد، علاوه بر این افزایش سطح ذرات فشار سطحی را تغییر داده و منجر به تغییر فاصله بین ذرات یا فاصله بین اتم‌های ذرات می‌شود.

روشهای زیادی برای مدل‌سازی مسایل مختلف وجود دارد که محققان برای حل مسایل از آنها استفاده می‌کنند. از بین این روش‌ها روش شبکه بولتزمن در دهه گذشته در محدوده وسیعی از مسایل مربوط به جریان سیال و انتقال حرارت در مهندسی مکانیک به کار برده شده است.

از دلایل استفاده از این روش می‌توان به کاربرد راحت، توانایی شبیه سازی جریان های چندفازی و با هندسه پیچیده و سادگی الگوریتم حل، امکان اعمال نیروهای بین ذره ای در سیالات دو یا چندجزیی، توانایی استفاده از محاسبات موازی و درنهایت بی نیازی از استفاده از معادله پواسون برای بدست آوردن فشار اشاره کرد. معادله بولتزمن یک معادله آماری از حرکت و برخورد ذرات است که در واقعیت خصوصیات میکروسکوپیک مولکول‌ها را بررسی می‌کند. هولسز و ریچتمن[۱]در سال ۲۰۱۳ انتقال حرارت جابجایی طبیعی هوا را در یک حفره مربعی به طور عددی با استفاده از روش شبکه بولتزمن مطالعه کردند. آنها تاثیر عدد رایلی و زاویه شیب محفظه را بر انتقال حرارت بررسی کردند. پاشایی و همکاران[۲] در سال ۲۰۱۳ عدد ناسلت را درجابجایی ترکیبی در طول دیواره موجی شکل یک محفظه شیب دار دو بعدی با دریچه متحرک بررسی کردند. یانگ هو و همکاران[۳] در سال ۲۰۱۳ روش شبکه بولتزمن را برای جابجایی طبیعی بین یک سیلندر بیرونی مربعی و یک سیلندر داخلی مدور هم‌مرکز شبیه سازی کردند. آنها از روش مرز شناور برای حل میدان جریان و میدان دما استفاده کردند. خزایلی و همکاران[۴] در سال ۲۰۱۳ انتقال حرارت جابجایی طبیعی و اجباری را با استفاده از روش شبکه بولتزمن در هندسه‌های پیچیده و در اعداد رایلی مختلف و در شبکه‌های مختلف بررسی کردند. عشوری نژاد و همکاران[۵]در سال ۲۰۱۳ روش شبکه بولتزمن را برای جابجایی طبیعی آب نمک در یک سیلندر دوار افقی تحت میدان مغناطیسی به‌کار بردند. آنها تاثیر میدان مغناطیسی را بر جریان و انتقال حرارت بررسی کردند. عشوری نژاد و همکاران[۶] در سال ۲۰۱۳ جابجایی طبیعی نانوسیال را در دو حلقه هم مرکز با استفاده از روش شبکه بولتزمن بررسی کردند. عبدالویی و همکاران[۷] در سال۲۰۱۳ روش شبکه بولتزمن را برای شبیه‌سازی جابجایی طبیعی نانو سیال آب- اکسیدمس در یک محفظه مربعی شیب‌دار به‌کار بردند. در دو دیواره روبروی این محفظه یکی به اندازه نصف طول دیواره از وسط گرم و دیگری به همین اندازه سرد است. سجادی و همکاران[۸] در سال ۲۰۱۳ روش شبکه بولتزمن را برای شبیه‌سازی جابجایی طبیعی جریان مغشوش نانوسیال آب- مس در یک محفظه مربعی بررسی کردند. کفایتی[۹] در سال ۲۰۱۳ تاثیر میدان مغناطیسی بر روی جابجایی طبیعی نانوسیال در یک محفظه را با استفاده از روش شبکه بولتزمن بررسی کرد. او تاثیر عدد رایلی و کسرحجمی نانو ذره و عدد هارتمن را بر روی انتقال حرارت مطالعه کرد. محمد ابو طاهر و همکاران[۱۰] در سال ۲۰۱۳ جریان سیال و انتقال حرارت نانو سیال آب- مس را در یک محفظه مربعی با استفاده از روش شبکه بولتزمن و مدل شبکه D2Q9 بررسی کردند. کفایتی[۱۱] در سال ۲۰۱۳ تاثیر میدان مغناطیسی بر جابجایی طبیعی را در یک محفظه باز دارای نانوسیال آب- اکسیدآلومینیم با روش شبکه بولتزمن بررسی کرد. داش و لی[۱۲] در سال ۲۰۱۴ جابجایی طبیعی اطراف یک سیلندر مربعی شیب دار گرم درون یک محفظه سرد را با استفاده از روش شبکه بولتزمن مورد بررسی قرار دادند. گوکهال و فرناندس[۱۳] در سال ۲۰۱۴ روش شبکه بولتزمن را برای شبیه‌سازی جریان سیال در مواد متخلخل در یک محفظه مربعی به‌کار بردند. سجادی و کفایتی[۱۴] در سال ۲۰۱۴ روش شبکه بولتزمن را برای شبیه‌سازی جابجایی طبیعی مغشوش در یک محفظه بلند به‌کار بردند. ژنگ لی و همکاران[۱۵] در سال ۲۰۱۴ جابجایی طبیعی را با ترکیب روش شبکه بولتزمن و روش حجم محدود در یک محفظه مربعی شبیه‌سازی کردند. آنها عددهای رایلی مختلف را بررسی کردند و این روش را با روش شبکه بولتزمن

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-06]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1398.6.4.4.0]

و روش حجم محدود مقایسه کردند که نتایج قابل قبولی به دست آمد. مجری و همکاران[۱۶] در سال ۲۰۱۴ انتقال حرارت جابجایی طبیعی درون یک محفظه مربعی شیب‌دار همراه با نانوسیال آب –اکسید آلومینیم در معرض میدان مغناطیسی را با استفاده از روش شبکه بولتزمن بررسی کردند. کفایتی[۱۷] در سال ۲۰۱۴ تاثیر اتلاف حرارت سیال فرومغناطیس را بر جابجایی طبیعی در یک محفظه شیب دار پر از نانوسیال نفت- کوبالت با استفاده از روش شبکه بولتزمن بررسی کرد. شیخ الاسلامی و همکاران[۱۸] در سال ۲۰۱۴ روش شبکه بولتزمن را برای بررسی انتقال حرارت جابجایی طبیعی جریان هیدرودینامیک مغناطیسی در بین دایره‌های هم مرکز با استفاده از نانوسیال آب- مس به‌کار بردند. کلته و حسنی[۱۹] در سال ۲۰۱۴ انتقال حرارت جابجایی آزاد نانوسیال را در یک محفظه ال شکل با استفاده از روش شبکه بولتزمن شبیه سازی کردند. کفایتی[۲۰] در سال۲۰۱۴ تاثیر اتلاف حرارت سیال مغناطیسی بر انتقال حرارت جابجایی طبیعی در یک محفظه پر از نانوسیال نفت- کوبالت با توزیع دمای خطی در حضور میدان مغناطیسی با استفاده از روش شبکه بولتزمن بررسی کرد.

با توجه به مطالعات صورت گرفته در گذشته روش شبکه بولتزمن برای بررسی انتقال حرارت جابجایی طبیعی در یک محفظه باز یا بسته با استفاده از نانوسیال‌های مختلف و همچنین بدون استفاده از نانوسیال به‌کار گرفته شده است، اما این روش برای شرایط مرزی مورد نظر و ایجاد مانع گرم در مرکز و تغییر ابعاد مانع و ابعاد محفظه همراه با نانوسیال آب- اکسید تیتانیم تاکنون به‌کار گرفته نشده‌است، که در این تحقیق مورد بررسی قرار می‌گیرد. همچنین اثر نسبت سطح، اثر تغییر عدد رایلی و کسر حجمی نیز مورد بررسی قرار می‌گیرد. در ضمن با تغییر مدل‌های مختلف محاسبه ضریب هدایت حرارتی و ضریب لزجت نانوسیال، تاثیر این مدل‌ها نیز مورد بررسی قرار می‌گیرد.

