نشریه علمی-تخصصی تبدیل انرژی (JEED)
دوره ۱۰، شماره ۱، بهار ۱۴۰۲، ص: ۱۹- ۳۹

J. Energy Conversion
Volume: 10, Issue: 1, 2023: 19–39

DOR: 20.1001.1.20089813.1402.10.1.2.0

معرفی و مقایسه مدل‌های مومنتومی در تحلیل آیرودینامیکی توربین‌های بادی محور عمودی

سید سام سهام [۱]، سعید کریمیان علی آبادی [۲*]

۱ -کارشناس ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، S_Saham@modares.ac.ir
*۲ - دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، karimian@modares.ac.ir

دریافت: ۱۴۰۱/۰۶/۰۴، بازنگری: ۱۴۰۱/۰۹/۱۰، پذیرش: ۱۴۰۱/۰۹/۱۶

چکیده

در این تحقیق دقت حل و هزینه محاسباتی انواع مدل‌های مومنتومی که از روش‌های اساسی در مدل‌سازی آیرودینامیکی توربین‌های بادی محور عمودی از نوع داریوس است، بررسی می‌شود. این روش‌ها بر اساس نظریه مومنتوم (صفحه محرک) بوده و به طور گسترده در ارزیابی عملکرد توربین‌های محور عمودی مورد استفاده قرار می‌گیرند. همچنین تلاش شده است تا مدل‌های اولیه مومنتوم برای طراحی و تحلیل عملکرد این نوع توربین‌ها گردآوری شود. در ادامه سه مدل ایرودینامیکی از نوع مجرای جریان مورد بررسی قرار گرفته اند. این مدل‌ها شامل مجرای واحد جریان (اس اس تی)، مدل مجاری چند گانه (ام اس تی) و مدل دو صفحه‌ای مجاری چند گانه (دی ام اس تی) می باشد. هر یک از این مدل‌ها دارای مزایا و معایبی هستند، اما به طور کلی می‌توان بیان کرد که روش دی ام اس تی با دارا بودن شاخص جذر میانگین مربعات، خطایی در حدود ۲ درصد داشته که نسبت به دو روش قبل دارای دقت بیشتری است. این در حالی است که میزان خطای روش اس اس تی و ام اس تی به ترتیب سه برابر، و شش برابر روش دی ام اس تی است؛ لذا می‌توان بیان کرد که روش دی ام اس تی برای مدل‌سازی سریع و دقیق انواع توربین‌های داریوس روشی مناسب است.

* **عهده‌دار مکاتبات:** karimian@modares.ac.ir

کلمات کلیدی: توربین محور عمودی، مدل‌های مومنتومی، مدل اس اس تی، مدل ام اس تی، مدل دی ام اس تی

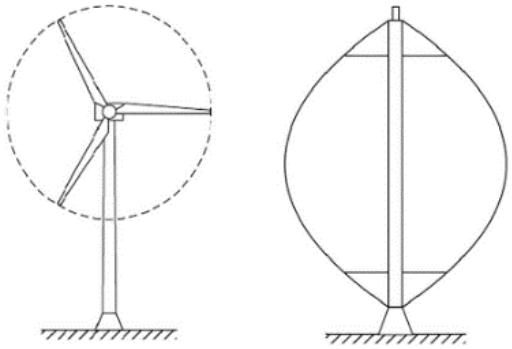
۱- مقدمه

با توجه به بحران انرژی و مشکلات زیست محیطی، انرژی باد در دهه‌های اخیر به عنوان منبع انرژی آزاد و تجدیدپذیر موضوع تحقیقات گسترده‌ای شده است. تجهیزات متنوعی آزمایش شده‌اند تا بتوانند انرژی باد را استخراج کنند؛ در میان این تجهیزات، توربین‌های بادی برای این منظور بسیار جذاب هستند که طرح‌های مختلفی از این توربین‌ها نیز وجود دارد. قسمت اصلی یک توربین بادی شامل یک روتور است که هنگام برخورد جریان باد با پره‌های روتور به دلیل ایجاد نیروهای آیرودینامیکی تولید

نحوه استناد به این مقاله: سید سام سهام، سعید کریمیان علی آبادی. معرفی و مقایسه مدل‌های مومنتومی در تحلیل آیرودینامیکی توربین‌های بادی محور عمودی. مهندسی مکانیک تبدیل انرژی. ۱۴۰۲; ۱۰ (۱) :۱۹-۳۹.
DOR: 20.1001.1.20089813.1402.10.1.2.0

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-07]
[DOR: 20.1001.1.20089813.1402.10.1.2.0]

گشتاور کرده و می‌تواند منجر به تولید توان شود. با توجه به موقعیت محور روتور نسبت به زمین، توربین‌های بادی به دو دسته توربین‌های بادی محور افقی[1] و توربین های بادی محور عمودی[2] طبقه بندی می‌شوند.



شکل ۱: توربین محور افقی (سمت چپ) و محور عمودی (سمت راست) [۱]

شکل ۱ شماتیکی از توربین‌های محور عمودی و افقی را نشان می‌دهد. توربین‌های محور عمودی دارای قدمت بیشتری نسبت به نوع محور افقی است، درحالی‌که ضریب توان کمتری دارند. توربین‌های محور عمودی به طور کلی به دو دسته ساوینیوس[3] و داریوس[4] تقسیم‌بندی می‌شوند که نوع ساوینیوس دارای عملکردی بر اساس نیروی پسا و نوع داریوس عملکردی بر اساس نیروی برآ هستند. نوع داریوس که موضوع بحث این تحقیق است را می‌توان بر اساس شکل پره و قدمت آن‌ها مشابه شکل ۲ تقسیم‌بندی کرد. با توجه به این شکل مشاهده می‌شود که توربین‌های داریوس دارای پره‌هایی با شکل‌های متنوع از قبیل پره‌های صاف، پره‌های زاویه‌دار، و پره‌های منحنی شکل هستند.

هر کدام از انواع توربین‌ها دارای مزایا و معایبی هستند. توربین‌های محور افقی معمولاً نیازمند یک مکانیزم نسبتا پیچیده برای کنترل هستند و بدون سیستم کنترل جهت، قادر به جذب انرژی باد از هر جهتی نیستند؛ اما در عین حال قابلیت تولید توان بیشتری بوده و بازده بالاتری دارند. از سوی دیگر در توربین‌های محور عمودی ژنراتور و سایر تجهیزات انتقال توان در نزدیکی سطح زمین قرار گرفته و نگهداری از آن‌ها را آسان‌تر می‌کند. علاوه بر آن، این توربین‌ها می‌توانند باد را از هر جهتی و بدون مکانیزم کنترل جهت دریافت کنند؛ اما با این حال دارای بازده آیرودینامیکی پایین‌تری هستند. مقایسه دقیق بین توربین-های محور افقی و عمودی در مرجع [۲] ذکر شده است.

