# مطالعه عددی اثر افزایش عدد هارتمن، دامنه و تعداد نوسان دیواره موج‌دار بر انتقال حرارت جابجایی طبیعی درون محفظه دو بعدی متخلخل

**محمد نعمتی[۱و*]، هاجر محمدزاده[۲] و محمد سفید[۳]**

[۱] دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد
[۲] دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران
[۳] استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد

دریافت: زمستان ۹۸ پذیرش: :بهار ۹۹

**چکیده**

در این مطالعه، تأثیر افزایش دامنه و تعداد نوسان دیواره موجی شکل بر انتقال حرارت جابجایی طبیعی سیال آب درون محفظه دو بعدی متخلخل در حضور میدان مغناطیسی با استفاده از روش شبکه بولتزمن بررسی شده است. دیواره سمت چپ در دمای ثابت گرم قرار دارد در حالی که دیواره‌های موج‌دار محفظه در دمای ثابت سرد قرار دارند. دیواره سمت راست دارای توزیع دمای سینوسی و سایر دیواره‌ها آدیاباتیک در نظر گرفته شده‌اند. همچنین دو مانع دایره شکل رسانا در دو سمت محفظه تعبیه شده است. در شبیه‌سازی صورت گرفته میدان جریان و دما با حل همزمان توابع توزیع جریان و دما محاسبه شده است. تأثیر پارامترهای مختلفی چون عدد هارتمن، ضریب تخلخل، تعداد و دامنه موج دیواره، بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد با افزایش ضریب تخلخل عدد ناسلت متوسط افزایش می‌یابد و با افزایش عدد هارتمن، دامنه و تعداد موج دیواره از میزان انتقال حرارت کاسته می‌شود. تأثیر افزایش ضریب تخلخل در افزایش میزان انتقال حرارت با افزایش عدد هارتمن کاهش می‌یابد. محفظه‌ها با دیواره‌های غیر صاف و منحنی در کانال‌ها یا فضاهایی مثل فضای قرارگیری قطعات الکترونیکی، کاربرد دارند.

* **عهده‌دار مکاتبات:** mohammadnemati@stu.yazd.ac.ir

**کلمات کلیدی:** روش شبکه بولتزمن، جابجایی طبیعی، میدان مغناطیسی، دیواره موج‌دار، محیط متخلخل.

[ Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-08 ]

[ DOR: 20.1001.1.20089813.1399.7.1.3.0 ]

## ۱- مقدمه

مساله کلاسیک انتقال حرارت جابجایی طبیعی در یک محفظه بسته به دلیل کاربردهای فراوان آن در مهندسی مانند تهویه ساختمان‌ها، کلکتورهای خورشیدی و رآکتورهای هسته‌ای همیشه مورد توجه محققان بوده است[۳-۱]. اکثر این مطالعات به محفظه‌های دوبعدی با دیواره صاف مربوط می‌شود و مطالعه بر روی مرزهای منحنی برای شرایط مرزی متفاوت و حالات مختلف چندان صورت نگرفته است. پیشرفت فناوری و نیاز به نصب قطعات الکترونیکی در فضای محدود سبب شده است که مساله انتقال حرارت جابجایی آزاد در محفظه‌های شکل‌دار (غیر مربعی) مهم و ضروری تلقی شود. از طرفی همواره دست‌یابی به وسایلی با ابعاد کوچک‌تر، سبک‌تر و بازده بیشتر برای انتقال حرارت، مطلوب بوده است [۶-۴]. در حالت کلی جابجایی طبیعی به علت ساده بودن فرایند، صرفه اقتصادی، صدای کم و بازیابی مجدد، در شاخه‌های مختلف صنعت کاربرد فراوانی دارد.

یکی از روش‌های کنترل انتقال حرارت جابجایی طبیعی می‌توان استفاده از تاثیر میدان مغناطیسی بر روی جریان جابجایی را نام برد [۷ و ۸]. میدان مغناطیسی در بسیاری از جریان‌های طبیعی و صنایع تاثیرگذار است. به شاخه‌ای از از مطالعات که به اثر متقابل بین میدان مغناطیسی و سیال هادی در حال حرکت می‌پردازد، هیدرودینامیک مغناطیسی می‌گویند. حق و همکاران[۹] جابجایی طبیعی درون محفظه موج‌دار متخلخل تحت اثر میدان مغناطیسی را بررسی کردند. شرمت و همکاران[۱۰] انتقال حرارت جابجایی طبیعی درون محفظه‌ای را بررسی کردند که تعداد موج دیواره متغیر و تحت اثر میدان مغناطیسی قرار داشت. نتایج نشان داد که افزایش عدد هارتمن و تعداد موج دیواره منجر به کاهش سرعت جریان و انتقال حرارت می‌شود. سالم و همکاران[۱۱] اثر میدان مغناطیسی بر جابجایی طبیعی درون محفظه باز متخلخل را بررسی کردند. نتایج نشان داد که افزایش عدد رایلی و عدد هارتمن به ترتیب منجر به افزایش و کاهش اثرات جابجایی و انتقال حرارت می‌شود. از جمله این کاربردها می‌توان در صنایع ریخته‌گری و متالورژی اشاره کرد. بنابراین با استفاده از جریان طبیعی مگنتوهیدرودینامیک به راحتی

می‌توان بر ویژگی‌های انتقال حرارت و جریان تاثیر گذاشت و آن را تحت کنترل درآورد. روش‌های تجربی، بررسی‌های تئوری و شبیه‌سازی‌های عددی بسیاری در زمینه‌هایی از جمله مهندسی مکانیک، مهندسی شیمی، زمین شناسی و غیره صورت گرفته است، مهر تصدیقی بر این ادعا می‌باشد.