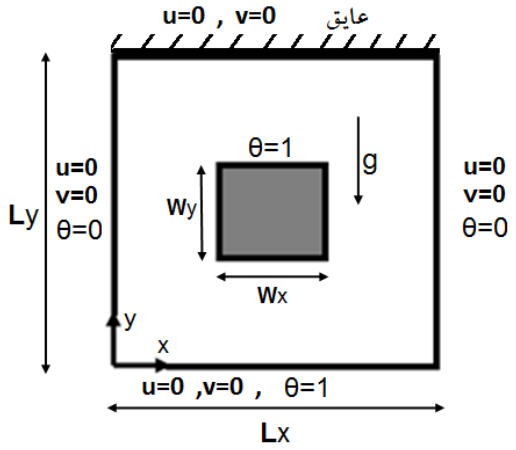
۲- شرح مساله

در این تحقیق مساله انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانوسیال اطراف یک مانع گرم درون یک محفظه مربعی با استفاده از روش شبکه بولتزمن بصورت دو بعدی مورد مطالعه عددی قرار می‌گیرد. در هندسه این مساله (شکل۱) دیواره‌های سمت چپ و راست سرد، بالا عایق و پایین گرم است و یک مانع مربعی گرم در وسط محفظه قرار دارد. جریان آرام و تراکم ناپذیر و سیال مورد مطالعه نانوسیال آب- اکسید تیتانیم در نظر گرفته شده است. دیواره‌های محفظه بدون حرکت است و برای محاسبه سرعت جریان و دمای سیال از مدل شبکه D2Q9 استفاده می‌شود. تغییر پارامترهایی از قبیل عدد رایلی، کسرحجمی نانوسیال، ابعاد مانع، ابعاد محفظه، نسبت سطح (نسبت سطح کره هم حجم با نانوذره به سطح نانوذره) و مدل‌های مختلف محاسبه ضریب هدایت حرارتی و ضریب لزجت، تاثیرات مهمی بر جریان و انتقال حرارت در هندسه مورد نظر می‌گذارد که این موضوع می‌تواند در خیلی از کاربردهای مهندسی از قبیل خنک کاری تجهیزات الکترونیکی، هسته‌ای و راکتورهای شیمیایی، سیستم‌های ذخیره‌سازی حرارت و غیره تاثیر گذار باشد. و به همین دلیل در این تحقیق تاثیر تغییر این پارامترها مورد بررسی قرار می‌گیرد. با تغییر ابعاد مانع و ابعاد محفظه می‌توان وضعیت محفظه را برای انتقال حرارت بهتر به‌دست آورد و با تغییر عدد رایلی و کسرحجمی می‌توان انتقال حرارت را بهبود بخشید. شکل نانوذرات که به نسبت سطح بستگی دارد نیز در انتقال حرارت بهتر موثر است. همچنین مدل محاسبه ضریب لزجت و ضریب هدایت حرارتی نانوسیال در محاسبه متوسط عددناسلت تاثیر دارد. کارآیی روش شبکه بولتزمن باتوجه به اینکه روشی کاربردی و جدید است در بررسی این‌گونه جریان‌ها در این تحقیق مورد مطالعه قرار می‌گیرد.

برای حل این مساله با استفاده از روش شبکه بولتزمن از زبان برنامه نویسی فرترن ۹۰ و برای نمایش نمودارها و کانتورها از نرم‌افزار تک پلات ۱۰[1] استفاده شده است.

۳- روش شبکه بولتزمن

روش شبکه بولتزمن برخلاف روش های دینامیک سیالات محاسباتی رایج که خواص ماکروسکوپیکی سیال را بیان می کند، رفتار سیال را در سطح مزوسکوپیک تعیین می نماید. روش شبکه بولتزمن از ماشین سلولی شبکه گاز استخراج شد، اولین بار روش شبکه گاز توسط فریش[2] و همکاران[۲۱] درسال ۱۹۸۶ ارایه شد و مک نامارا و زانتی[3] [۲۲] نخستین بار در سال ۱۹۸۸ به منظور فایق آمدن بر مشکلات شبکه گاز روش شبکه بولتزمن را پیشنهاد دادند. در این روش فرض بر این است که درجات آزادی ذرات تشکیل دهنده محیط در جهات مشخصی و فقط در موقعیت‌های نقاط شبکه قرار دارند.



شکل۱ هندسه مساله مورد نظر

۳-۱- معادله جریان شبکه بولتزمن

در روش شبکه بولتزمن برای توصیف ذرات از یک متغیر به نام تابع توزیع ذرات به شکل زیر استفاده می شود[۲۳]:

$$f_i(\vec{x}+\vec{c}_i\Delta t, t+\Delta t) = f_i(\vec{x},t) + \Omega_i(f) \qquad (۱)$$

که $\Omega_i(f)$ عملگر برخورد است. این معادله شامل دو مرحله عمده برخورد و انتشار است. در مرحله برخورد توابع توزیع در هر گره با هم برخورد می‌کنند و مرحله انتشار توابع توزیع ذره از یک گره به گره مجاور منتقل می‌شوند. عملگر برخورد با استفاده از تقریب بی- جی- کی به‌صورت زیر است[۲۳]:

$$\Omega_i = -\frac{1}{\tau_v}\left(f_i(\vec{x},t) - f_i^{eq}(\vec{x},t)\right) \qquad (۲)$$

که در آن f_i^{eq} تابع توزیع تعادلی و τ_v ضریب تخفیف بدون بعد است. بنابراین معادله بولتزمن را می توان به صورت زیر نوشت[۲۳]:

$$\tilde{f}_i(\vec{x}+\vec{c}_i\Delta t, t+\Delta t) = f_i(\vec{x},t) - \frac{1}{\tau_v}\left[f_i - f_i^{eq}\right] + F_i\Delta t \qquad (۳)$$

1 Tecplot10
2 Frisch
3 Mc Namara and Zanetti

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-06]
[DOR: 20.1001.1.20089813.1398.6.4.4.0]

که F_i معرف نیروی خارجی وارد بر ذرات است و می‌توان در مسایل انتقال حرارت جابجایی طبیعی در روش شبکه بولتزمن به صورت $3\rho w_i c_{y_i} g\beta\Delta T$ در نظر گرفت. با داشتن معادله بولتزمن کمیات ماکروسکوپیک چگالی، بردار سرعت و انرژی داخلی را می‌توان محاسبه نمود[۲۴]:

$$\rho(\vec{x},t) = \int f(\vec{x},\vec{c},t)d\vec{c} \quad (۴)$$

$$\rho\vec{u}(\vec{x},t) = \int \vec{c}f(\vec{x},\vec{c},t)d\vec{c} \quad (۵)$$

$$\rho\epsilon(\vec{x},t) = \int \vec{c}^2 f(\vec{x},\vec{c},t)d\vec{c} \quad (۶)$$

که در آن، $\vec{u}$ بردار سرعت ماکروسکوپیک و $\vec{c}$ سرعت ذرات می‌باشد. همچنین انرژی داخلی سیستم را می توان به صورت زیر محاسبه کرد[۲۳]:

$$e = \frac{3}{2}\frac{k_B T}{m} \quad (۷)$$

که T دما، m جرم مولکولی و k_B ثابت بولتزمن می‌باشد.

در کار حاضر از روش شبکه بولتزمن D2Q9 استفاده شد که تابع توزیع تعادلی برای این شبکه به‌صورت زیر است[۲۳]:

$$f_i^{eq} = w_i\rho\left[1 + \frac{1}{c_s^2}\vec{c}_i\vec{u} + \frac{1}{2c_s^4}(\vec{c}_i.\vec{u})^2 - \frac{1}{2c_s^2}\vec{u}^2\right] \quad (۸)$$

که سرعت صوت در این مدل، $c_s = c/\sqrt{3}$ است و w_i ضرایب وزنی به‌صورت $w_0 = 4/9$ و $w_{1,2,3,4} = 1/9$ و $w_{5,6,7,8} = 1/36$ برای شبکه D2Q9 هستند. بردارهای سرعت به‌صورت زیر است[۲۵]:

$$\vec{c}_i = \begin{cases} (0,0) & i = 0 \\ \vec{c}\left(\cos\left[(i-1)\frac{\pi}{2}\right], \sin\left[(i-1)\frac{\pi}{2}\right]\right) & i = 1-4 \\ \sqrt{2}\vec{c}\left(\cos\left[(2i-9)\frac{\pi}{4}\right], \sin\left[(2i-9)\frac{\pi}{4}\right]\right) & i = 5-8 \end{cases} \quad (۹)$$

که $\vec{c} = \delta x/\delta t$ می‌باشد، δx طول المان های شبکه و δt مرحله زمانی می‌باشد. همچنین چگالی و سرعت‌های ماکروسکوپیک از روابط زیر به‌دست می‌آیند[۲۳]:

$$\rho = \sum_{i=0}^{8} f_i \quad (۱۰)$$

$$\rho.u = \sum_{i=0}^{8} \vec{c}f_i \quad (۱۱)$$

با استفاده از بسط چاپمن- انزکوگ رابطه بین لزجت و ضریب تخفیف به‌صورت زیر است[۲۳]:

$$\nu = c_s^2\Delta t(\tau_v - 0.5) \quad (۱۲)$$

فشار از رابطه زیر به‌دست می‌آید[۲۳]:

$$p = c_s^2\rho \quad (۱۳)$$

۳-۲- معادله گرمایی شبکه بولتزمن

تابع توزیع گرمایی به صورت زیر است[۲۳]:

$$g_i(\vec{x} + \vec{c}_i\Delta t, t + \Delta t) - g_i(\vec{x},t) = -\frac{1}{\tau_h}\left(g_i - g_i^{eq}\right) \quad (۱۴)$$

که τ_h ضریب تخفیف مربوط به دما است و g_i^{eq} تابع توزیع تعادلی مربوط به دما است که از رابطه زیر به‌دست می‌آید[۲۳]:

$$g_i^{eq} = Tw_i\left(1 + \frac{\vec{c}_i.\vec{u}}{c_s^2}\right) \quad (۱۵)$$

دما و ضریب پخش گرمایی از روابط زیر به‌دست می‌آید[۲۳]:

$$T = \sum_{i=0}^{8} g_i \quad (۱۶)$$

$$\alpha = \frac{(\Delta x)^2}{3\Delta t}(\tau_h - 0.5) \quad (۱۷)$$

۳-۳- مدل سازی نانوسیال

خصوصیات ترموفیزیکی نانوسیال بجز چگالی که با استفاده از تقریب بوزینسک به‌دست می‌آید، ثابت فرض می‌شوند، که در جدول۱ آمده است.