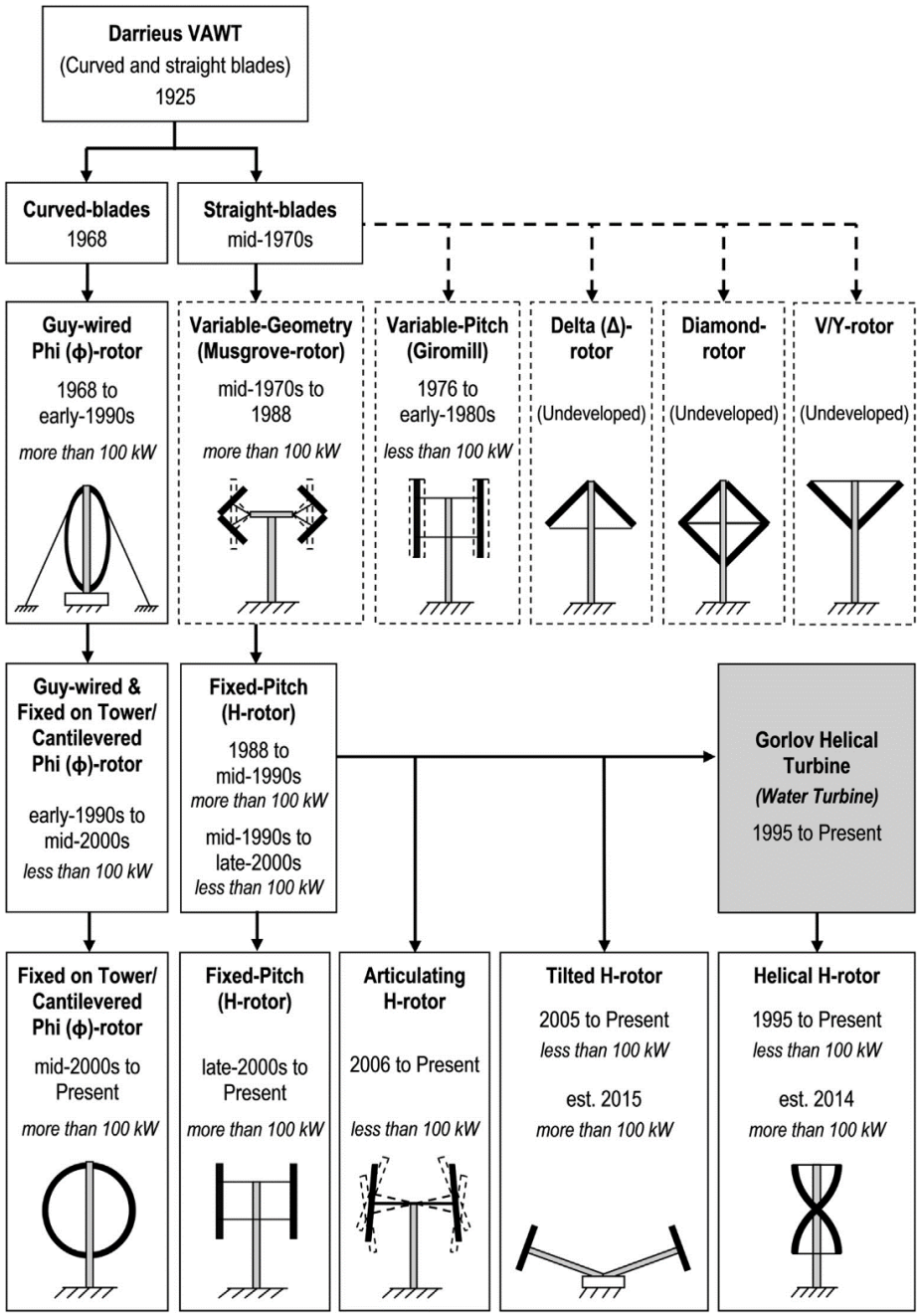
یکی از جنبه‌های کلیدی در مطالعه توربین‌های بادی نحوه تعامل توربین با جریان آزاد برای تولید توان مفید بوده که زیر مجموعه آیرودینامیک توربین بادی است. محبوب‌ترین نظریه‌های آیرودینامیکی برای توربین‌های محور عمودی را می‌توان در سه خانواده اصلی مدل‌های مومنتومی، مدل‌های آبشاری و مدل‌های گردابی دسته‌بندی کرد[۳ و۴]. در مدل آبشاری، پره‌های یک توربین در یک صفحه که آبشار نامیده می‌شود، با فاصله برابر بین پره‌ها قرار می‌گیرند؛ سپس از معادله برنولی برای مرتبط کردن سرعت دنباله با سرعت جریان آزاد و از طریق روابط نیمه-تجربی، سرعت القایی و سرعت دنباله به یکدیگر مرتبط می‌شوند. از

1 HAWT
2 VAWT
3 Savonius
4 Darrieus

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-07]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1402.10.1.2.0]

طرف دیگر، مدل‌های گردابی مدل‌هایی هستند که بر اساس محاسبه میدان سرعت در اطراف توربین و از طریق تأثیر گردابه در دنباله ایجاد شده از پره‌ها عمل می‌کنند. پره‌های توربین توسط گردابه‌های خط بسته یا خط برآزا تبیین می‌شوند که قدرت آن‌ها با استفاده از مجموعه داده‌های ضریب ایرفویل و محاسبه سرعت جریان نسبی و زاویه حمله به دست می‌آید. در نهایت، مدل‌های مومنتومی وجود دارند که در ادامه به تفصیل در مورد آن‌ها بحث می‌شود.



شکل ۲: دسته بندی کلی توربین‌های محور عمودی [۵]

برای بهبود عملکرد توربین بادی، مطالعات متعددی از جمله تحقیقات عددی و تجربی انجام شده است که نمونه‌هایی از آن‌ها در مراجع [۶ و ۷] ذکر شده است. در مرجع [۸] مفهوم تجهیزاتی که در نوک پره قرار می‌گیرد تا موجب افزایش عملکرد توربین

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-07]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1402.10.1.2.0]

شود بیان شده است. در مرجع [۹]، نتایج یک آزمایش تجربی در مورد یک توربین محور عمودی از نوع داریوس فی‌شکل و یک توربین از نوع اچ-شکل ارائه شده است. این توربین‌ها با تعداد پره‌های برابر، ایرفویل و ناحیه جاروب شده یکسان طراحی شده‌اند تا بتوان میدان سرعت و رفتار کلی توربین‌ها را مورد مقایسه قرار داد. نتایج آن‌ها نشان داد که مقاومت سازه‌ای و عملکرد کلی توربین متناسب است با رفتار آیرودینامیک توربین که متاثر از رفتار نوک پره‌ها است. در ادامه طراحی توربین به صورت فی-شکل را به یک راه حل مناسب برای مزرعه‌های بادی مبتنی بر توربین‌های بادی محور عمودی پیشنهاد می‌کند. علاوه بر آن، مطالعاتی پیرامون نظارت بر ساختار پره‌های توربین با استفاده از روش‌های مختلف مانند سنجش پیزوالکتریک[۱]، همبستگی تصویر دیجیتالی[۲]، سنجش کرنش فیبر نوری[۳]، برش شناسی[۴]، تصویر برداری حرارتی[۵] و آرایه انتشار[۶] / میکروفون صوتی[۷] انجام شده است [۱۰ و ۱۱].

هدف اصلی این تحقیق ارائه یک بررسی جامع در مورد مدل‌های مومنتومی (مدل‌های لوله‌های جریان) و تبیین روابط آیرودینامیک آن‌ها است. تصور می‌شود که این تحقیق به عنوان یک مرجع کلی برای مدل‌های مبتنی بر مومنتوم و به عنوان ابزاری کم هزینه در تجزیه و تحلیل و همچنین برآورد ویژگی‌های عملکرد آیرودینامیکی توربین بادی محور عمودی استفاده شود. در ادامه این تحقیق به نظریه مومنتوم پره و نظریه صفحه محرک اشاره شده است و پس از آن انواع مدل‌های مومنتومی که شامل مدل اس اس تی، مدل ام اس تی، و مدل دی ام اس تی است، مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته و روابط ریاضی مربوط به کامل‌ترین مدل ارائه می‌شود.

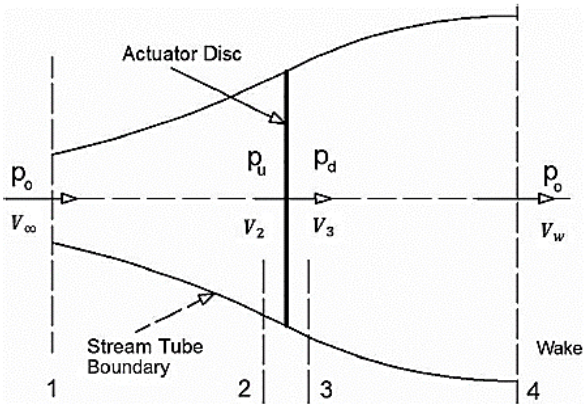
۲- نظریه مومنتوم المان پره

نظریه مومنتوم المان پره[۸] ترکیبی از نظریه مومنتوم و نظریه المان پره است. اولین گام در تجزیه و تحلیل نیروهای موجود در پره با استفاده از حجم کنترل و بر اساس حفظ مومنتوم خطی و زاویه‌ای صورت گرفته و سپس به تجزیه و تحلیل نیروها که تابعی از هندسه پره‌اند پرداخته می‌شود. بنابراین از این نظریه می‌توان برای ارتباط هندسه پره با توان استخراج شده از روتور توربین استفاده کرد. نظریه صفحه محرک نیز به عنوان ساده‌ترین مدل آیرودینامیکی توربین بادی مشهور است. در این مدل، روتور توربین توسط یک صفحه همگن نشان داده می‌شود که دریافت کننده انرژی باد بوده و بر اساس مفروضات زیر است [۱۲]:

- جریان سیال همگن و تراکم ناپذیر
- عدم وجود اصطکاک
- تعداد پره بی‌نهایت
- نیروی یکنواخت روی صفحه یا ناحیه روتور
- دنباله بدون چرخش
- فشار استاتیک در دوردست نیمه رو به باد و نیمه پشت به باد روتور برابر با فشار استاتیک محیطی تجزیه و تحلیل نظریه صفحه محرک و حجم کنترل مفروض در شکل ۳ نشان داده شده است.