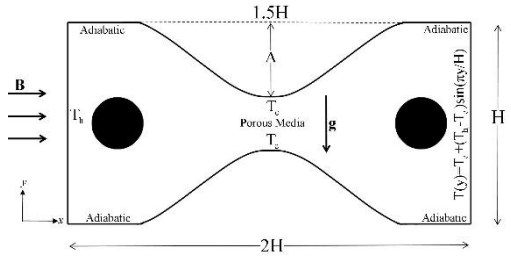
در سالیان اخیر به علت کاربرد وسیع و روزافزون محیط متخلخل نیاز به مطالعات اساسی درباره چگونگی انتقال جرم و حرارت در محیط متخلخل وجود داشته است، چرا که این بررسی‌های دقیق، به منظور بهبود بخشیدن به سیستم‌های مهندسی حاوی مواد متخلخل و بالا بردن کیفیت و کارایی آن‌ها می‌باشد[۱۲ و ۱۳]. عاشوری‌نژاد و همکاران[۱۴] جابجایی طبیعی درون محفظه مستطیلی شکل تحت اثر میدان مغناطیسی را به روش شبکه بولتزمن بررسی کردند. نتایج نشان داد افزایش قدرت میدان مغناطیسی و ضریب تخلخل به ترتیب منجر به کاهش و افزایش میزان انتقال حرارت می‌شود. احمد و راشد[۱۵] انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانوسیال درون محفظه مربعی‌شکل با دیواره موجی تحت اثر میدان مغناطیسی را مورد مطالعه قرار دادند. نتایج نشان داد افزایش عدد هارتمن و تعداد موج دیواره محفظه سبب کاهش سرعت جریان می‌گردد. از موارد کاربرد فوق می توان به عایق‌های حرارتی ساختمان‌ها، مبدل‌های زیرزمینی برای ذخیره انرژی، بازیابی و کنترل دمای رآکتورها، خنک‌کاری قطعات الکترونیکی اشاره نمود.

روش شبکه بولتزمن به دلیل مزایایی که نسبت به سایر روش‌های دینامیک سیالات محاسباتی دارد، در سالیان اخیر بسیار مورد توجه پژوهش‌گران بوده است[۱۸-۱۶]. از جمله این مزایا می‌توان به صریح بودن معادلات حاکم، سادگی در اعمال شرایط مرزی و قابلیت پردازش موازی مستقل از نوع مسأله اشاره کرد. این روش جایگزین مناسبی برای روش‌های معمول دینامیک سیالات محاسباتی همچون روش تفاضل محدود و روش حجم محدود برای حل مسائلی با هندسه پیچیده و چند فاز است [۱۹].

کاربرد همزمان میدان مغناطیسی، محیط متخلخل و مرز منحنی به دلیل کاربردهای بی‌شمار مانند تحلیل مبدل‌های حرارتی، علت اصلی مطالعه اخیر است. لازم به ذکر است که چنین هندسه‌ای برای اولین بار به روش شبکه بولتزمن شبیه‌سازی شده است.

## ۲- شرح و نحوه حل مسأله

مطابق شکل ۱، هندسه مسأله شامل محفظه‌ای دوبعدی است که دیواره سمت چپ و دیواره‌های منحنی به ترتیب در دمای ثابت گرم ($T_h$) و سرد ($T_c$) قرار دارند. دیواره سمت راست دارای توزیع دمای سینوسی بوده و سایر دیواره‌ها آدیاباتیک در نظر گرفته شده‌اند. میدان مغناطیسی یکنواخت به صورت افقی از چپ به راست و نیروی گرانش از بالا به پایین به محفظه اعمال می‌شود. قطر و فاصله مرکز دو مانع دایروی رسانا از هر طرف محفظه برابر ۰/۲۵ ارتفاع محفظه است. نسبت طول به ارتفاع محفظه برابر ۲ و نسبت طول دیواره منحنی به ارتفاع محفظه مقدار ثابت ۱/۵ فرض شده است.




**شکل ۱: هندسه مسأله مورد بررسی**

پروفیل قسمت موج‌دار دیواره بالایی (مشابه دیواره پایینی) به صورت رابطه زیر در نظر گرفته شده است که در آن $A$ دامنه نوسان و $\kappa$ تعداد موج نوسان است.

$$y = H - A\left[1 - \cos(2\kappa\pi\frac{x}{1.5H})\right] \qquad (۱)$$

دامنه بی بعد نوسان به صورت $\lambda = A/H$ تعریف می‌شود. در کار حاضر عدد رایلی برابر $10^5$، عدد پرانتل برابر ۶ و عدد دارسی ۰/۰۱ انتخاب شده است. هدف بررسی تأثیر پارامترهایی چون تعداد نوسان (۱، ۲ و ۴)، عدد هارتمن(۰، ۴۰ و ۸۰)، ضریب تخلخل(۰/۴، ۰/۶ و ۰/۸) و دامنه نوسان (۰/۱۲۵ و ۰/۳۷۵) بر روی مشخصات جریان و انتقال حرارت جابجایی طبیعی است. در این شبیه‌سازی جریان دو بعدی، آرام و تراکم ناپذیر است و سیال نیوتنی فرض شده است. همچنین از اتلاف لزجی و انتقال حرارت تشعشعی صرفنظر شده و از تقریب بوزینسک استفاده شده است.