چگالی نانوسیال، ظرفیت گرمایی ویژه نانوسیال به‌صورت زیر است[۲۵]:

$$\rho_{nf} = (1-\varphi)\rho_f + \varphi\rho_s \quad (۱۸)$$

$$(\rho c_p)_{nf} = (1-\varphi)(\rho c_p)_f + \varphi(\rho c_p)_s \quad (۱۹)$$

که φ کسرحجمی نانو ذره و زیرنویس f مربوط به سیال، s مربوط به ماده جامد و nf مربوط به نانوسیال می‌باشد. لزجت نانوسیال که شامل یک سوسپانسیون رقیقی از ذرات کروی جامد است با استفاده از رابطه بریکمن [۲۶] به‌دست می‌آید:

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1-\varphi)^{2.5}} \quad (۲۰)$$

وانگ و موجومدار[۲۷] برای محاسبه ضریب لزجت نانوسیال از رابطه زیر استفاده کردند:

$$\mu_{nf} = \mu_f(123\varphi^2 + 7.3\varphi + 1) \quad (۲۱)$$

ضریب هدایت گرمایی نانوسیال با فرض یک شکل و کروی بودن نانوذرات توسط روش ماکسول- گارنت [۲۸] به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$k_{nf} = k_f\left(\frac{k_s+2k_f-2\varphi(k_f-k_s)}{k_s+2k_f+\varphi(k_f-k_s)}\right) \quad (۲۲)$$

برای مخلوط های جامد- مایع که در آن نسبت هدایت دو فاز بزرگتر از ۱۰۰ باشد می توان از رابطه همیلتون- کروزر[۲۹] استفاده کرد که انحراف از کروی بودن ذرات را نیز در نظر می گیرد:

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \left(\frac{k_s+(n-1)k_f+(n-1)\varphi(k_f-k_s)}{k_s+(n-1)k_f+\varphi(k_f-k_s)}\right) \quad (۲۳)$$

$$n = \frac{3}{\psi}\ ,\ 0.5 < n < 6$$

که در آن n فاکتور شکل تجربی است و ψ به صورت نسبت سطح کره هم حجم با ذره به سطح ذره تعریف می شود. برای ذرات کروی $\psi = 1$ است.

عدد ناسلت محلی[۱۶]:

$$Nu = -\frac{k_{nf}}{k_f}\frac{L}{\Delta T}\frac{\partial T}{\partial x} \quad (۲۴)$$

عدد ناسلت متوسط[۱۶]:

$$Nu_{avg} = \frac{1}{L}\int_0^L Nu_y d_y \quad (۲۵)$$

خصوصیات ترموفیزیکی نانوسیال آب- اکسید تیتانیم در جدول۱ آمده است.

جدول۱ خصوصیات ترموفیزیکی نانوسیال آب- اکسید تیتانیم

ماده	ρ (Kg/m³)	c_p (J/Kg.m)	k (W/mk)	β (1/k)	μ (Kg/ms)
آب	۹۹۷/۱	۴۱۷۹/۰	۰/۶۱۳	۲۱x۱۰$^{-۵}$	۱
اکسید تیتانیم	۴۲۵۰/۰	۶۸۶/۲	۸/۹۵۳۸	۹x۱۰$^{-۵}$	-

۴- تفسیر و تحلیل نتایج

در این بخش مساله انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانوسیال آب- اکسید تیتانیم در یک محفظه مربعی اطراف یک مانع گرم با روش شبکه بولتزمن بررسی می شود. دیواره های چپ و راست سرد، پایین گرم و بالا عایق است. جریان آرام و تراکم ناپذیر و دیواره‌های محفظه بدون حرکت است برای محاسبه سرعت جریان و دمای سیال از مدل شبکه بولتزمن نه سرعته استفاده می‌شود. ابتدا برای صحت سنجی برنامه کامپیوتری نتایج انتقال حرارت جابجایی طبیعی در یک محفظه مربعی مانع‌دار با سیال آب شبیه سازی و با نتایج راگویی و همکاران[۳۰] مقایسه شد. مستقل بودن نتایج از شبکه حل نیز بررسی خواهد شد و سپس نتایج حاصل از شبیه سازی عددی نانوسیال در هندسه و شرایط مورد بررسی، همراه با نانوسیال آب– اکسید تیتانیم ارایه خواهد شد.

۴-۱- اعتبارسنجی

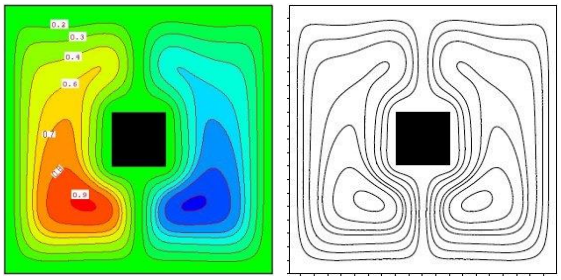
[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-06]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1398.6.4.4.0]

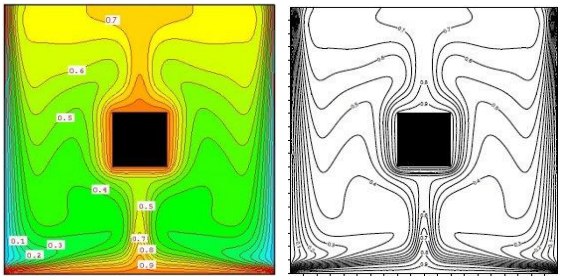
برای اعتبار سنجی برنامه کامپیوتری انتقال حرارت جابجایی طبیعی در یک محفظه مربعی با مانع گرم حل شد. دیواره‌های سمت چپ و راست سرد، دیواره پایین گرم و دیواره بالایی عایق می‌باشد. عدد پرانتل ۷ و در رایلی $۱۰^{۶}$ با نتایج مقاله راگویی و همکاران[۳۰] مقایسه شد. در شکل‌های۲ و۳ خطوط جریان و خطوط هم‌دما در کار حاضر با نتایج مقاله راگویی و همکاران [۳۰] مقایسه شد. همانطور که مشاهده می‌شود خطوط جریان و خطوط هم‌دما تطابق خوبی با نتایج کار راگویی و همکاران[۳۰] دارد.

۴-۲- استقلال نتایج از شبکه حل

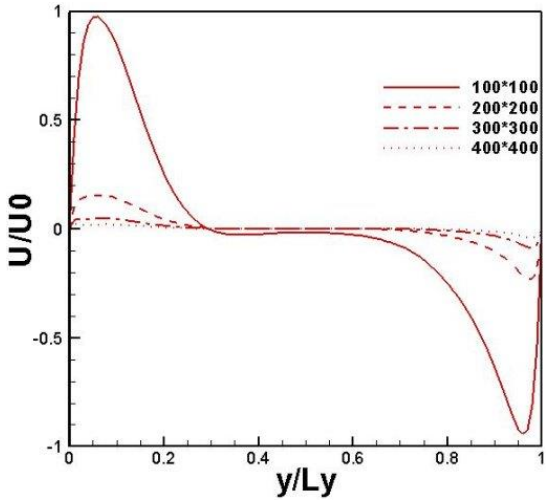
نتایج مولفه X بردار سرعت در انتقال حرارت جابجایی طبیعی در یک محفظه مربعی مانع دار در عدد رایلی $۱۰^{۶}$ و با اندازه‌های متفاوت ۱۰۰x۱۰۰ و ۲۰۰x۲۰۰ و ۳۰۰x۳۰۰ و ۴۰۰x۴۰۰ باهم مقایسه شد، این مقایسه نشان داد که نتایج در شبکه‌بندی ریزتر دقیق‌ترند و در شبکه‌بندی درشت وابسته به شبکه حل است. شکل۴ توزیع عمودی مولفه X سرعت را در اندازه‌های شبکه مختلف را نشان می‌دهد. همانطور که از این شکل می‌توان دید نتایج در شبکه‌های ۲۰۰x۲۰۰ و۳۰۰x۳۰۰ و۴۰۰x۴۰۰ اختلاف ناچیزی باهم دارند. لذا شبکه‌بندی ۳۰۰x۳۰۰ شبکه‌ای مناسب است.