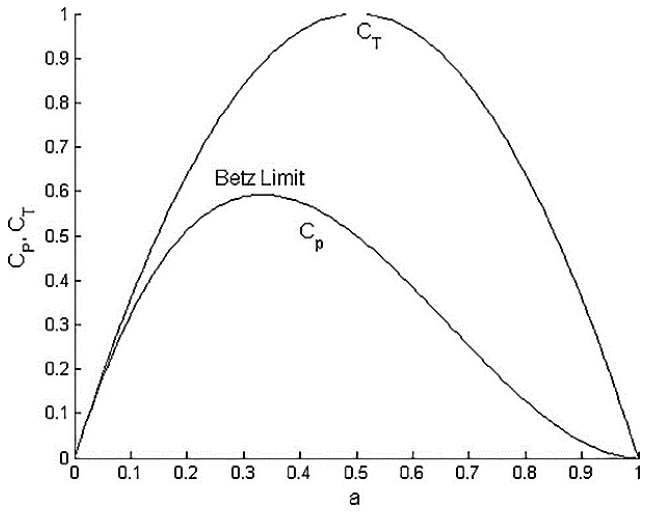
[1] Piezoelectic sensing
[2] Digital image correlation
[3] Fiber-optic strain sensing
[4] Shearography
[5] Thermal imaging
[6] Acoustic emmision
[7] Microphon array
[8] Blade Element Momentum Theory

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-07]
[DOR: 20.1001.1.20089813.1402.10.1.2.0]



شکل ۳: نظریه صفحه محرک [۱]

در این نظریه از یک صفحه محرک یکنواخت که باعث ایجاد ناپیوستگی فشار در جریان هوای عبوری از آن می‌شود، برای نشان دادن توربین استفاده می‌شود. با توجه به حجم کنترل نشان داده شده در این شکل مشاهده می‌شود که جریان عبوری از لوله جریان از صفحه مورد نظر عبور می‌کند، که اگر پیوستگی سرعت از طریق این صفحه وجود داشت، سرعت روتور برابر سرعت‌های مقطع شماره ۲ و ۳ می‌شد؛ اما از آنجا که این صفحه (که به عنوان توربین در نظر گرفته شده است) باعث ناپیوستگی سرعت می‌شود، بنابراین سرعت مقطع ۲ و ۳ با هم متفاوت خواهد بود. از طرفی بیشینه مقدار ضریب توان که به حد بتز[1] معروف است، در ضریب القایی $a = 1/3$ رخ می‌دهد که مقداری برابر $C_{P_{max}} = 0.592$ دارد؛ در مقابل بیشینه ضریب تراست[2] نیز در $a = 0.5$ رخ داده که مقداری برابر ۱ دارد (شکل ۴). حد بتز هم برای توربین‌های محور افقی و هم برای توربین‌های محور عمودی صادق است؛ این در حالی است که اکثر توربین‌های تجاری در عمل دارای بیشینه ضریب توانی کمتر از این مقدار و در حدود ۰,۴۵ بوده و توربین‌هایی با ضریب توان بیشتر از این مقدار دارای تعداد معدودی هستند.



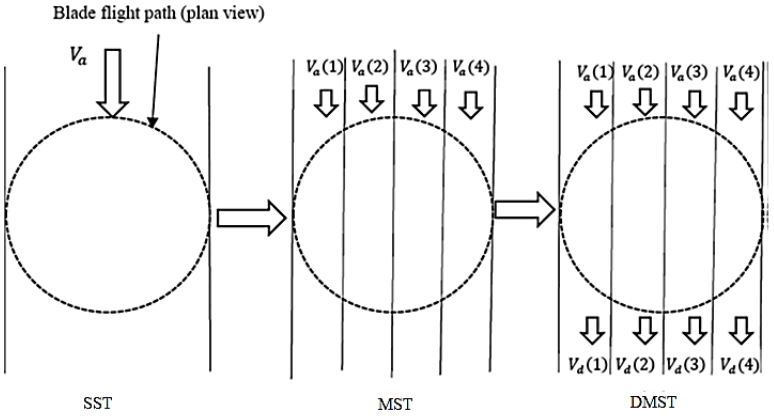
شکل ۴: تغییرات ضریب توان و ضریب تراست بر حسب ضریب القایی [۱]

[1] Betz Limit
[2] Thrust

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-07]
[DOR: 20.1001.1.20089813.1402.10.1.2.0]

۳- مدل‌های مومنتومی

مدل‌های مومنتومی بر پایه محاسبه سرعت جریان عبوری از توربین و با یکسان‌سازی نرخ تغییرات مومنتوم جریان آزاد با نیروی آیرودینامیکی جریان بر روی پره‌ها بوده که معادل با تغییر فشار متوسط بر توربین است. بنابراین می‌توان در هر لوله جریان از معادله برنولی استفاده کرد. مشکل اصلی مدل‌های مومنتومی کاهش اعتبار آن‌ها برای توربین‌های با صلبیت بالا و نسبت سرعت-های بالا است. سه نوع مدل مومنتومی در این تحقیق بیان شده است که عبارت است از مدل اس اس تی، مدل ام اس تی ، و مدل دی ام اس تی که در ادامه شرح هر مدل ارائه شده و از آنجا که مدل دی ام اس تی دارای دقت بیشتری است، روابط ریاضی این مدل نیز به تفصیل بیان شده است. شکل ۵ نیز نشان دهنده صفحه روتور یک توربین محور عمودی و مراحل توسعه روش مومنتومی از اس اس تی به دی ام اس تی بوده و تفاوت آن‌ها را نشان می‌دهد؛ همانطور که مشاهده می‌شود در روش دی ام اس تی نه تنها روتور به چندین لوله جریان تقسیم شده، بلکه در هر لوله جریان از سرعت القایی جداگانه‌ای برای نیمه رو به باد و پشت به باد استفاده شده است، درحالی‌که در دو روش قبل این عوامل لحاظ نشده بودند.



شکل ۵: مقایسه روش‌های مومنتومی اس اس تی، ام اس تی، و دی ام اس تی [۱]

۳-۱ مدل اس اس تی

در سال ۱۹۷۴ ، تمپلین[1] مفهوم مدل اس اس تی را ارائه کرد که اولین و ساده‌ترین رویکرد پیش‌بینی برای برآورد عملکرد توربین‌های محور عمودی نوع داریوس است. در این نظریه کل توربین در یک جریان احاطه شده و سرعت جریان محوری در سراسر صفحه ثابت است که این سرعت با محاسبه تغییر مومنتوم محوری به واسطه نیروی پسای توربین به دست می‌آید. در این مدل فرض شده است که حجم جاروب شده توسط روتور و سرعت جریان در نیمه رو به باد و پشت به باد ثابت بوده و ویژگی‌های عملکردی ایرفویل و اثر استال نیز در نظر گرفته شده است. همچنین متغیرهای هندسی مانند نسبت ارتفاع پره به قطر روتور، صلبیت و تأثیر آن بر توان توربین در این مدل گنجانده شده است. با این حال اثر برش باد را نمی‌توان در این مدل در نظر گرفت و تمام محاسبات برای یک پره با وتر برابر با مجموع وترهای کل پره‌های توربین انجام می‌شود [۱۳].