پارامترهای بی بعد در حل این مسأله به صورت زیر است:

$$Pr = \upsilon/\alpha, U = uL/\varepsilon\alpha, \theta = T - T_c/T_h - T_c$$
$$Ra = g\beta(T_h - T_c)L^3/\upsilon\alpha, P = pL^2/\rho\alpha^2 \qquad (۲)$$

در کار حاضر از دو تابع توزیع برای میدان جریان و دما استفاده شده است که معادلات پیوستگی، مومنتوم ناویراستوکس و انرژی را در مقیاس ماکروسکوپیک ارضا می‌کنند و برای هر دو میدان آرایش شبکه $D2Q9$ به کار گرفته شده است. جزئیات و شکل این آرایش شبکه و مزیت‌های آن در مراجع مختلف ذکر شده است [۲۰]. معادلات مربوط به حل با استفاده از روش شبکه بولتزمن برای میدان جریان و دما به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$f_i(x + c_i\Delta t, t + \Delta t) = f_i(x,t) -$$
$$\frac{\Delta t}{\tau_v}[(f_i(x,t) - f_i^{eq}(x,t)] + \Delta t c_i F_i,$$
$$\boldsymbol{F_i} = \rho\omega_i(1 - 1/2\tau_v)\begin{bmatrix}3(\boldsymbol{c}_i.F) + \\ 9/\varepsilon(\boldsymbol{u}F : \boldsymbol{c}_i\boldsymbol{c}_i) - 3/\varepsilon(\boldsymbol{u}.F)\end{bmatrix},$$
$$F = -\varepsilon PrU/Da - 1.75|U|U/\sqrt{150\varepsilon Da}$$
$$+\varepsilon RaPr\boldsymbol{g}\theta + \varepsilon Ha^2 Prv_j, \qquad (۳)$$
$$f_i^{eq} = \rho\omega_i[1 + \frac{(\boldsymbol{c}_i.\boldsymbol{u})}{c_s^2} - \frac{1}{2\varepsilon c_s^2}(\boldsymbol{u}.\boldsymbol{u}) + \frac{1}{2}\frac{(\boldsymbol{c}_i.\boldsymbol{u})^2}{\varepsilon c_s^4}],$$
$$g_i(\boldsymbol{x} + \boldsymbol{c}_i\Delta t, t + \Delta t) = g_i(\boldsymbol{x},t) -$$
$$\frac{\Delta t}{\tau_c}\left[g_i(\boldsymbol{x},t) - g_i^{eq}(\boldsymbol{x},t)\right],$$
$$g_i^{eq} = \omega_i T[1 + \frac{(\boldsymbol{c}_i.\boldsymbol{u})}{c_s^2}]$$

[ Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-08 ]

[ DOR: 20.1001.1.20089813.1399.7.1.3.0 ]

که در رابطه فوق vj اشاره به سرعت در جهت y دارد. ضریب نفوذپذیری به صورت زیر با عدد دارسی رابطه دارد.

$$K = Da \times L^2 \qquad (۴)$$

در روابط ذکر شده $\boldsymbol{u}$ بردار سرعت بوده که که با استفاده از سرعت زمانی v برای در نظر گرفتن تأثیر محیط متخلخل به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$\begin{aligned} \mathrm{v} &= \sum_{i=0}^{8} c_i f_i / [\rho + 0.5\varepsilon \mathrm{g}\beta(T - T_m)], \\ \mathrm{u} &= v / [c_0 + \sqrt{c_0^2 + c_1 |v|}], \\ c_0 &= 0.5(1 + 0.5\varepsilon v / K), \\ c_1 &= 1.75\varepsilon / 2\sqrt{150K\varepsilon^2} \end{aligned} \qquad (۵)$$

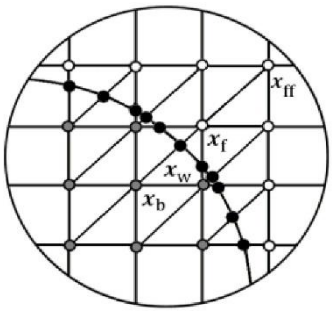
ویسکوزیته و ضریب پخش حرارتی از روابط زیر بر حسب زمان آسایش مربوط به میدان جریان و میدان دما به دست می‌آید:

$$\tau_v = \frac{v}{c_s^2 \Delta t} + 0.5 \,, \tau_c = \frac{\alpha}{c_s^2 \Delta t} + 0.5 \qquad (۶)$$

به منظور اطمینان از کار کردن برنامه نوشته شده در رژیم جریان غیرقابل تراکم، سرعت مشخصه به صورت $V_{natural} = \sqrt{\beta \boldsymbol{g}(T_h - T_c)H}$ تعریف می‌شود که باید خیلی کوچک‌تر از سرعت صوت در سیال باشد. در این بررسی، سرعت مشخصه، ۰/۱ سرعت صوت انتخاب شده است. همچنین عدد ناسلت متوسط روی دیواره عمودی و گرم سمت چپ محفظه به صورت زیر محاسبه شده است:

$$Nu_{av} = \frac{1}{H} \int_0^1 -\left(\frac{\partial \theta}{\partial X}\right)_{X=0} dY \qquad (۷)$$

برای محاسبه سرعت و دما بر روی مرزهای منحنی از روش‌های ارائه شده که جزئیات آن در مراجعی چون [۲۲] ذکر شده است، استفاده شده است. در شکل ۲ نمایی از مرز منحنی استفاده شده و شبکه گره‌ها آورده شده است. در روش مذکور از بین گره‌های موجود در ناحیه مرز جامد تنها گره‌هایی وارد حوزه محاسباتی می‌شوند که در مجاورت مرز منحنی قرار دارد. این گره‌ها با زیرنویس b مشخص شده‌اند. محل تقاطع راستاهای هشت‌گانه شبکه با مرز منحنی با زیرنویس w نشان داده شده است. اولین و دومین گره در هر یک از راستاهای مذکور درون ناحیه محاسباتی نیز به ترتیب با زیرنویس‌های f و ff نام‌گذاری شده است. در این روش بعد از مرحله برخورد، با استفاده از تقریب برون‌یابی توابع توزیع چگالی و انرژی مربوط به تقاط مجاور مرز درون حوزه حل و با کمک شرایط دمایی و سرعت مرز منحنی محاسبه می‌شوند. برای مرحله پخش، توابع توزیع محاسبه شده در گره‌های مرز جامد به گره‌های درون حوزه حل منتقل می‌شوند. تقریب برون‌یابی با توجه به محل تقاطع مرز منحنی و راستاهای شبکه از مرتبه اول یا دوم خواهد بود. برای این منظور پارامتر $\Delta$ به صورت $\Delta = \left|x_f - x_w\right| / \left|x_f - x_b\right|$ تعریف شده است که برای محاسبه توابع توزیع چگالی و انرژی استفاده می‌شود.