شکل۲ خطوط جریان در مقاله راگویی[۳۰] (سمت راست) و خطوط جریان کار حاضر(سمت چپ) در عدد رایلی $۱۰^{۶}$



شکل۳ خطوط هم‌دما در مقاله راگویی [۳۰] (سمت راست) و خطوط هم‌دمای کار حاضر(سمت چپ) در عدد رایلی $۱۰^{۶}$



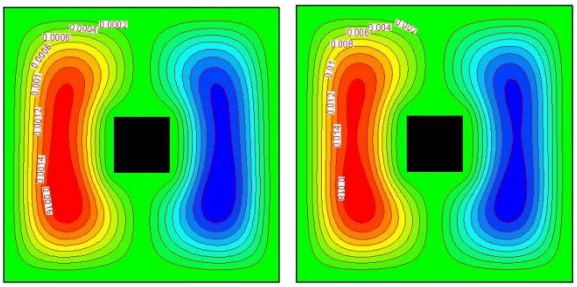
شکل۴ توزیع عمودی مولفه x سرعت در عدد رایلی $۱۰^{۶}$ و اندازه‌های شبکه مختلف

۴-۳- انتقال حرارت جابجایی طبیعی در یک محفظه مربعی با مانع گرم همراه با نانوسیال

در این بخش برای حل مساله مورد نظر تحقیق به هندسه مساله نانوسیال آب– اکسید تیتانیم اضافه کرده و تاثیر تغییر عدد رایلی، کسرحجمی نانوسیال، ابعاد مانع و ابعاد محفظه، تغییر مدل محاسبه ضریب لزجت و ضریب هدایت حرارتی و نیز تغییر نسبت سطح بر خطوط جریان، خطوط هم‌دما، انتقال حرارت و عدد ناسلت، بررسی خواهد شد. شبکه حل ۳۰۰x۳۰۰ است و مدل‌های همیلتون – کروزر [۲۹] و ماکسول– گارنت[۲۸] برای محاسبه ضریب هدایت حرارتی نانوسیال و مدل‌های وانگ[۲۷] و بریکمن[۲۶] برای محاسبه ضریب لزجت نانوسیال با هم مقایسه شدند.

۴-۳-۱- اثر تغییر عدد رایلی

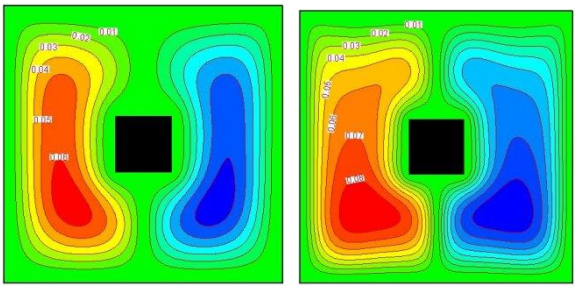
در این قسمت کسر حجمی نانوسیال برابر ۰/۰۴ و ابعاد مانع ۰/۲ طول محفظه مربعی فرض شد. با توجه به شکل۵ با افزایش عدد رایلی خطوط جریان به نقاط مرزی محفظه نزدیک می‌شوند و این مساله در اعداد رایلی بزرگ‌تر بیشتر به چشم می‌خورد. با توجه به شکل۶ با افزایش عدد رایلی سهم جابجایی بیشتر شده، خطوط هم‌دما از حالت عمودی به حالت افقی تبدیل می‌شود و گرادیان دما در نزدیک دیواره‌ها بیشتر می‌شود. با توجه به شکل۷ عدد ناسلت متوسط در دیواره سمت راست با افزایش عدد رایلی زیاد می‌شود که علت آن را می‌توان افزایش سهم جابجایی دانست و این افزایش در اعداد رایلی کمتر با شیب بیشتری به چشم می‌خورد.



(الف): رایلی $۱۰^{۳}$ (ب): رایلی $۱۰^{۴}$

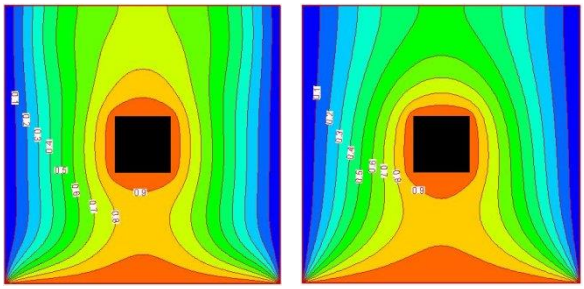
[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-06]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1398.6.4.4.0]

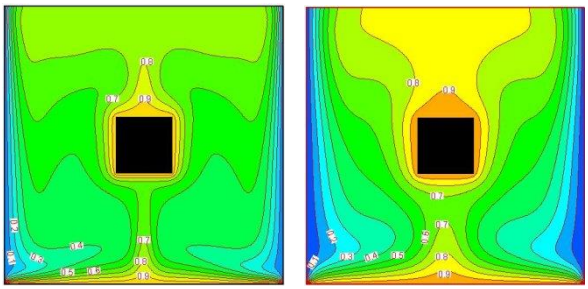


(ج): رایلی 10^5 (د): رایلی 10^6

شکل۵ خطوط جریان در $\varphi = 0.04$ و عداد رایلی مختلف

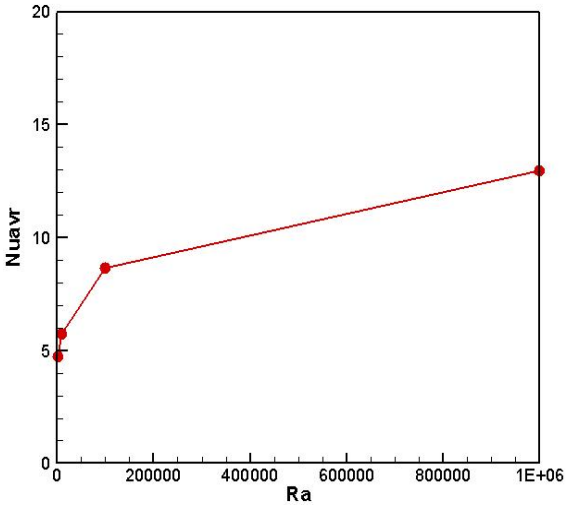


(الف): رایلی 10^3 (ب): رایلی 10^4



(ج): رایلی 10^5 (د): رایلی 10^6

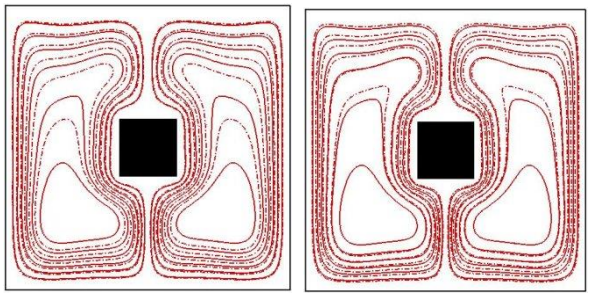
شکل۶ خطوط هم‌دما در $\varphi = 0.04$ و عداد رایلی مختلف



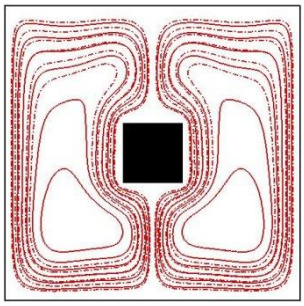
شکل۷ تغییر عدد ناسلت متوسط برحسب عددرایلی در کسرحجمی ۰/۰۴

۴-۳-۲- اثر تغییر کسرحجمی نانوسیال

شکل۸ خطوط جریان را در عدد رایلی 10^6 و ابعاد مانع ۰/۲طول محفظه نشان می دهد. کسر حجمی‌های ۰/۰۲ و ۰/۰۴ و ۰/۰۶ با کسرحجمی۰/۰ مقایسه شد. با توجه به شکل۹ با افزایش کسرحجمی گرادیان دما در نزدیک دیواره‌ها بیشتر می‌شود. با توجه به شکل۱۰ عدد ناسلت متوسط در دیواره سمت راست با افزایش کسرحجمی زیاد می‌شود که این افزایش به‌صورت خطی است.

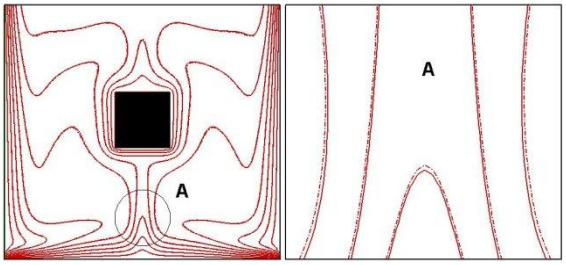


(الف): $\varphi = 0.0(-)$ و $\varphi = 0.02(-\cdot-)$ (ب): $\varphi = 0.0(-)$ و $\varphi = 0.04(-\cdot-)$

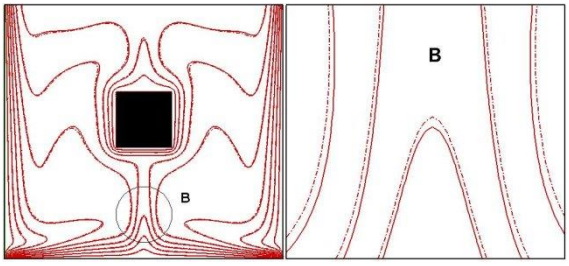


(ج): $\varphi = 0.0(-)$ و $\varphi = 0.06(-\cdot-)$

شکل۸ خطوط جریان در عدد رایلی 10^6و کسرحجمی مختلف



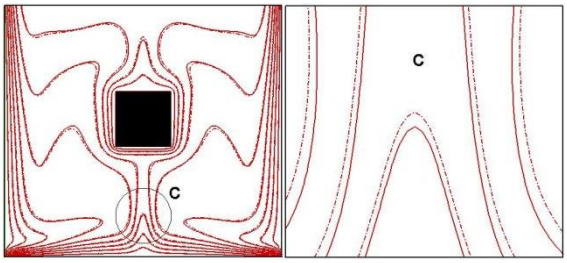
(الف): $\varphi = 0.0(-)$ و $\varphi = 0.02(-\cdot-)$