با استفاده از مدل اس اس تی می‌توان عملکرد کلی توربین بادی را پیش‌بینی کرد؛ اما طبق تحقیقات صورت گرفته توان پیش‌بینی شده همواره بیشتر از مقادیر تجربی است. علاوه بر آن، در این مدل تغییرات سرعت باد در هنگام عبور از روتور در نظر

[1] Templin R

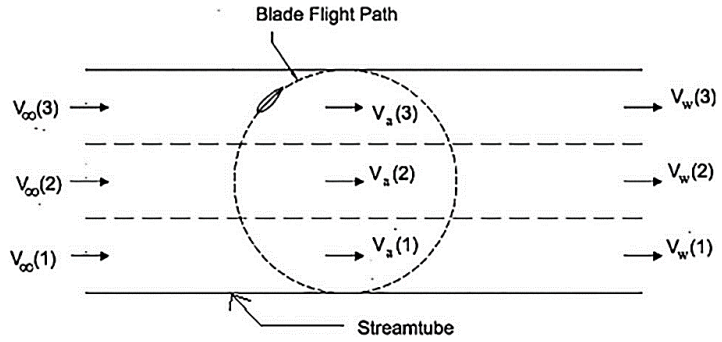
[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-07]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1402.10.1.2.0]

گرفته نمی‌شود و این تغییرات با افزایش نسبت سرعت نوک پره و صلبیت آن به تدریج افزایش می‌یابد. در سال ۱۹۸۰، یک روش تحلیلی در سال ۱۹۸۰ برای پیش‌بینی عملکرد توربین محور عمودی با پره‌های بدون انحنا و با زاویه پیچش هارمونیک توسط نول و هام[1] و با استفاده از مدل اس اس تی ارائه شد [۱۴]، و به دنبال آن پاتل و چادهاری[2] در سال ۲۰۱۳ تأثیر دنباله آشفتگی، استال دینامیکی و پسای بازوهای نگه‌دارنده پره را به این مدل اضافه کردند. همچنین با بررسی عملکرد توربین اچ-شکل درمصارف هیدرودینامیکی، دریافتند که این روش برای نسبت سرعت‌های بالا و صلبیت بالای روتور مناسب نیست [۱۵]. در این مدل سرعت در سراسر لوله جریان ثابت فرض می‌شود، در حالی که توربین با دو سرعت متفاوت در تعامل است که عبارتند از سرعت جریان در نیمه رو به باد و سرعت جریان در نیمه پشت به باد؛ همین مسئله باعث شد تا محققان سعی کنند تا روش اس اس تی را بهبود دهند.

۲-۳ مدل ام اس تی

به عنوان توسعه مدل اس اس تی، در سال ۱۹۷۴ مدلی تحت عنوان ام اس تی توسط ویلسون و لیشمن[3] پیشنهاد شد [۱۶]. در این مدل حجم جاروب شده توسط توربین به مجموعه‌ای از لوله‌های جریان موازی به صورت پیوسته و مشابه شکل (۶) تقسیم می‌شود و برای محاسبه سرعت القایی، جریان به صورت تراکم ناپذیر و غیر لزج در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۶: مدل ام اس تی [۱]

در سال ۲۰۱۳ تای و همکاران[4] یک مدل ام اس تی ارائه دادند که در آن به جای استفاده از عدد رینولدز یکسان برای همه لوله‌های جریان از عدد رینولدز موضعی برای هر لوله جریان به صورت جداگانه استفاده می‌شود. نتایج بدست آمده در نسبت سرعت‌های بالاتر نشان داد که پیشبینی این روش در این محدوده از نسبت سرعت‌ها بهبود یافته است. همچنین در نسبت سرعت‌های پایین نتیجه گرفته شد که برای مطابقت بهتر نتایج با داده‌های تجربی لازم است تا یک مدل تاخیر ناشی از استال برای این مدل در نظر گرفته شود [۱۷]. طراحی یک توربین بادی محور عمودی با استفاده از مدل ام اس تی به منظور مطالعه تأثیر نسبت منظری پره بر عملکرد توربین نیز در سال ۲۰۱۴ توسط بروسکا و همکاران[5] [۱۸] انجام شده است. همچنین عملکرد یک توربین داریوس با سه پره و با کمک مدل ام اس تی توسط چن و همکاران[6] در سال ۲۰۱۴ مورد بررسی قرار گرفته است که نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که افزایش خط میانه ایرفویل، افزایش ضخامت و افزایش زاویه گام پره، می‌تواند ضریب توان

[1] Noll R. B, Ham N. D
[2] Patel M. V, Chaudhari, M. H
[3] Wilson R.E, and Lissaman P.B
[4] Tai F.Z, et al
[5] Brusca S, et al
[6] Chen J. R, et al

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-07]
[DOR: 20.1001.1.20089813.1402.10.1.2.0]

را در نسبت سرعت‌های پایین افزایش دهد [۱۹]. شایان ذکر است که در مدل ام اس تی سرعت جریان در طول هر لوله جریان یکسان در نظر گرفته می‌شود؛ این بدان معناست که سرعت جریان در نیمه رو به باد و پشت به باد توربین یکسان فرض می‌شود، اما برای پیش‌بینی بهتر لازم است تا سرعت جریان در طول هرلوله جریان متناسب با نیمه رو به باد و پشت به باد روتور تعیین شود که این موضوع در مدل دی ام اس تی اعمال شده است.

۳-۳ مدل دی ام اس تی

همانطور که گفته شد مشکل اصلی مدل ام اس تی ناتوانی در تمایز بین قسمت‌های نیمه رو به باد و پشت به باد توربین است. برای رفع این مشکل لازم است تا از دو صفحه محرک به صورت سری (پشت سر هم) همانند شکل ۷ در مرکز توربین استفاده شود و مدل تک صفحه‌ای به مدل دو صفحه‌ای ارتقا یابد. در این حالت از دو صفحه محرک و از دو ضریب القایی برای تعیین سرعت استفاده می‌شود. پاراسچیویو[1] در سال ۱۹۸۱ مدل ام اس تی را با نظریه دوصفحه‌ای برای پیش‌بینی بهتر عملکرد توربین بادی داریوس ترکیب کرد تا مدل مورد نظر توانایی مدل‌سازی تغییرات سرعت در صفحه عمود بر جریان و صفحه مماس بر جریان را داشته باشد، و همچنین بتواند تاثیر نیمه رو به باد را بر نیمه پشت به باد روتور اعمال کند. در حالی که مدل‌های قبلی (اس اس تی و ام اس تی) قادر به ارزیابی تأثیر نیمه رو به باد به نیمه قسمت پشت به باد نبودند. به عبارت دیگر سرعت باد در نیمه رو به باد به دلیل مصرف انرژی در طی عبور از پره‌های توربین، بیشتر از نیمه پشت به باد بوده که با کمک مدل دو صفحه‌ای می‌توان این موضوع را در نظر گرفت [۲۰]. همانطور که در شکل ۸ نشان داده شده است، محاسبات برای برای نیمه رو به باد و پشت به باد به طور جداگانه انجام می‌شود.

در سال ۱۹۹۰ ، شارپ[2] یک مدل دی ام اس تی ارائه کرد که در آن یک توربین بادی محور عمودی با پره‌های مستقیم به صورت اچ-شکل مورد ارزیابی قرار گرفت. او در تحلیل این توربین اثرات انحنای جریان، استال دینامیکی و انبساط جریان را در نظر گرفت [۲۱]. ونلر و همکاران[3] در سال ۲۰۱۶ برای بهبود پیش‌بینی توان و انبساط جریان، یک استراتژی مبتنی بر اصل انرژی دو بعدی از مدل دی ام اس تی پیشنهاد دادند. آن‌ها مدل پیشنهادی انبساط جریان را از طریق نمایش ریاضی خطوط جریان نشان داده، و با استراتژی تکرار مبتنی بر مومنتوم حل کردند. نتایج این مدل‌سازی با شبیه‌سازی عددی دوبعدی یک توربین محور عمودی اچ-شکل ۱۲ کیلووات مورد مقایسه قرار گرفت و مشاهده شد که همگرایی مدل مورد نظر برای نسبت سرعت‌های پایین حاصل شده است. همچنین مشاهده کردند که پیش‌بینی توان توسط مدل مبتنی بر انرژی نسبت به استراتژی مبتنی بر مومنتوم نتایج بهتری در انبساط جریان دارد [۲۲].