**شکل۲: مرز دیواره منحنی و گره‌ها**

جهت مدل نمودن سایر دیواره‌ها مدل کمانه کردن استفاده شده است که به عنوان نمونه شرایط مرزی سرعت و شرایط مرزی دما برای دیواره عمودی سمت راست محفظه به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} & f_3 = f_1, f_6 = f_8, f_7 = f_8 \\ & g_3 = [\sin\pi(\omega(3) + \omega(1))] - g_1 \\ & g_6 = [\sin\pi(\omega(6) + \omega(8))] - g_8 \\ & g_7 = [\sin\pi(\omega(7) + \omega(5))] - g_5 \end{aligned} \qquad (۸)$$

## ۳- نتایج

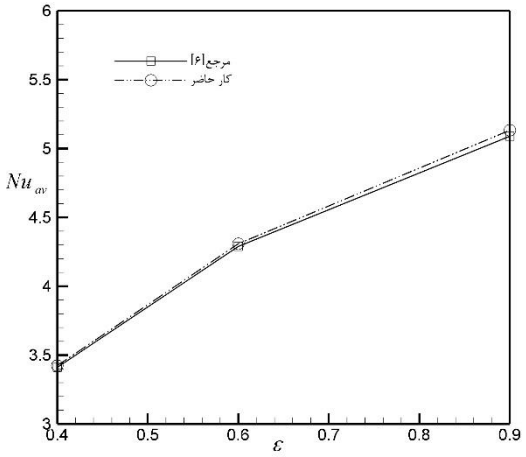
برای بدست آوردن استقلال جواب‌ها از تعداد نقاط شبکه، شبیه‌سازی بر روی هندسه‌های مورد بررسی با در نظر گرفتن تمامی پارامترها در شبکه‌های ۴۰×۸۰، ۶۰×۱۲۰، ۸۰×۱۶۰ و ۱۰۰×۲۰۰ صورت گرفت و در مورد عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم سمت چپ محفظه با خطای کمتر از ۱/۷۳ درصد، شبکه ۸۰×۱۶۰ برای شبیه‌سازی مسأله حاضر انتخاب شد که در جدول ۱ نشان داده شده است. به منظور صحت‌سنجی کد نوشته شده در محیط متخلخل، کار حاضر با مرجع [۶] در شکل ۳ و برای اطمینان از دقت برنامه رایانه‌ای نوشته شده به زبان فرترن در مواجهه جریان با میدان مغناطیسی، کار حاضر با مرجع [۲۱] در جدول ۲ مقایسه شده است. همچنین برای راستی‌آزمایی کد نوشته شده در مواجهه با مرز منحنی، کار حاضر با مرجع [۲۲] مقایسه شده است و در شکل ۴ ارائه شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، نتایج کار حاضر تطابق قابل قبولی را نشان می‌دهد و می‌توان از درستی کد نوشه شده اطمینان حاصل کرد.

**جدول ۱: عدد ناسلت متوسط به ازای شبکه با ابعاد مختلف**

| ابعاد شبکه | ۸۰×۴۰ | ۱۲۰×۶۰ | ۱۶۰×۸۰ | ۲۰۰×۱۰۰ |
|---|---|---|---|---|
| $Nu_{av}$ | ۱۱/۶۷ | ۱۲/۰۷ | ۱۲/۳۵ | ۱۲/۵۶ |

[ Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-08 ]

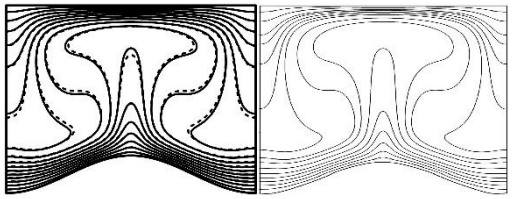
[ DOR: 20.1001.1.20089813.1399.7.1.3.0 ]




**شکل۳: مقایسه عدد ناسلت متوسط بین کار حاضر و مرجع [۲۱] در عدد رایلی $10^5$ و عدد دارسی ۰/۰۱ برای مقادیر مختلف ضریب تخلخل در غیاب میدان مغناطیسی**

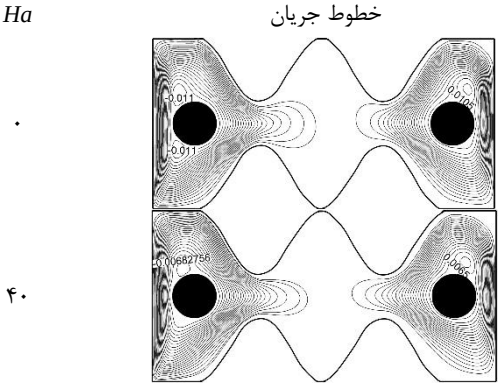
**جدول ۲: مقایسه عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم بین کار حاضر و مرجع [۲۱] در عدد رایلی $10^5$**

| *Ha* | مرجع [۲۱] | کار حاضر | درصد اختلاف |
|---|---|---|---|
| ۰ | ۱۲/۲۳ | ۱۲/۱۱ | ۰/۹۸ |
| ۵۰ | ۱۲/۷۵ | ۱۲/۴۸ | ۲/۱۲ |
| ۱۰۰ | ۱۳/۱۸ | ۱۲/۷۱ | ۳/۵ |