(ب): $\varphi = 0.0(-)$ و $\varphi = 0.04(-\cdot-)$

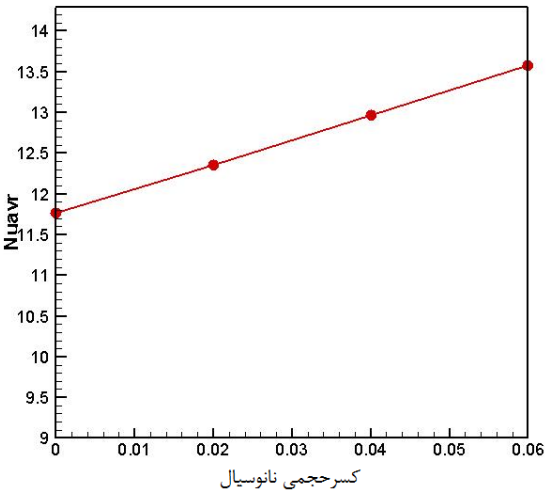
[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-06]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1398.6.4.4.0]



(ج): $\varphi = 0.0(-)$ و $\varphi = 0.06(-\cdot-)$

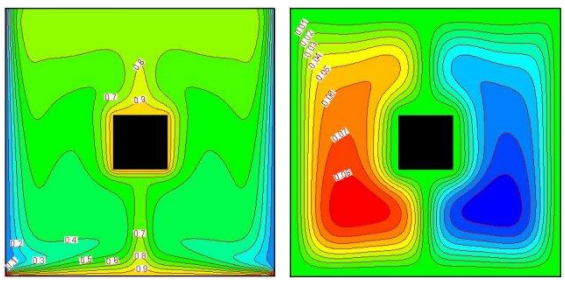
شکل۹ خطوط هم‌دما در عدد رایلی $۱۰^۶$ و کسرحجمی مختلف



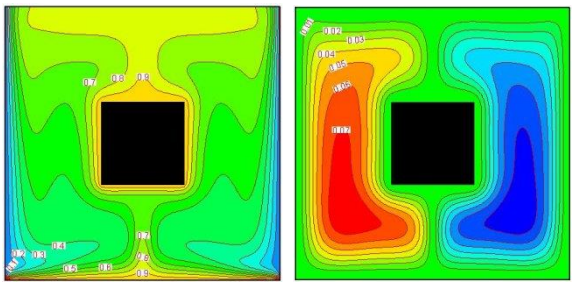
شکل۱۰ تغییر عدد ناسلت متوسط برحسب کسرحجمی در عدد رایلی $۱۰^۶$

۴-۳-۳- اثر تغییر ابعاد مانع

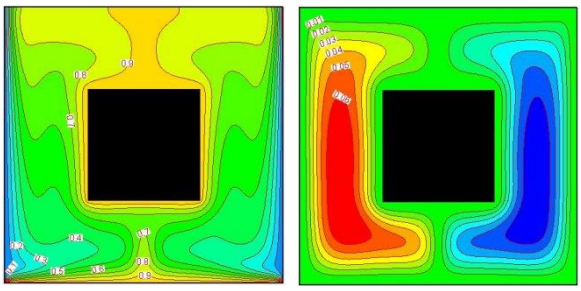
در این بخش عدد رایلی برابر $۱۰^۶$ و کسر حجمی نانوسیال نیز برابر ۰/۰۴ فرض شد. ابعاد مانع به ترتیب در ۰/۲ و ۰/۳ و ۰/۴ و ۰/۵ و ۰/۶ و ۰/۷ و ۰/۸ ابعاد محفظه مربعی است. با توجه به شکل۱۱ با افزایش ابعاد مانع خطوط جریان کشیده تر شده و خطوط هم‌دما از حالت افقی به حالت عمودی در می‌آیند. درحالتی که ابعاد مانع ۰/۸ ابعاد محفظه هست گردابه هایی ایجاد می شوند که باعث افزایش انتقال حرارت می شوند. با توجه به شکل۱۲ با اضافه شدن ابعاد مانع تا نصف ابعاد محفظه متوسط عدد ناسلت زیاد می شود و از آن به بعد تا ۰/۷ ابعاد محفظه متوسط عدد ناسلت کم می‌شود. و پس از آن دوباره تا ۰/۸ ابعاد محفظه متوسط عدد ناسلت زیاد می شود. پس بهترین عدد ناسلت متوسط وقتی است که ابعاد مانع نصف طول محفظه باشد یعنی $W = 0.5L$.



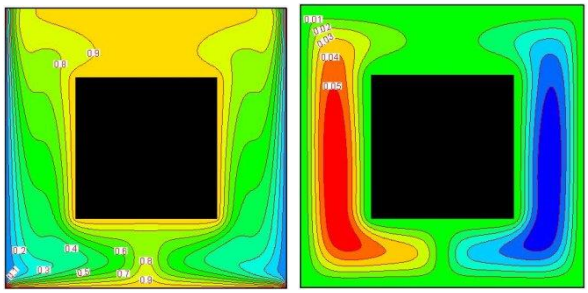
(الف): $W = 0.2L$



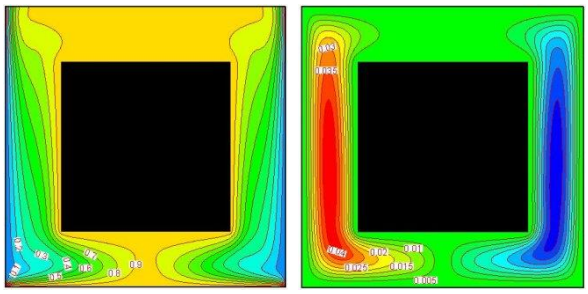
(ب): $W = 0.3L$



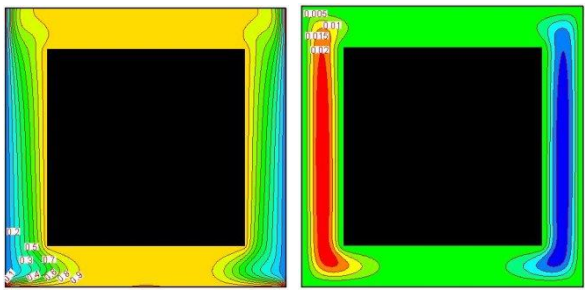
(ج): $W = 0.4L$



(د): $W = 0.5L$



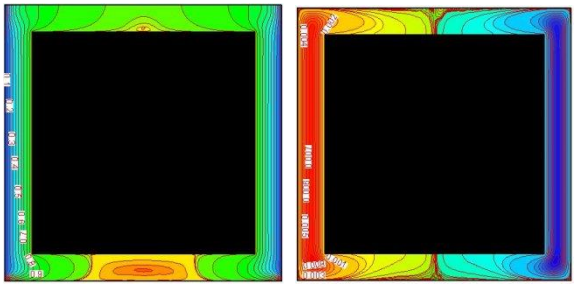
(ه): $W = 0.6L$



(و): $W = 0.7L$

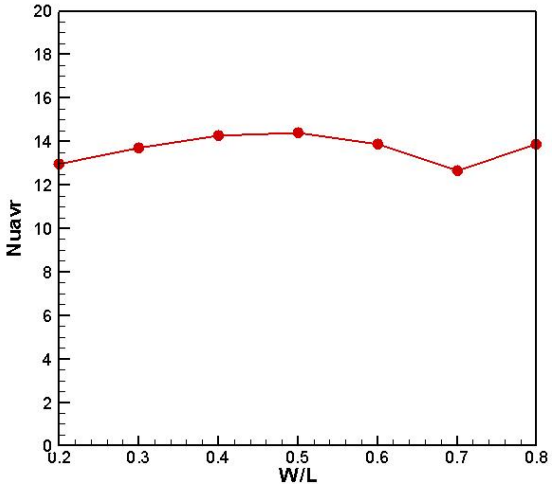
[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-06]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1398.6.4.4.0]



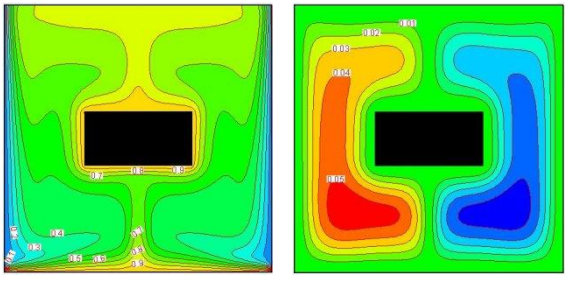
(ز): $W = 0.8L$

شکل۱۱ خطوط جریال(سمت راست) و خطوط هم‌دما (سمت چپ)در محفظه با اندازه موانع مختلف



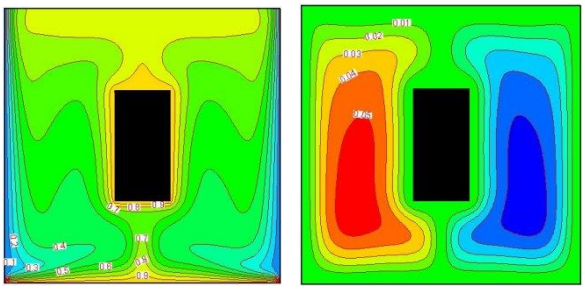
شکل۱۲ تغییر عدد ناسلت برحسب ابعاد مانع

با توجه به شکل۱۳ با دو برابر شدن طول مانع خطوط جریان در مانع نسبت به مانع مربعی کشیده تر شده و گرادیان دما نزدیک دیواره های محفظه بیشتر از مانع مربعی است. با توجه به شکل۱۴ با دو برابر شدن عرض مانع خطوط جریان نسبت به مانع مربعی کشیده تر شده و گرادیان دما نزدیک دیواره های محفظه بیشتر از مانع مربعی است. در جدول۲ تاثیر اضافه شدن طول یا عرض مانع در عدد ناسلت متوسط در دیواره سمت راست محفظه مشخص شده است. اعداد نشان می دهند که با دو برابر شدن طول یا عرض مانع عدد ناسلت متوسط در دیواره سمت راست افزایش می یابد و این افزایش وقتی عرض مانع افزایش یابد بیشتر است.