همچنین یک مدل اصلاح شده برای توربین‌های محور عمودی توسط کینان[4] در سال ۲۰۱۲ پیشنهاد شده است که در این مدل از روش دی ام اس تی اصلاح شده استفاده شده که برخی از ویژگی‌های نادیده گرفته شده در مدل‌های قبل را در نظر می‌گیرد. در این مدل به جای یکتا و ثابت در نظر گرفتن جهت جریان، ابتدا جهت جریان صحیح بدست آمده و سپس عکس‌العمل پره‌ها به هر جهت از جریان‌ها مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. هرچند که نتایج آن‌ها تطابق خوبی با سایر مدل‌ها و نتایج تجربی داشت،

[1] Paraschivoiu I
[2] Sharpe D
[3] Wendler R, et al
[4] Keinan, M

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-07]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1402.10.1.2.0]

اما با این حال استال دینامیکی در مدل گنجانده نشده بود [۲۳]. برینک و جرمجف[1] در سال ۲۰۱۳ ، از مدل دی ام اس تی برای توسعه توربین محور عمودی در دریا استفاده کردند و در تحقیق خود دو ایرفویل متقارن NACA0012 و S 1046 به همراه دو ایرفویل نامتقارن S1210 و E216 را مورد بررسی قرار دادند. نتایج بدست آمده از این تحقیق پتانسیل خوب ایرفویل‌های نامتقارن را نشان داد [۲۴].

طراحی آیرودینامیکی و ارزیابی اقتصادی توربین‌های محور عمودی کوچک توسط سعیدی و همکاران[2] در سال ۲۰۱۳ انجام شده، که در این تحقیق از مدل دی ام اس تی و نظریه المان پره در طراحی و بهینه‌سازی یک توربین اچ-شکل استفاده شده است. نتایج بدست آمده از این مطالعه پارامتری نشان می‌دهد که بهره‌برداری از یک توربین کوچک محور عمودی می‌تواند حدود ۵۰ درصد در هزینه تولید برق صرفه‌جویی کند [۲۵]. در سال ۲۰۱۳، سورقان و همکاران[3] یک مدل تحلیلی بر اساس مدل دی ام اس تی برای محاسبه عملکرد روتور و نیروهای آیرودینامیکی وارد بر پره برای توربین‌های محور عمودی با پره‌های مستقیم و با زاویه گام متغیر ارائه دادند و از یک روش مبتنی بر تکرار برای تعیین ضریب القایی استفاده کردند و با بدست آمدن این ضریب توانستند نیروهای موضعی وارد بر پره را محاسبه کنند. همچنین انبساط جریان، خمیدگی جریان، استال دینامیکی و افت نوک پره در مدل گنجانده شده و نتایج آن‌ها تطابق خوبی با داده‌های تجربی داشت [۲۶]. از سایر تحقیقات اخیر می‌توان به استفاده از روش های مومنتومی جهت بررسی تاثیر پارامترهای هندسی در توربین بادی محور عمودی با پره‌های مستقیم اشاره کرد. نتایج این تحقیق نشان داد که افزایش ارتفاع پره و افزایش نسبی قطر روتور و کاهش طول وتر پره می‌توان متناسب با شرایط عملکردی، تولید توان بهتری داشت [۲۷]. در تحقیق دیگری نیز به منظور تحلیل پارامتری جریان و انحراف آن هنگام برخورد به پره‌های توربین محور عمودی از روش مومنتومی (دی ام اس تی) استفاده شد. نتایج این تحقیق نشان داد که زاویه‌دار کردن پره‌های توربین می‌تواند بر جریان خروجی از توربین تاثیر گذاشته و موجب انحراف آن شود [۲۸].

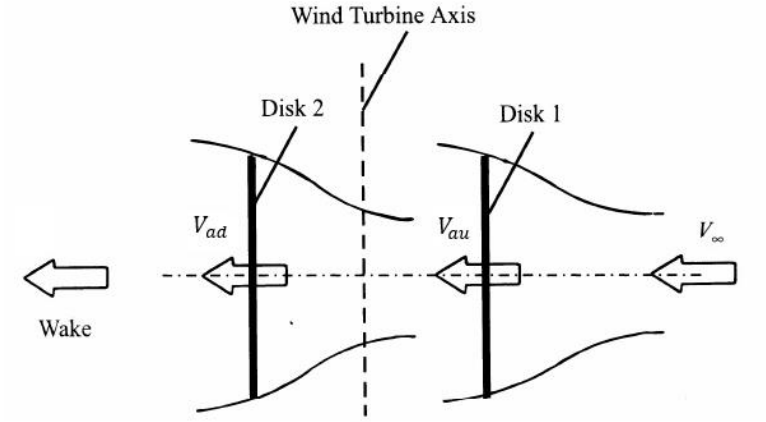
با توجه به مطالب ذکر شده می‌توان نتیجه گرفت که مدل دی ام اس تی نسبت به دو مدل دیگر ارتباط بهتری را بین نتایج تجربی و تحلیلی، به ویژه برای نیروهای آیرودینامیکی موضعی در پره فراهم می‌کند. اما با این وجود، توان توربین خصوصا برای روتورهای با صلبیت بالا را کمی بیش از مقدار واقعی پیش‌بینی می‌کند. علت این مشکل را برای این توربین‌ها (صلبیت بالا) می‌توان ناشی از عدم همگرایی ضریب القایی خصوصا در نسبت سرعت‌های بالا و در قسمت پشت به باد توربین دانست که می‌توان در آینده اصلاحات بیشتری برای بهبود آن ارائه داد.

۴- روابط ریاضی در مدل دی ام اس تی

همانطور که گفته شد در روش مومنتوم دو صفحه‌ای از دو صفحه محرک جهت اعمال معادلات استفاده می‌شود. صفحه یک بیان‌گر سطح جاروب شده نیمه رو به باد روتور، و صفحه دو بیان‌گر سطح جاروب شده نیمه پشت به باد روتور است (شکل ۷). در این سطوح فرض می‌شود که سرعت القایی جریان ثابت است، به این معنا که در صفحه یک (نیمه رو به باد)، سرعت القایی برابر V_{au} و در صفحه دو (نیمه پایین دست)، سرعت القایی برابر V_{ad} است. با بدست آمدن سرعت القایی و با کمک تئوری مومنتوم و المان پره می‌توان نیروهای وارد به پره و عملکرد توربین را مورد بررسی قرار داد.

[1] Brinck, D, Jeremejeff, N
[2] Saeidi D, et al
[3] Soraghan C. E, et al

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-07]
[DOR: 20.1001.1.20089813.1402.10.1.2.0]



شکل ۷: مدل مومنتوم دو صفحه‌ای [۲۹]

با گذر جریان از توربین، به دلیل برخورد جریان با پره‌ها و ایجاد نیروی پسا، فشار در گذر از صفحه یک کاهش می‌یابد؛ همین نتیجه برای صفحه دو نیز اتفاق می‌افتد و باعث کاهش فشار در گذر از صفحه دو نیز می‌شود. از طرفی زاویه حمله با کمک تئوری بی ای ام[1] برای هر المان بدست می‌آید. رابطه کلی زاویه حمله به صورت رابطه ۱ استخراج می‌شود [۲۹].

$$\alpha = \sin^{-1}\left[\frac{\cos\theta\cos\delta\cos\alpha_0 - (X-\sin\theta)\sin\alpha_0}{\sqrt{(X-\sin\theta)^2 + cos^2\theta\, cos^2\delta}}\right] \quad (۱)$$

که در این رابطه، α_0 زاویه گام، δزاویه مخروطی یا شیب موضعی پره، و X نسبت سرعت پره است و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$X = r\omega/V_i \quad (۲)$$

که V_i سرعت ورودی جریان به صفحه مورد نظر است.