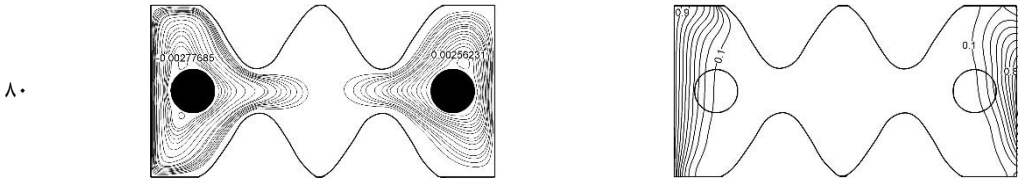
**شکل۴: مقایسه خطوط همدما برای عدد رایلی $10^5$ و در غیاب میدان مغناطیسی بین کار حاضر (سمت راست) و مرجع [۲۲] (سمت چپ)**

شکل ۵ خطوط جریان و همدما را به ازای مقادیر مختلف عدد هارتمن نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که افزایش عدد هارتمن به دلیل کاستن از سرعت جریان داخل محفظه سبب کاهش مقدار تابع جریان می‌شود. همچنین دیده می‌شود افزایش قدرت میدان مغناطیسی باعث کم شدن انحنا خطوط همدما می‌شود و خطوط به موازات دیواره‌های عمودی قرار می‌گیرند که نشان از غالب شدن هدایت حرارتی دارد که این امر سبب کاهش میزان انتقال حرارت می‌شود. همچنین با افزایش عدد هارتمن از تراکم خطوط همدما کاسته می‌شود که سبب کاهش گرادیان دمایی روی دیواره‌های محفظه می‌گردد. بعلاوه مشاهده می‌شود که تراکم خطوط همدما در نزدیکی دیواره سمت چپ به مراتب بیشتر از دیواره سمت راست که نشان از بیشتر بودن عدد ناسلت متوسط دارد. شکل ۶ خطوط جریان و همدما را به ازای دو مقدار دامنه نوسان نشان می‌دهد. دیده می‌شود که افزایش دامنه نوسان سبب کاهش بیشینه مقدار تابع جریان می‌شود. زیرا در این حالت سرعت سیال به دلیل کم بون فضای حرکت کم می‌شود. افزایش دامنه نوسان به مثابه افزایش مانع در برابر حرکت جریان است که سبب کند شدن حرکت سیال می‌گردد. بعلاوه دیده می‌شود که خطوط همدما نیز با کاهش دامنه، در طول محفظه کشیده‌تر می‌شوند که این نشان‌دهنده افزایش اثرات جابجایی است. به منظور داشتن دیدی بهتر نسبت به جریان و انتقال حرارت داخل محفظه متخلخل، شکل ۷ پروفیل سرعت را به ازای مقادیر مختلف ضریب تخلخل نشان می‌دهد. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، با افزایش ضریب تخلخل، سرعت بیشتر شده و سیال راحت‌تر داخل محفظه به حرکت درمی‌آید. زیرا افزایش ضریب تخلخل به معنای افزایش فضای خالی نسبت به فضای جامد است. این افزایش سرعت در نزدیکی دیواره سبب افزایش گرادیان دمایی روی دیواره گرم و به تبع آن افزایش انتقال حرارت می‌گردد. شکل ۸ تغییرات سرعت را به ازای مقادیر مختلف عدد هارتمن و دامنه نوسان نشان می‌دهد. همان‌طور که دیده می‌شود، افزایش عدد هارتمن سبب تخت شدن پروفیل سرعت و کاهش سرعت به خصوص در نزدیک دیواره‌ها شده که سبب کاهش گرادیان دمایی در نزدیکی دیواره‌ها می‌شود. همچنین افزایش دامنه نوسان به دلیل بیشتر شدن سطح مانع در برابر حرکت جریان، سرعت را کاهش می‌دهد. شکل ۹ تغییرات سرعت افقی به ازای مقادیر مختلف تعداد نوسان را نشان می‌دهد. واضح و قابل پیش‌بینی است که افزایش تعداد نوسان به سبب بیشتر شدن مانع قرار گرفته در برابر جریان، سرعت حرکت جریان را کاهش می‌دهد. این امر سبب کاهش مقدار انتقال حرارت می‌شود. در جدول ۳ و ۴ عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم سمت چپ محفظه به ازای مقادیر مختلف عدد هارتمن، تعداد نوسان و ضریب تخلخل برای دو مقدار دامنه نوسان دیواره ارائه شده است.

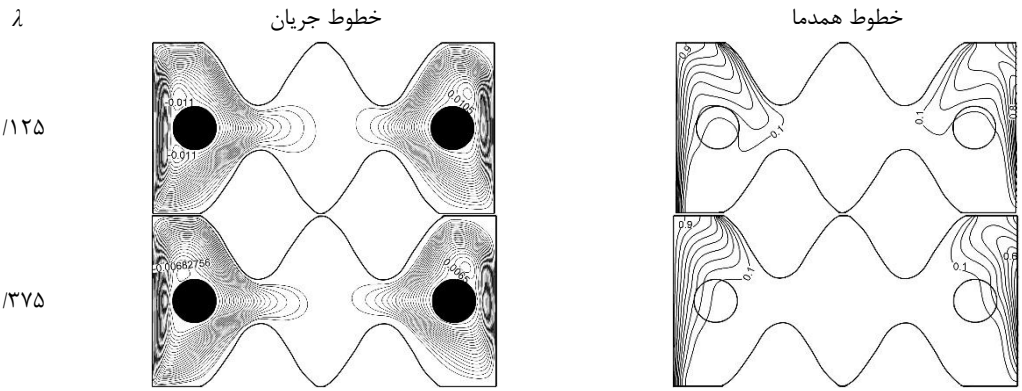




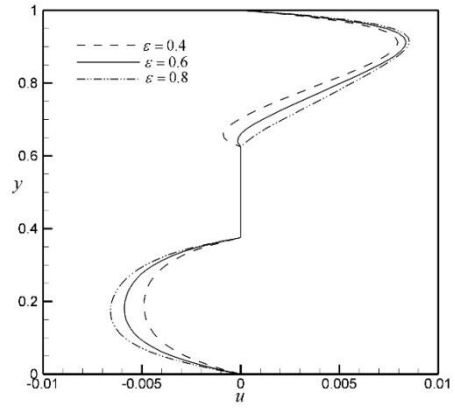

[ Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-08 ]
[ DOR: 20.1001.1.20089813.1399.7.1.3.0 ]