(ب) (الف)

شکل۱۳ خطوط جریان(الف) و خطوط هم دما (ب) در اندازه مانع با $W_x = 2W_y$.



(ب) (الف)

شکل۱۴ خطوط جریان(الف) و خطوط هم دما (ب) در اندازه مانع با $W_y = 2W_x$.

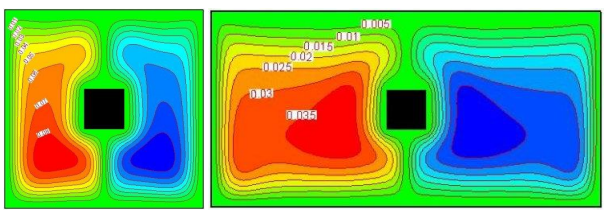
جدول۲ تاثیر ابعاد مانع در عدد ناسلت متوسط

ابعاد مانع	عدد ناسلت متوسط در دیوار سرد
$W_x = 2W_y$	۱۳/۲۲۱
$W_y = 2W_x$	۱۳/۳۳۹
مربعی $W = 0.2L$	۱۲/۹۶۵
مربعی $W = 0.3L$	۱۳/۷۲۱
مربعی $W = 0.4L$	۱۴/۲۶۰
مربعی $W = 0.5L$	۱۴/۴۲۱
مربعی $W = 0.6L$	۱۳/۸۵۹
مربعی $W = 0.7L$	۱۲/۶۵۶
مربعی $W = 0.8L$	۱۳/۸۹۸

۴-۳-۴- اثر تغییر ابعاد محفظه بر خطوط جریان و خطوط هم‌دما و عدد ناسلت

شکل ۱۵ و ۱۶ تاثیر اضافه شدن طول محفظه بر خطوط جریان و خطوط هم دما را نشان می دهد. عدد رایلی 10^6 و کسرحجمی نانو سیال ۰/۰۴ است. در شکل(ب) ابعاد محفظه برابر و به شکل مربع است و در شکل(الف) طول محفظه دو برابر عرض محفظه و به صورت افقی است. با توجه به شکل ۵ خطوط جریان در محفظه مربعی نسبت به محفظه افقی کشیده تر هستند. در شکل۶ گرادیان دما نزدیک دیواره های محفظه در محفظه افقی بیشتر از محفظه مربعی است.

در شکل۱۷ و ۱۸ تاثیر اضافه شدن عرض محفظه بر خطوط جریان و خطوط هم دما را نشان می‌دهد. عدد رایلی 10^6 و کسرحجمی نانو سیال ۰/۰۴ است. در شکل(الف) ابعاد محفظه برابر و به شکل مربع است و در شکل(ب) عرض محفظه دو برابر طول محفظه و به صورت عمودی است. با توجه به شکل۱۷ خطوط جریان در محفظه عمودی در سمت چپ و راست محفظه به دو قسمت تقسیم شده است. در شکل۱۸ گرادیان دما نزدیک دیواره پایین محفظه در محفظه عمودی کمتر از محفظه مربعی است.

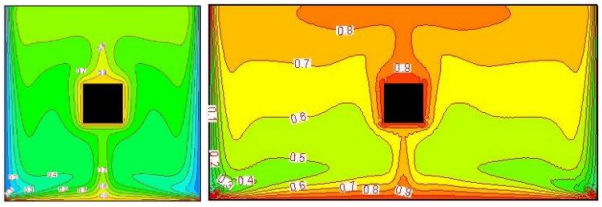


(ب) (الف)

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-06]

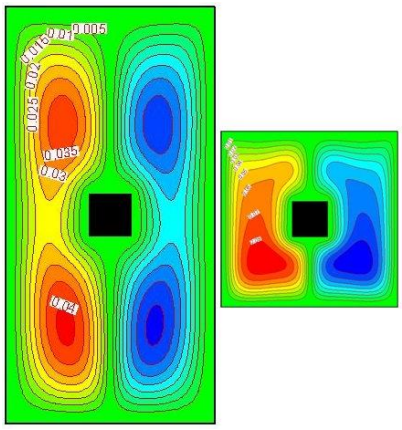
[DOR: 20.1001.1.20089813.1398.6.4.4.0]

شکل۱۵ تاثیر اضافه شدن طول محفظه در جهت خط افق بر خطوط جریان



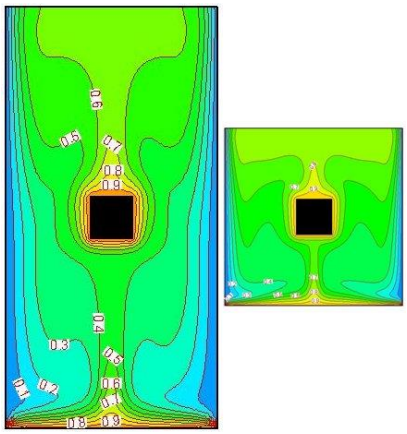
(ب) (الف)

شکل۱۶ تاثیر اضافه شدن طول محفظه در جهت خط افق بر خطوط هم‌دما



(ب) (الف)

شکل۱۷ تاثیر اضافه شدن عرض محفظه در جهت عمود بر خط افق بر خطوط جریان



(ب) (الف)

شکل۱۸ تاثیر اضافه شدن عرض محفظه در جهت عمود بر خط افق بر خطوط هم‌دما

در جدول۳ تاثیر اضافه شدن طول یا عرض محفظه بر روی عدد ناسلت متوسط در دیواره های سرد محفظه مشخص شده است. اعداد نشان می دهند که با دو برابر شدن طول محفظه متوسط عدد ناسلت در دیواره سمت راست به شدت افزایش می یابد و با دو برابر شدن عرض محفظه متوسط عدد ناسلت در دیواره سمت راست به شدت کاهش می یابد.

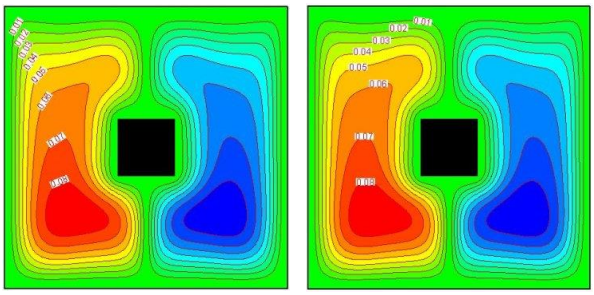
۴-۳-۵- مقایسه مدل‌های مختلف به دست آوردن ضریب هدایت حرارتی و ضریب لزجت

در این بخش مدل‌های همیلتون – کروزر[۲۹] و ماکسول– گارنت[۲۸] برای محاسبه ضریب هدایت حرارتی نانوسیال و مدل‌های وانگ[۲۷] و بریکمن[۲۶] برای محاسبه ضریب لزجت نانوسیال با هم مقایسه شدند. نانوسیال مورد مطالعه آب– اکسید تیتانیم، عدد رایلی 10^6 ، کسرحجمی نانوسیال ۰/۰۴ و ابعاد مانع ۰/۲ابعاد محفظه مربعی در نظر گرفته شد.

شکل۱۹ مقایسه خطوط جریان و شکل۲۰ مقایسه خطوط هم‌دما در مدل‌های همیلتون[۲۹] و ماکسول[۲۸] را نشان می‌دهد. در این مساله نسبت سطح برابر یک و مدل محاسبه لزجت نانوسیال مدل بریکمن[۲۶] در نظر گرفته شد، بنابراین چون شکل نانو ذرات به صورت کروی است، هم خطوط جریان و هم خطوط هم دما منطبق بر مدل ماکسول – گارنت[۲۸] می شود و می‌توان گفت زمانی که نسبت سطح برابر یک باشد نتایج دقیقاً منطبق بر مدل ماکسول – گارنت[۲۸] است.