۱-۴ سرعت‌های القایی

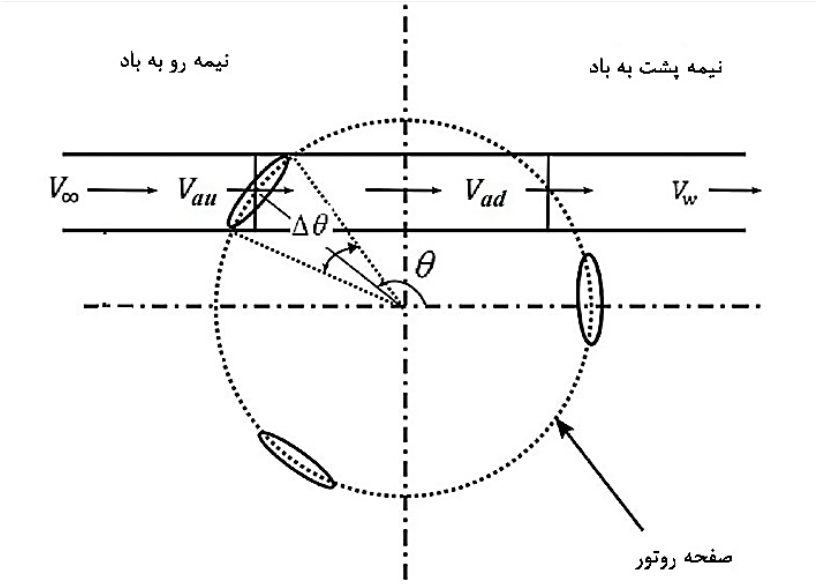
سرعت‌های القایی برای هر صفحه و برای هر المان به صورت جداگانه محاسبه می‌شوند؛ بنابراین مولفه سرعت نیمه رو به باد کمتر از سرعت جریان آزاد، سرعت بین دو صفحه (جریان خروجی از صفحه نیمه رو به باد) کمتر از سرعت در نیمه رو به باد، و در نهایت مولفه سرعت در نیمه پشت به باد کمتر از سرعت بین دو صفحه است. این موضوع در رابطه ۳ به خوبی نشان داده شده است که در آن V_∞ سرعت جریان آزاد، V_{au} مولفه سرعت در نیمه رو به باد، V_e مولفه سرعت بین دو صفحه، و V_{ad} مولفه سرعت در نیمه پشت به باد است. مولفه‌های سرعت در نیمه رو به باد، نیمه پشت به باد، و بین این دو صفحه توسط مجموعه روابط ۴ تعیین می‌شوند که متغییر a_u و a_d به ترتیب ضرایب القایی در نیمه رو به باد و پنیمه شت به باد روتور هستند؛ ازآنجا که این

[1] BEM Theory

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-07]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1402.10.1.2.0]

ضرایب جزو متغییرهای نامعلوم هستند، با فرض کردن مقداری مشخص (مانند $a_u = 1$) و با کمک روش سعی و خطا[1]، می‌توان این ضریب را با تقریب خوبی بدست آورد.



شکل ۸: مدل دی ام اس تی [۲۹]

$$V_\infty > V_{au} > V_e > V_{ad} \quad (۳)$$

$$\begin{aligned} V_{au} &= a_u V_\infty \\ V_e &= V_\infty(2a_u - 1) \\ V_{ad} &= a_d V_e \end{aligned} \quad (۴)$$

۲-۴ مدل‌سازی نیمه رو به باد

با توجه به مولفه‌های سرعت بدست آمده از رابطه ۴، می‌توان سرعت‌های عمودی و مماسی بر هر المان پره در نیمه رو به باد $(-\pi/2 \le \theta \le \pi/2)$ را به ترتیب مطابق روابط ۵ و ۶ بدست آورد.

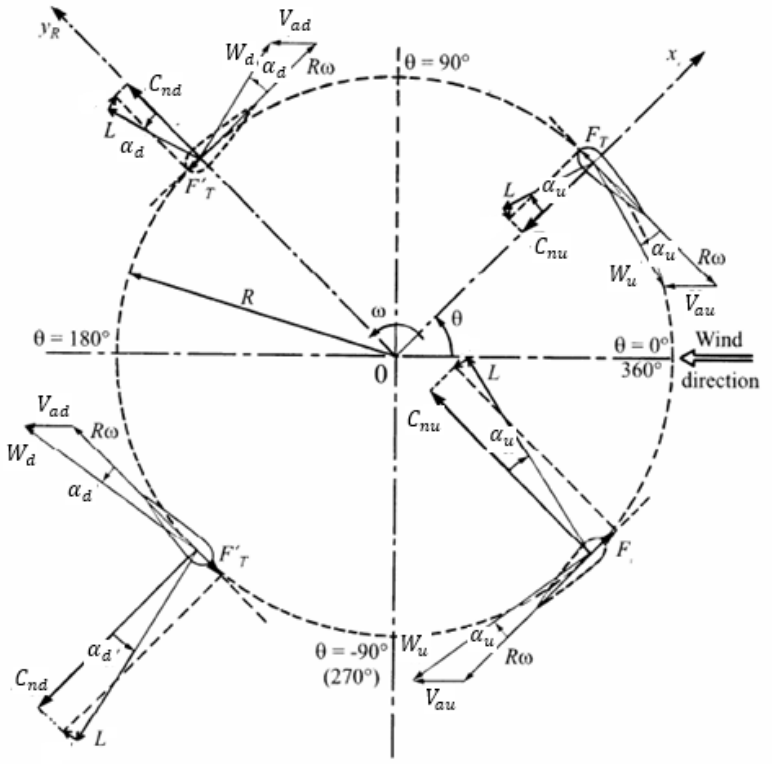
$$V_{nu} = V_{au}\cos\theta\cos\delta \quad (۵)$$

$$V_{tu} = r\omega - V_{au}\sin\theta \quad (۶)$$

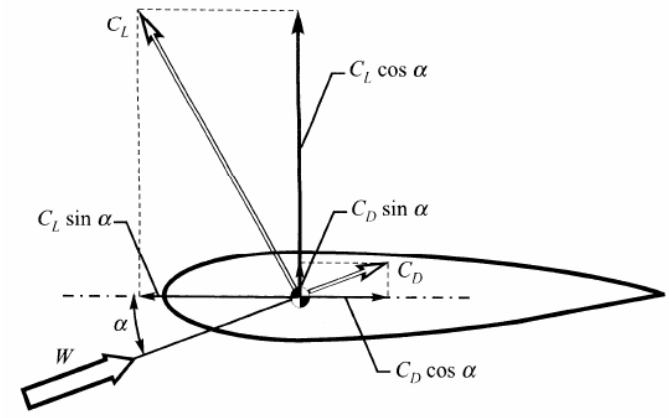
[1] Try and Error

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-07]
[DOR: 20.1001.1.20089813.1402.10.1.2.0]

در این روابط، r شعاع المان پره، ω سرعت دورانی توربین، θ زاویه آزیموت[1]، و δ زاویه مخروطی یا شیب موضعی پره است. با مشخص شدن سرعت‌های عمودی و مماسی بر المان پره، مطابق شکل ۹ می‌توان سرعت نسبی جریان را مطابق رابطه ۷ برای هر المان نیز بدست آورد.



شکل ۹: نیروها، زوایای حمله، و سرعت‌های نسبی در کل روتور [۲۹]



شکل ۱۰: ضرایب نیروی آیرودینامیکی در یک مقطع از پره [۲۹]

[1] Azimuth Angle

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-07]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1402.10.1.2.0]

$$W_u = \sqrt{(V_{nu})^2 + (V_{tu})^2} \quad (۷)$$

زاویه حمله متناظر با هر المان پره نیز با در نظر گرفتن زاویه گام صفر به صورت رابطه ۸ بدست می‌آید.

$$\alpha_u = \sin^{-1}(V_{nu}/W_u) \quad (۸)$$

بنابراین با توجه به شکل ۱۰، رابطه ۸، و همچنین ضرایب نیروی برا و پسا در هر زاویه حمله می‌توان ضرایب نیروی عمودی و مماسی را مطابق روابط ۹ و ۱۰ بدست آورد.

$$C_{nu} = C_L \cos\alpha_u + C_D \sin\alpha_u \quad (۹)$$

$$C_{tu} = C_L \sin\alpha_u - C_D \cos\alpha_u \quad (۱۰)$$

سپس با کمک روابط اخیر می‌توان ضریب القایی را توسط رابطه ۱۱ برای نیمه رو به باد روتور بدست آورد؛ در این رابطه f_u تابعی از مشخصات نیمه رو به باد توربین است و توسط رابطه ۱۲ بدست می‌آید؛ که B تعداد پره، و c طول وتر پره است.