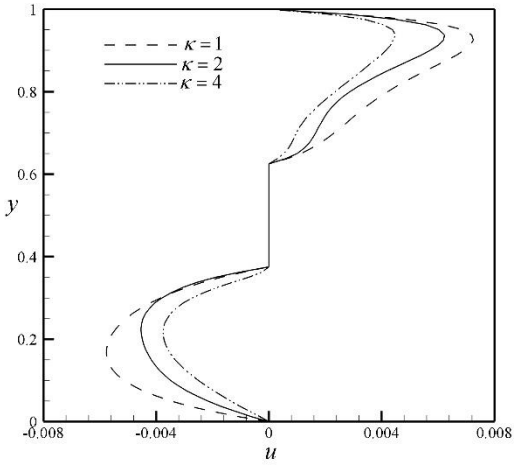

**شکل ۵: خطوط جریان و همدما برای $\varepsilon$=۰/۶ و $\kappa$=۲ و $\lambda$=۰/۳۷۵**



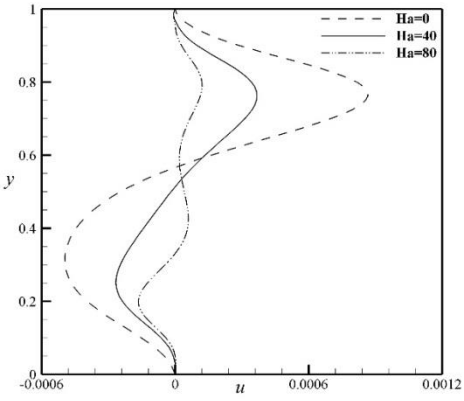

**شکل ۶: خطوط جریان و همدما برای $\varepsilon$=۰/۸ و $\kappa$=۱ و $Ha$=۰**




**شکل ۷: تغییرات سرعت افقی در $x/H$ =۰/۲۵ به ازای مقادیر مختلف ضریب تخلخل برای $\kappa$=۱ ، $\lambda$=۰/۱۲۵ و $Ha$=۰**




**شکل ۹: تغییرات سرعت افقی در $x/H$ =۰/۲۵ به ازای مقادیر مختلف تعداد نوسان برای $\varepsilon$=۰/۸ ، $\lambda$=۰/۱۲۵ و $Ha$=۰**




**شکل ۸: تغییرات سرعت افقی در قسمت میانی محفظه به ازای مقادیر محتلف عدد هارتمن برای $\kappa$=۴ و $\lambda$=۰/۳۷۵ در $\varepsilon$=۰/۸**

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، در تمامی حالات، افزایش عدد هارتمن به دلیل کاستن از سرعت جریان، عدد ناسلت متوسط را کاهش می‌دهد. زیرا افزایش قدرت میدان مغناطیسی به سبب کم کردن سرعت حرکت سیال در نزدیکی دیواره، گرادیان دمایی را کاهش داده که این عامل سبب کاهش میزان انتقال حرارت می‌شود. همچنین دیده می‌شود که با ثابت ماندن سایر پارامترها، افزایش ضریب تخلخل منجر به افزایش عدد ناسلت متوسط می‌شود. زیرا در این حالت سیال فضای بیشتری برای حرکت دارد و می‌تواند راحت‌تر و با سرعت بیشتری داخل محفظه به گردش درآید و به همین دلیل انتقال حرارت نیز افزایش می‌یابد.مثلا در جدول ۴-الف مشاهده می‌شود که برای $\kappa$=۱، افزایش ضریب تخلخل از ۰/۴ به ۰/۸ سبب افزایش ۲۱ درصدی میزان انتقال حرارت می‌شود.



[ Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-08 ]

[ DOR: 20.1001.1.20089813.1399.7.1.3.0 ]

**جدول ۳- عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم سمت چپ محفظه به ازای مقادیر مختلف عدد هارتمن، ضریب تخلخل و تعداد نوسان برای $\lambda$=۰/۳۷۵**

$Ha$=۰

| | $\kappa$ | $\varepsilon$=۰/۴ | $\varepsilon$=۰/۶ | $\varepsilon$=۰/۸ |
|---|---|---|---|---|
| (الف) | ۱ | ۹/۷۷۸ | ۱۱/۰۳۱ | ۱۱/۸۳۷ |
| | ۲ | ۹/۲۵۱ | ۱۰/۲۸۷ | ۱۱/۰۳۸ |
| | ۴ | ۸/۱۱۳ | ۹/۱۶۷ | ۹/۹۷۵ |

$Ha$=۴۰

| | $\kappa$ | $\varepsilon$=۰/۴ | $\varepsilon$=۰/۶ | $\varepsilon$=۰/۸ |
|---|---|---|---|---|
| (ب) | ۱ | ۶/۸۲۳ | ۷/۸۱۷ | ۸/۸۱۲ |
| | ۲ | ۶/۴۷۵ | ۷/۳۱۷ | ۸/۱۵۴ |
| | ۴ | ۵/۵۱۱ | ۶/۴۱۲ | ۷/۳۷۵ |

$Ha$=۸۰

| | $\kappa$ | $\varepsilon$=۰/۴ | $\varepsilon$=۰/۶ | $\varepsilon$=۰/۸ |
|---|---|---|---|---|
| (ج) | ۱ | ۵/۴۸۱ | ۵/۶۲۵ | ۶/۱۶۲ |
| | ۲ | ۵/۳۵۱ | ۵/۵۵۱ | ۵/۸۸۷ |
| | ۴ | ۵/۲۷۵ | ۵/۵۱۳ | ۵/۷۲۵ |