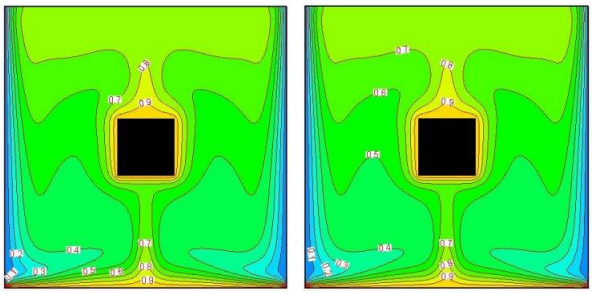
جدول۳ تاثیر اضافه شدن طول یا عرض محفظه در عدد ناسلت متوسط سمت راست

وضعیت محفظه	ناسلت متوسط دیوار سرد
طول محفظه دو برابر عرض محفظه	۲۵/۴۶۰
عرض محفظه دو برابر طول محفظه	۴/۹۰۰
محفظه مربعی	۱۲/۹۶۵



(ب) (الف)

شکل۱۹ مقایسه خطوط جریان مدل های همیلتون[۲۹] (الف) و ماکسول[۲۸] (ب)



(ب) (الف)

شکل۲۰ مقایسه خطوط هم دما مدل های همیلتون[۲۹] (الف) و ماکسول[۲۸] (ب)

متوسط عدد ناسلت در دیواره سمت راست نیز در دو مدل همیلتون[۲۹] و ماکسول[۲۸] در نسبت سطح یک در جدول۴ مقایسه شده است. که این مقایسه هم به دلیل فوق در دو روش دقیقاً بر هم منطبق است.

با توجه به شکل۲۱ با کم شدن نسبت سطح کره هم حجم با نانوذره به سطح نانوذره، متوسط عدد ناسلت دیواره‌های سرد زیاد می شود که دلیل آنرا می توان در زیاد شدن سطح تماس نانوذره با سیال پایه دانست. هر چه شکل نانو ذره به کره نزدیک تر شود سطح تماس کم شده و در نتیجه متوسط عدد ناسلت کم می شود و هرچه از حالت کروی خارج شود سطح تماس زیادتر شده و متوسط عدد ناسلت زیاد می شود.

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-06]

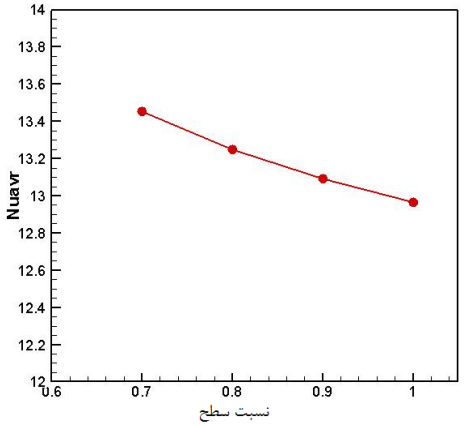
[DOR: 20.1001.1.20089813.1398.6.4.4.0]

شکل۲۲ مقایسه خطوط جریان و مقایسه خطوط هم‌دما در مدل بریکمن[۲۶] و مدل وانگ[۲۷] را نشان می‌دهد. در این مساله روش محاسبه ضریب هدایت حرارتی مدل همیلتون – کروزر[۲۹] در نظر گرفته شد. با توجه به شکل۲۲ در مدل بریکمن[۲۶] و مدل وانگ[۲۷] که برای به‌دست آوردن ضریب لزجت نانوسیال استفاده می‌شوند خطوط جریان و همچنین خطوط هم دما بر هم منطبق نیستند. پس این دو روش تجربی بر هم منطبق نبوده و نتایج آنها کمی با هم اختلاف دارند.

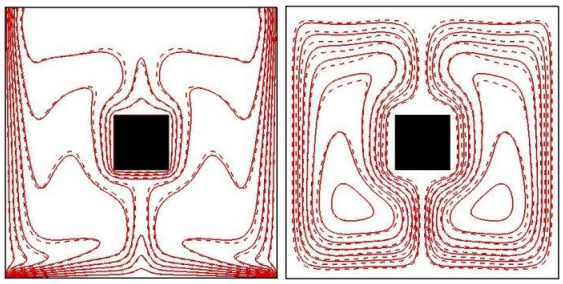
متوسط عدد ناسلت در دیواره های سرد نیز در جدول۵ مقایسه شده است که در مدل بریکمن[۲۶] بزرگتر از مدل وانگ[۲۷] است.

جدول۴ مقایسه عدد ناسلت متوسط در دو مدل مختلف و در نسبت سطح برابر یک

مدل	ناسلت متوسط دیوار سرد
ماکسول- گارنت[۲۸]	۱۲/۹۶۵
همیلتون- کروزر[۲۹]	۱۲/۹۶۵



شکل۲۱ تاثیر نسبت سطح بر عددناسلت



(ب) (الف)

شکل۲۲ مقایسه مدل های بریکمن[۲۶] و وانگ[۲۷]، خطوط جریان(الف) و خطوط هم دما (ب)

جدول۵ مقایسه عدد ناسلت متوسط در دو مدل بریکمن[۲۶]و وانگ[۲۷]

مدل	ناسلت متوسط دیوار سرد
بریکمن[۲۶]	۱۲/۹۶۵
وانگ[۲۷]	۱۲/۲۸۸

۵- نتیجه‌گیری

در این تحقیق انتقال حرارت جابجایی طبیعی اطراف یک مانع گرم درون یک محفظه مربعی با دیواره‌های سمت چپ و راست سرد، دیواره بالا عایق و دیواره پایین گرم با استفاده از روش شبکه بولتزمن بصورت دو بعدی شبیه سازی شد. جریان سیال آرام و تراکم ناپذیر و سیال مورد مطالعه نانوسیال آب- اکسید تیتانیم در نظر گرفته شده است. دیواره‌های محفظه بدون حرکت است و برای محاسبه سرعت جریان و دمای سیال از مدل شبکه D2Q9 استفاده شد. برای محاسبه ضریب لزجت نانوسیال از مدل بریکمن[۲۶] استفاده شد و این مدل با مدل وانگ[۲۷] مقایسه شد. همچنین برای محاسبه ضریب هدایت حرارتی نانوسیال از مدل ماکسول- گارنت[۲۸] استفاده شد و این مدل با مدل همیلتون- کروزر[۲۹] مقایسه شد. برای اعتبار سنجی برنامه کامپیوتری با استفاده از روش شبکه بولتزمن شبیه‌سازی و نتایج حاصل کار راگویی و همکاران[۳۰] مقایسه شد و کارآیی روش شبکه بولتزمن بررسی شد. تاثیر تغییر عدد رایلی، کسرحجمی نانوسیال، ابعاد مانع، ابعاد محفظه، شکل نانوذرات و مدل‌های مختلف محاسبه ضریب هدایت حرارتی و ضریب لزجت نانوسیال برروی عدد ناسلت و انتقال حرارت جابجایی در اطراف یک مانع گرم درون یک محفظه مربعی بررسی شد. نتایج به‌دست آمده از تحقیق حاضر نشان می‌دهد که:

الف. با اضافه شدن کسرحجمی در یک عدد رایلی ثابت عددناسلت متوسط دیواره سمت راست افزایش می‌یابد.

ب. در یک کسرحجمی ثابت با افزایش عدد رایلی عددناسلت متوسط دیواره سمت راست نیز افزایش پیدا می‌کند.

ج. با افزایش ابعاد مانع تا نصف ابعاد محفظه متوسط عددناسلت دیواره سمت راست زیاد می‌شود و از آن به بعد تا ۰/۷ ابعاد محفظه کم می‌شود و باز تا ۰/۸ ابعاد محفظه زیاد می‌شود. بنابراین می‌توان گفت که حالت بهینه ابعاد مانع همان نصف طول دیواره محفظه است.

د. با اضافه شدن طول یا عرض مانع، متوسط عدد ناسلت نسبت به مانع مربعی افزایش می‌یابد و این افزایش وقتی عرض مانع افزایش یابد بیشتر است.

ه. روش شبکه بولتزمن به عنوان روشی جدید، مناسب و کارآمد در بررسی جریان سیال و انتقال حرارت است.

ب. با کاهش نسبت سطح ضریب شکل افزایش یافته و عدد ناسلت متوسط در دیواره‌های سرد زیاد می‌شود.

و. با دو برابر کردن طول محفظه نسبت به عرض آن متوسط عدد ناسلت در دیواره سمت راست به شدت افزایش می‌یابد ولی با دو برابر کردن عرض محفظه نسبت به طول آن متوسط عدد ناسلت در دیواره سمت راست به شدت کاهش می‌یابد.

ز. در مدل همیلتون- کروزر[۲۹] برای محاسبه ضریب هدایت حرارتی وقتی نسبت سطح برابر یک است در یک کسرحجمی و عدد رایلی ثابت متوسط عدد ناسلت نسبت به مدل ماکسول- گارنت[۲۸] برابر است، اما با کاهش نسبت سطح، ضریب شکل افزایش یافته و متوسط عدد ناسلت زیاد می‌شود.

ح. در مدل وانگ[۲۷] برای به‌دست آوردن ضریب لزجت نانوسیال متوسط عدد ناسلت در یک کسرحجمی و عدد رایلی ثابت نسبت به مدل بریکمن[۲۶] کمتر است. پس این دو روش دقیقا برهم منطبق نیستند و حدود ۵/۲ درصد اختلاف دارند.

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-06]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1398.6.4.4.0]

ط. روش شبکه بولتزمن به عنوان روشی جدید، مناسب و کارآمد در بررسی جریان سیال و انتقال حرارت است.