$$a_u = \pi/(f_u + \pi) \quad (۱۱)$$

$$f_u = \frac{Bc}{8\pi r}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\left(C_{nu}\frac{\cos\theta}{|\cos\theta|} - C_{tu}\frac{\sin\theta}{|\cos\theta|\cos\delta}\right)\left(\frac{W_u}{V_{au}}\right)^2 d\theta \quad (۱۲)$$

با بدست آمدن ضریب القایی a_u، مطابقت آن با ضریب القایی مفروض در محاسبه سرعت‌های القایی بررسی شده و درصورتی که تطابق مورد نظر حاصل شده باشد، روابط فوق برای سایر المان‌ها نیز تکرار می‌شود تا در نهایت سرعت‌های القایی، زاویه حمله، و ضرایب نیرو برای نیمه رو به باد توربین بدست بیاید؛ در غیر این صورت لازم است تا روابط فوق مجددا برای ضریب القایی جدید که از رابطه ۱۱ بدست آمده است، تکرار شود. با بدست آمدن a_u، W_u، α_u، و C_{tu}، C_{nu} می‌توان مولفه‌های نیروی عمودی و مماسی هر المان را که تابعی از موقعیت پره است را با توجه به شکل ۱۱ به صورت روابط (۱۳) و (۱۴) بدست آورد؛ که در این روابط Δz ارتفاع المان مورد نظر است.

$$dN_u(\theta) = \frac{1}{2}C_N.\rho.c.\Delta z.W_u^2 \quad (۱۳)$$

$$dT_u(\theta) = \frac{1}{2}C_T.\rho.c.\Delta z.W_u^2 \quad (۱۴)$$

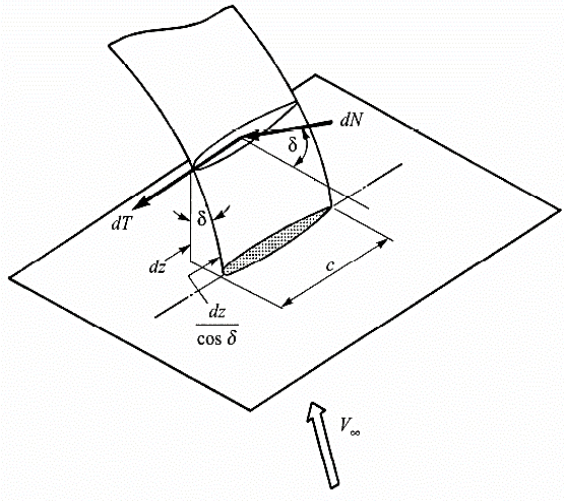
با بدست آمدن مولفه نیروهای مماسی و عمودی بر هر المان و با کمک شکل ۱۲، می‌توان توسط روابط زیر، نیروی موازی با جریان آزاد (پسای توربین) و عمود بر جریان که بیان کننده نیروی جانبی وارده بر پره است را بدست آورد.

$$dD_u = \left(dN_{up}\cos\delta\right)\cos\theta + dT_u\sin\theta \quad (۱۵)$$

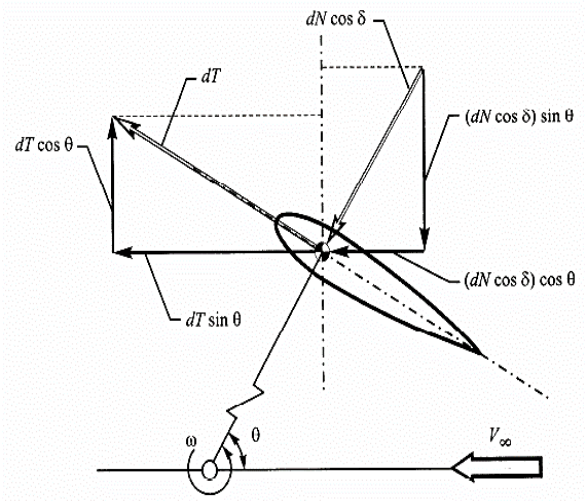
$$dL_u = -\left(dN_{up}\cos\delta\right)\sin\theta + dT_u\cos\theta \quad (۱۶)$$

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-07]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1402.10.1.2.0]



شکل ۱۲: نیروهای وارد بر المان پره [۲۹]



شکل ۱۳: نیروهای وارد بر المان پره (در صفحه افقی) [۲۹]

گشتاور تولید شده توسط هر المان بر مبنای شعاع موضعی مرکز هر المان به صورت رابطه ۱۸ بدست می‌آید. سپس با انتگرال‌گیری از این رابطه و لحاظ کردن تعداد پره توربین (B) می‌توان به رابطه ۱۹ که بیانگر میانگین گشتاور تولید شده توسط هر المان در نیمه رو به باد توربین است، دست یافت. همچنین ضریب میانگین گشتاور (برای هر المان در نیمه رو به باد توربین) توسط رابطه ۱۸ محاسبه می‌شود؛ که در این رابطه، A سطح جانبی روتور است.

$$Q_u(\theta) = r.dT_u(\theta) \quad (۱۸)$$

$$\bar{Q}_u = \frac{B}{2\pi}\int_{-\pi/2}^{\pi/2} Q_u d\theta \quad (۱۹)$$

$$C_{\bar{Q}_u} = \frac{\bar{Q}_u}{1/2\,.\rho.A.r.V_\infty^2} \quad (۲۰)$$

در نهایت با بدست آمدن ضریب میانگین گشتاور و مشخص بودن نسبت سرعت موضعی برای هر المان، می‌توان ضریب توان آن را توسط رابطه زیر محاسبه کرد.

$$C_{P_u} = \lambda.C_{\bar{Q}_u} \quad (۲۱)$$

۳-۴ مدل‌سازی نیمه پشت به باد

مشابه آنچه که در نیمه رو به باد توربین رخ داد، مجددا برای نیمه پشت به باد روتور تکرار می‌شود. با قرار دادن مقدار فرضی ضریب القایی (مانند $a_u = a_d$) و تکرار کردن روش سعی و خطا، مقدار ضریب القایی در این ناحیه نیز بدست آمده و می‌توان سایر متغیرها از جمله سرعت‌های القایی و نیروهای عمودی و مماسی را بدست آورد. بنابراین برای نیمه پشت به باد روتور

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-07]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1402.10.1.2.0]

$(\pi/2 \le \theta \le 3\pi/2)$، سرعت عمودی و مماسی مشابه نیمه رو به باد و به صورت روابط ۲۲ و ۲۲ حاصل می‌شود؛ همچنین سرعت نسبی W_d در شکل ۹ به صورت رابطه ۲۴ خواهد شد.

$$V_{nd} = V_{ad}\cos\theta\cos\delta \quad (۲۲)$$

$$V_{td} = r\omega - V_{ad}\sin\theta \quad (۲۳)$$

$$W_d = \sqrt{(V_{nd})^2 + (V_{td})^2} \quad (۲۴)$$

زاویه حمله در این ناحیه نیز عبارت است از:

$$\alpha_d = \sin^{-1}(V_{nd}/W_d) \quad (۲۵)$$

با بدست آمدن زاویه حمله و با کمک ضرایب برآ و پسا در زاویه حمله متناظر، می‌توان ضرایب نیروی عمودی و مماسی نیمه پشت به باد روتور را نیز به صورت روابط ۲۶ و ۲۷ بدست آورد.

$$C_{nd} = C_L\cos\alpha_d + C_D\sin\alpha_d \quad (۲۶)$$

$$C_{td} = C_L\sin\alpha_d - C_D\cos\alpha_d \quad (۲۷)$$

نهایتا ضریب القایی جدید برای نیمه پشت به باد روتور نیز همانند نیم رو به باد، به صورت زیر بدست می‌آید:

$$a_d = \pi/(f_{dw} + \pi) \quad (۲۸)$$

$$f_{dw} = \frac{Bc}{8\pi r}\int_{\pi/2}^{3\pi/2}\left(C_{nd}\frac{\cos\theta}{|\cos\theta|} - C_{td}\frac{\sin\theta}{|\cos\theta|\cos\delta}\right)\left(\frac{W_d}{V_{ad}}\right)^2 d\theta \quad (۲۹)$$

که در رابطه ۲۹، f_{dw} تابعی از مشخصات نیمه پشت به باد روتور، B تعداد پره، و c طول وتر پره است.