**جدول۴- عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم سمت چپ محفظه به ازای مقادیر مختلف عدد هارتمن، ضریب تخلخل و تعداد نوسان برای $\lambda$=۰/۱۲۵**

$Ha$=۰

| | $\kappa$ | $\varepsilon$=۰/۴ | $\varepsilon$=۰/۶ | $\varepsilon$=۰/۸ |
|---|---|---|---|---|
| (الف) | ۱ | ۱۰/۰۲۵ | ۱۱/۳۸۷ | ۱۲/۳۵۱ |
| | ۲ | ۹/۸۸۷ | ۱۱/۱۴۲ | ۱۲/۱۲۷ |
| | ۴ | ۹/۷۲۵ | ۱۱/۰۶۱ | ۱۲/۰۴۳ |

$Ha$=۴۰

| | $\kappa$ | $\varepsilon$=۰/۴ | $\varepsilon$=۰/۶ | $\varepsilon$=۰/۸ |
|---|---|---|---|---|
| (ب) | ۱ | ۶/۸۳۷ | ۷/۹۷۱ | ۸/۹۲۳ |
| | ۲ | ۶/۷۵۱ | ۷/۷۱۲ | ۸/۷۶۲ |
| | ۴ | ۶/۶۷۵ | ۷/۶۳۱ | ۸/۶۳۷ |

$Ha$=۸۰

| | $\kappa$ | $\varepsilon$=۰/۴ | $\varepsilon$=۰/۶ | $\varepsilon$=۰/۸ |
|---|---|---|---|---|
| (ج) | ۱ | ۵/۴۱۲ | ۵/۷۳۷ | ۶/۲۱۴ |
| | ۲ | ۵/۳۸۷ | ۵/۶۶۲ | ۶/۱۱۱ |
| | ۴ | ۵/۳۶۷ | ۵/۶۱۲ | ۶/۰۸۵ |

بعلاوه دیده می‌شود که افزایش تعداد نوسان دیواره‌ها منجر به کاهش مقدار انتقال حرارت می‌شود زیرا در این حالت تعداد موانع قرار گرفته در برابر حرکت سیال بیشتر شده و از سرعت جریان کاسته می‌شود. افزایش دامنه نوسان نیز به دلیل کاستن از سرعت جریان، سبب کاهش میزان انتقال حرارت می‌شود. ملاحظه می‌شود که تأثیر افزایش ضریب تخلخل در افزایش عدد ناسلت متوسط با افزایش عدد هارتمن کاهش می‌یابد. مثلا در جدول ۳-الف، افزایش ضریب تخلخل از ۰/۴ تا ۰/۸ در عدد هارتمن صفر سبب افزایش ۲۳درصدی عدد ناسلت متوسط می‌شود که این تأثیر در عدد هارتمن ۸۰ حدود ۱۵ درصد است. زیرا افزایش عدد هارتمن سبب می‌شود مکانیزم انتقال حرارت از جابجایی به سمت هدایت برود به همین دلیل تأثیر افزایش ضریب تخلخل کاهش می‌یابد.

## ۴- نتیجه‌گیری

در کار حاضر انتقال حرارت جابجایی طبیعی سیال آب درون محفظه دو بعدی متخلخل با دو دیواره منحنی در حضور میدان مغناطیسی یکنواخت با استفاده از روش شبکه بولتزمن شبیه‌سازی شد. در این مطالعه عددی، تأثیر پارامترهای مختلفی از جمله عدد هارتمن، ضریب تخلخل، دامنه و تعداد نوسان دیواره موج‌دار محفظه بررسی شد. خلاصه نتایج بدست آمده را می‌توان در چند مورد زیر ارائه نمود:

- روش شبکه بولتزمن، روشی قدرتمند در شبیه‌سازی مسائل دینامیک سیالات محاسباتی با هندسه و شرایط مرزی گوناگون است.
- با ثابت بودن تمامی پارامترها، افزایش عدد هارتمن به دلیل کاستن از سرعت جریان به خصوص در نزدیک دیواره‌ها، میزان انتقال حرارت را کاهش می‌دهد.
- ضریب تخلخل پارامتر بسیار مهمی در تعیین میزان انتقال حرارت است به نحوی که افزایش آن، به سبب افزایش سرعت سیال منجر به افزایش عدد ناسلت متوسط می‌شود به نحوی که درصد این تأثیر با افزایش عدد هارتمن کاهش می‌یابد.
- افزایش دامنه و تعداد نوسان دیواره موج‌دار به دلیل کاستن از میزان سرعت جریان، انتقال حرارت را کاهش می‌دهد.
- درصد تأثیر افزایش ضریب تخلخل در افزایش عدد ناسلت متوسط عموماً با افزایش دامنه و تعداد نوسان، کاهش می‌یابد.

## فهرست علائم

| | |
|---|---|
| A | دامنه نوسان |
| **B** | اندازه میدان مغناطیسی |
| **c** | سرعت گسسته شبکه |
| $c_s$ | سرعت صوت |
| **F** | نیروی خارجی |
| f | تابع توزیع جریان |
| g | تابع توزیع دما |
| H | عرض محفظه |
| Ha | عدد هارتمن |
| Nu | عدد ناسلت |
| Pr | عدد پرانتل |
| Ra | عدد رایلی |
| T | دما |
| **u**(u,v) | سرعت در جهات شبکه |

[ Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-08 ]

[ DOR: 20.1001.1.20089813.1399.7.1.3.0 ]

| | |
|---|---|
| **x**(x,y) | مختصات شبکه |
| X = x/L | مختصات بی‌بعد شبکه |
| Y = y/L | |

**علایم یونانی**

| | |
|---|---|
| α | ضریب پخش حرارتی |
| κ | تعداد نوسان |
| λ | دامنه بی‌بعد نوسان |
| ε | ضریب تخلخل |
| θ | دمای بی‌بعد |
| ρ | چگالی |
| τ | زمان آسایش |
| υ | لزجت سینماتیکی |
| ω | ضریب وزنی |

**بالانویس**

| | |
|---|---|
| eq | تعادلی |

**زیرنویس‌ها**

| | |
|---|---|
| av | متوسط |
| c | سرد |
| f | سیال |
| h | گرم |
| i | شماره لینک مدل شبکه |

## مراجع


[1] A. Samadzadeh, S. Z. Heris, I. Hashim, and O. Mahian, "An experimental investigation on natural convection of non-covalently functionalized MWCNTs nanofluids: Effects of aspect ratio and inclination angle," *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 111, pp. 104-121, 2020.