۶- فهرست علائم

$\vec{c}$	بردار سرعت $(\mathbf{ms^{-1}})$
c_p	ظرفیت گرمایی ویژه$(\mathbf{JKg^{-1}K^{-1}})$
c_s	سرعت صوت$(\mathbf{ms^{-1}})$
e	انرژی جنبشی$(\mathbf{J})$
f	تابع توزیع چگالی جریان
F	نیروی خارجی $(\mathbf{N})$
g	تابع توزیع چگالی گرما
$\vec{g}$	بردار شتاب گرانش$(\mathbf{ms^{-2}})$
$\mathbf{k_B}$	ثابت بولتزمن
L_x	طول محفظه
L_y	عرض محفظه
m	جرم ملکولی$(\mathbf{gr})$
n	فاکتور شکل تجربی
p	فشار $(\mathbf{Kgm^{-1}s^{-2}})$
T	دما $(\mathbf{K})$
t	زمان$(\mathbf{s})$
Δt	مرحله گسسته زمانی
W_x	طول مانع
W_y	عرض مانع
w_i	تابع وزن
$\vec{x}$	بردار مکان $(\mathbf{m})$
Δx	مرحله گسسته مکانی

علایم یونانی

α	ضریب پخش حرارتی$(\mathbf{m^2s^{-1}})$
β	ضریب انبساط حرارتی$(\mathbf{K^{-1}})$
k	ضریب هدایت گرمایی$(\mathbf{Wm^{-1}K^{-1}})$
μ	لزجت دینامیکی $(\mathbf{Kgm^{-1}s^{-1}})$
v	لزجت$(\mathbf{m^2s^{-1}})$
ρ	چگالی $(\mathbf{Kgm^{-3}})$
τ_h	ضریب تخفیف برخورد بی بعد دما
τ_v	ضریب تخفیف برخورد بی بعد جریان
φ	کسرحجمی نانوذره(٪)
ψ	نسبت سطح کره هم حجم با نانوذره به سطح نانوذره
Ω	عملگر برخورد بی بعد

بالانویس‌ها

eq	حالت تعادل
neq	حالت غیر تعادل

زیرنویس‌ها

f	سیال
i	زیرنویس شمارش
nf	نانو سیال
s	نانوذره

۷- مراجع

[1] G. Huelsz and R. Rechtman, "Heat transfer due to natural convection in an inclined square cavity using the lattice Boltzmann equation method" , *International Journal of Thermal Sciences*, Vol.65, pp.111-119, 2013.

[2] P. Pashaie, M. Jafari, H. Baseri and M. Farhadi, "Nusselt Number Estimation along a Wavy Wall in an Inclined Lid-driven Cavity using Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System (ANFIS)", *International Journal of Engineering Transactions A: Basics*, Vol.26, No.4, pp.383-392, 2013.

[3] H. Yang, N. Xiao-Dong, S. Shi, Y. Haizhuan and L. Mingjun, "Natural Convection in a Concentric Annulus: A Lattice Boltzmann Method Study with Boundary Condition-Enforced Immersed Boundary Method", *Advances in Applied Mathematics and Mechanics*, Vol.5, No.3, pp.321-336, 2013.

[4] R. Khazaeli, S. Mortazavi and M. Ashrafizaadeh, "Application of a ghost fluid approach for a thermal lattice Boltzmann method", *Journal of Computational Physics*. No.250, pp.126–140, 2013.

[5] H. R. Ashorynejad, K. Sedighi, M. FarhadI and E. Fattahi, "Lattice Boltzmann simulation of magnethydrodynamics natural convection flow for salt water in a horizontal cylindrical annulus", *IJST, Transactions of Mechanical Engineering*, Vol. 37, No. M1, pp 11-22, 2013.

[6] H. R. Ashorynejad, M. Sheikholeslami and E. Fattahi, "Lattice Boltzmann Simulation of Nanofluids Natural Convection Heat Transfer in Concentric Annulus", *International Journal of Engineering Transactions B: Application* Vol.26, No.8, pp.895-904, 2013.

[7] M. El Abdallaoui, M. Hasnaoui and A. Amahmid, "Lattice-Boltzman simulations of free convection in an inclined square cavity partially heated and cooled from the sides and filled with nanofluids using heatline method", *16èmes Journées Internationales de Thermique (JITH 2013) Marrakech (Maroc),* du 13 au 15 Novembre 2013.

[8] H. Sajjadi, M. Beigzadeh Abbassi and GH. R. Kefayati," Lattice Boltzmann simulation of turbulent natural convection in a square cavity using Cu/water nanofluid", *Journal of Mechanical Science and Technology* Vol.27, No.8, pp.2341-2349, 2013.

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-06]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1398.6.4.4.0]

[9] GH. R. Kefayati, "Lattice Boltzmann simulation of natural convection in nanofluid-filled 2D long enclosures at presence of magnetic field", *Theorical and Computational Fluid Dynamic,* No.27, pp.865–883, 2013.
[10] A. Mohammad, L. Yeon Won and K. Heuy Dong, " Heat Transfer Enhancement of Cu-H2O Nanofluid with Internal Heat Generation Using LBM", *Open Journal of Fluid Dynamics*, Vol.3, pp.92-99, 2013.
[11] GH.R. Kefayati, " Effect of a magnetic field on natural convection in an open cavity subjugated to water/alumina nanofluid using Lattice Boltzmann method", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol.40, pp. 67–77, 2013.
[12] S.M. Dash And T.S. lee, "Natural convection from inclined squer cylinder using novel flexible forcing IB-LBM approach*", Engineering Application of Computational Fluid Mechanics*, Vol. 8, No.1, pp.91-103, 2014.
[13] M. Y. Gokhale and I. Fernandes, "Mesoscopic simulation of incompressible fluid flow in porous media *"*, *International Journal of Research in Engineering and Technology*, Vol.3, No.2, Feb-2014.
[14] H. Sajjadi and R. Kefayati, "Lattice Boltzmann simulation of turbulent natural convection in tall enclosures", *Thermal Science* 00, 66-66, 2013.
[15] L. Zheng, Y. Mo and Z. Yuwen, "A coupled lattice Boltzmann and finite volume method for natural convection simulation", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 70, March 2014, pp.864–874, 2014.
[16] I. Mejri, A. Mahmoudi, M.A. Abbassi and A. Omri," MHD Natural Convection in a Nanofluid-filled Enclosure with Non-uniform Heating on Both SideWalls", *FDMP*, Vol.10, No.1, pp.83-114, 2014.
[17] GH. R. Kefayati, " Simulation of Ferrofluid Heat Dissipation Effect on Natural Convection at an Inclined Cavity Filled with Kerosene/Cobalt Utilizing the Lattice Boltzmann Method", *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications: An International Journal of Computation and Methodology,* Vol. 65, No.6, pp. 509-530, 2014.
[18] M. Sheikholeslami, M. Gorji-Bandpy, D.D. Ganji, " Lattice Boltzmann method for MHD natural convection heat transfer using nanofluid", *Powder Technology*, Vol. 254, pp. 82–93, 2014 .
[19] M. Kalteh, H. Hasani, " Lattice Boltzmann simulation of nanofluid free convection heat transfer in an L-shaped enclosure", *Superlattices and Microstructures*, Vol. 66, pp. 112–128, 2014.
[20] G.H.R. Kefayati, " Natural convection of ferrofluid in a linearly heated cavity utilizing LBM", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 70, pp. 864–874, 2014.
[21] U. Frisch, B. Hasslacher and Y. Pameau, "Lattice Gas Automata For Navier-Stokes Equation" , *Physics Review Lett*er, Vol. 56, pp. 1505-1508, 1986.
[22] G. Mc Namara and G. Zanetti, "Use of the Boltzmann equation to simulate lattice-gas automata", *Physics Review Lett*er, Vol. 61, pp. 2332–2335, 1988.
[23] A. A. Mohamad," *Lattice Boltzmann Method*", Springer, Fundamentals and Engineering Applications with Computer Codes , ISBN 978-0-85729-454-8, 2011.
[24] C. Cercignani, " *The Boltzmann Equation and Its Applications*", Springer, New York, 1998.
[25] E. Fattahi, M. Farhadi, K. Sedighi and H. Nemati, "Lattice Boltzmann simulation of natural convection heat transfer in nanofluids", *International Journal of Thermal Sciences,* No.52, pp.137-144, 2012.
[26] H.C. Brinkman, "The viscosity of concentrated suspensions and solutions", *Journal Chemistry Physics*, Vol.20, 571,1952
[27] X.Q. Wang and A.S. Mujumdar,"Heat transfer characters of nanofluids: a review", *Inernationalt Journal Therm Science*, Vol.46, pp.1–19, 2007.
[28] J. Maxwell, *A treatise on electricity and magnetism unabridged,* Dover, 1954.
[29] R.L. Hamilton and O.K. Crosser, "Thermal Conductivity of Heterogeneous Two-Component Systems", *Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals*, Vol.1, pp.182- 191, 1962.
[30] K. Ragui, Y.k. Benkahla, N. Labsi, and A. Boutra, "Natural Heat Transfer Convection in a Square Cavity Including a Square Heater", *21th Congrès Français de Mécanique*, *Bordeaux,* 26 au 30 août, 2013.

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-06]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1398.6.4.4.0]