[2] S. Busto, M. Tavelli, W. Boscheri, and M. Dumbser, "Efficient high order accurate staggered semi-implicit discontinuous Galerkin methods for natural convection problems," *Computers & Fluids*, vol. 198, pp. 139-149, 2020.

[3] A. I. Alsabery, M. A. Ismael, A. J. Chamkha, and I. Hashim, "Effect of nonhomogeneous nanofluid model on transient natural convection in a non-Darcy porous cavity containing an inner solid body," *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 110, pp. 442-456, 2020.

[4 S. H. Zadeh, M. Sabour, S. Sazgara, and M. Ghalambaz, "Free convection flow and heat transfer of nanofluids in a cavity with conjugate solid triangular blocks: Employing Buongiorno's mathematical model," *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 538, pp. 801-826, 2020.

[5] N. C. Roy, M. A. Hossain, and R. S. R. Gorla, "Natural convection in a cavity with trapezoidal heat sources mounted on a square cylinder," *SN Applied Sciences*, vol. 2, pp. 1-11, 2020.

[6] K. Javaherdeh and A. Najjarnezami, "Lattice Boltzmann simulation of MHD natural convection in a cavity with porous media and sinusoidal temperature distribution," *Applied Mathematics and Mechanics*, vol. 39, pp. 1187-1200, 2018.

[7] F. A. Alwawi, H. T. Alkasasbeh, A. Rashad, and R. Idris, "MHD natural convection of Sodium Alginate Casson nanofluid over a solid sphere," *Results in Physics*, vol. 16, pp. 818-831, 2020.

[8] T. Anwar, I. Khan, P. Kumam, and W. Watthayu, "Impacts of Thermal Radiation and Heat Consumption/Generation on Unsteady MHD Convection Flow of an Oldroyd-B Fluid with Ramped Velocity and Temperature in a Generalized Darcy Medium," *Mathematics*, vol. 8, pp. 130-141, 2020.

[9] R. U. Haq, F. A. Soomro, T. Mekkaoui, and Q. M. Al-Mdallal, "MHD natural convection flow enclosure in a corrugated cavity filled with a porous medium," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 121, pp. 1168-1178, 2018.

[10] M. A. Sheremet, H. Oztop, and I. Pop, "MHD natural convection in an inclined wavy cavity with corner heater filled with a nanofluid," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 416, pp. 37-47, 2016.

[11] K. Al-Salem ,M. A. Sheremet, H. Oztop and I. Pop, "MHD free convection in a wavy open porous tall cavity filled with nanofluids under an effect of corner heater," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 103, pp. 955-964, 2016.

[12] A. Alhashash, "Natural convection of Nanoliquid from a Cylinder in Square Porous Enclosure using Buongiorno's Two-phase Model," *Scientific Reports*, vol. 10, pp. 1-12, 2020.

[13] J. Belabid and K. Allali, "Effect of temperature modulation on natural convection in a horizontal porous annulus," *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 151, pp. 127-143, 2020.

[14] H. R. Ashorynejad, A. A. Mohamad, and M. Sheikholeslami, "Magnetic field effects on natural convection flow of a nanofluid in a horizontal cylindrical annulus using Lattice Boltzmann method," *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 64, pp. 240-250, 2013.

[15] S. E. Ahmed and Z. Rashed, "MHD natural convection in a heat generating porous medium-filled wavy enclosures using Buongiorno's nanofluid model," *Case Studies in Thermal Engineering*, vol. 14, pp. 104-121, 2019.

[16] K. Ghasemi and M. Siavashi, "Three-dimensional analysis of magnetohydrodynamic transverse mixed convection of nanofluid inside a lid-driven enclosure using MRT-LBM," *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 165, pp. 105-119, 2020.

[17] B. He, S. Lu, D. Gao, W. Chen, and F. Lin, "Lattice Boltzmann simulation of double diffusive natural convection in heterogeneously porous media of a fluid with temperature-dependent viscosity," *Chinese Journal of Physics*, vol. 63, pp. 186-200, 2020.

[18 J. McCullough, S. Aminossadati, and C. Leonardi, "Transport of particles suspended within a temperature-dependent viscosity fluid using coupled LBM–DEM," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 149, pp. 119-129, 2020.

[19] A. Khan, X.-D. Niu, Q.-Z. Li, Y. Li, D. Li, and H. Yamaguchi, "Dynamic study of ferrodroplet and bubbles merging in ferrofluid by a simplified multiphase lattice Boltzmann method," *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 495, pp. 286-309, 2020.

[20] A. A. Mohamad, Lattice Boltzmann method: fundamentals and engineering applications with computer codes. *Springer Science & Business Media*, 2011.

[21] M. Sathiyamoorthy and A. Chamkha, "Effect of magnetic field on natural convection flow in a liquid gallium


[ Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-08 ]

[ DOR: 20.1001.1.20089813.1399.7.1.3.0 ]

filled square cavity for linearly heated side wall (s)". *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 49, pp. 1856-1865, 2010.
[22] A. Shahriari and H. R. Ashorynejad, "Numerical study of heat transfer and entropy generation of Rayleigh–Bóenard convection nanofluid in wavy cavity with magnetic field". *Modares Mechanical Engineering*, vol. 17, pp. 385-396, 2017.

[ Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-08 ]

[ DOR: 20.1001.1.20089813.1399.7.1.3.0 ]