مجددا مشابه آنچه که برای نیمه رو به باد رخ داد، ضریب القایی جدید با مقدار پیش‌فرض مقایسه شده و درصورتی که دارای تطابق خوبی باشد، می‌توان متغیرهای سرعت القایی، نسبت سرعت پره، و ضرایب نیروی عمودی و مماسی را استخراج کرده و این فرایند برای سایر المان‌ها نیز تکرار می‌شود. در صورتی که تطابق مورد نظر حاصل نشود، روابط فوق برای ضریب القایی جدید تکرار می‌شود. سپس مشابه نیمه رو به باد توربین، با بدست آمدن a_d، W_d، α_d، و C_{td}، C_{nd} می‌توان مولفه‌های نیروی عمودی و مماسی هر المان را به طور مشابه به صورت روابط ۳۰ و ۳۱ بدست آورد.

$$dN_d(\theta) = \left(\frac{1}{2}C_N.\rho.c.\Delta z.W_d^2\right) \quad (۳۰)$$

$$dT_d(\theta) = \left(\frac{1}{2}C_T.\rho.c.\Delta z.W_d^2\right) \quad (۳۱)$$

سپس پسای پره و نیروی جانبی آن به صورت زیر محاسبه می‌شود:

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-07]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1402.10.1.2.0]

$$dD_d = (dN_d \cos\delta)\cos\theta + dT_d \sin\theta \quad (۳۲)$$

$$dL_d = -(dN_d \cos\delta)\sin\theta + dT_d \cos\theta \quad (۳۳)$$

پس از آن گشتاور هر المان، گشتاور میانگین و ضریب گشتاور میانگین نیز در نیمه پشت به باد از طریق روابط زیر بدست می‌آید:

$$Q_d(\theta) = r.dT_d(\theta) \quad (۳۵)$$

$$\bar{Q}_d = \frac{B}{2\pi}\int_{-\pi/2}^{\pi/2} Q_d d\theta \quad (۳۶)$$

$$C_{\bar{Q}_d} = \frac{\bar{Q}_d}{1/2\,.\rho.A.r.V_e^2} \quad (۳۷)$$

درنهایت با بدست آمدن ضریب میانگین گشتاور و مشخص بودن نسبت سرعت، می‌توان ضریب توان را توسط رابطه زیر محاسبه کرد.

$$C_{P_d} = \lambda.C_{\bar{Q}_d} \quad (۳۸)$$

۴-۴ مدل کل توربین

با بدست آمدن ضرایب آیرودینامیکی و ضریب گشتاور و توان برای تمامی المان‌ها در هر دو نیمه توربین، می‌توان این مقادیر را برای کل توربین نیز محاسبه کرد. برای این منظور کافیست تا مقادیر نیمه رو به باد و نیمه پشت به باد با یکدیگر جمع شوند؛ روابط ۳۹، ۴۰، و ۴۱ به ترتیب بیانگر پسای توربین، نیروی جانبی توربین، و ضریب توان توربین است.

$$D = D_u + D_d \quad (۳۹)$$

$$L = L_u + L_d \quad (۴۰)$$

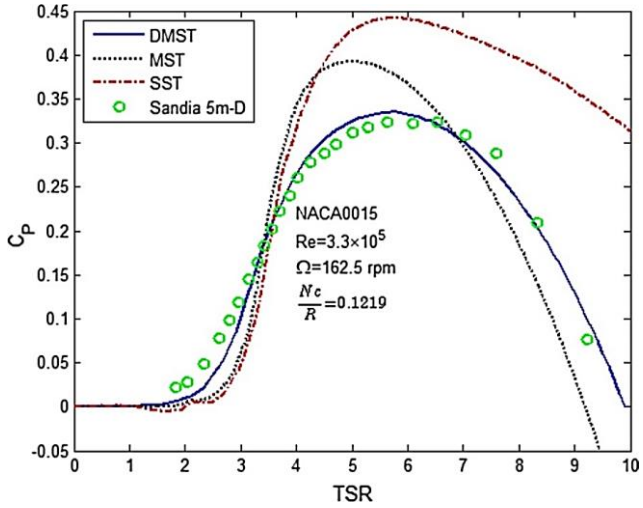
$$C_p = C_{p_u} + C_{p_d} \quad (۴۱)$$

۶- مقایسه روش‌های مومنتومی

همانطور که بیان شد، استفاده از روش‌های مومنتومی برای تحلیل عملکرد آیرودینامیکی توربین باد موجب تسریع فرایند مدلسازی و دستیابی به نتایج آن می‌شود. اما موضوع مهم دیگری که قابل توجه است، بحث دقت حل این روش‌هاست. برای ارزیابی روش‌های مومنتومی، آن‌ها را با داده‌های تجربی مرجع [۳۰] مورد مقایسه قرار داده و منحنی عملکرد متناسب با هر روش در شکل ۱۴ نشان داده شده است. مشخص است که روش دی ام اس تی تطابق بیشتری با داده‌های تجربی دارد.

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-07]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1402.10.1.2.0]



شکل ۱۴: مقایسه ضریب توان بر اساس روش های مومنتومی و داده های تجربی

به منظور مقایسه کمی مدل‌های مومنتومی، میزان خطای هر یک از این روش‌ها نسبت به داده‌های تجربی به صورت جذر میانگین مربعات خطا (RSME) در جدول ۱ نشان داده شده است. با توجه به این جدول مشخص است که به طور کلی روش‌های مومنتومی می‌توانند عملکرد آیرودینامیکی طیف وسیعی از توربین‌ها را خصوصا در در کاربری‌های غیر حساس (مانند توربین‌های شهری) با دقت خوبی تخمین بزنند. بیشترین خطای حل مربوط به روش اس اس تی (SST)، و کمترین آن مربوط به روش دی ام اس تی (DMST) است. همانطور که پیش‌تر در مورد این روش‌ها بیان شد، روش دی ام اس تی به دلیل تقسیم جریان عبوری از توربین، و همچنین مجزا کردن سرعت القایی نیمه رو به باد و پشت به باد باعث شده تا این روش دارای خطای کمتری باشد.

جدول ۱: مقایسه روش‌های مومنتومی

نوع مدل مومنتومی	جذر میانگین مربعات خطا (RMSE)
SST	۱۳ درصد
MST	۶ درصد
DMST	۲ درصد

۵- نتیجه‌گیری

سه مدل مومنتومی در این تحقیق ارائه شد که برای پیش‌بینی عملکرد آیرودینامیکی توربین‌های محور عمودی از نوع داریوس مورد استفاده قرار می‌گیرد. این مدل‌های پایه‌ای و پرکاربرد مومنتوم عبارتند از مدل اس اس تی، مدل ام اس تی و مدل دی ام اس تی. اگر چه مدل اس اس تی ساده به نظر می‌رسد، اما نمی‌تواند تغییرات سرعت را در طول لوله به خوبی محاسبه کند و سرعت جریان را در طول لوله ثابت فرض می‌کند، و از طرفی تاثیر پره‌های نیمه رو به باد بر نیمه پشت به باد روتور را نادیده می‌گیرد که این موضوع استفاده از این مدل را برای روتورهای با صلبیت بالا و نسبت سرعت‌های بالا نامناسب می‌کند. از طرف دیگر، مدل ام اس تی تغییرات سرعت در طول لوله جریان را محاسبه می‌کند، اما با این حال همچنان تأثیر قسمت نیمه رو به باد را بر نیمه پشت به باد روتور حل نشده باقی می‌گذارد. در نهایت مدل دی ام اس تی تغییرات سرعت عمودی و افقی در سراسر لوله جریان را علاوه بر تاثیر قسمت نیمه رو به باد بر نیمه پشت به باد روتور در نظر می‌گیرد. این موضوع باعث شده تا میزان

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-07]
[DOR: 20.1001.1.20089813.1402.10.1.2.0]

دقت روش دی ام اس تی از نظر شاخص جذر میانگین مربعات خطا در حدود ۲ درصد باشد. این میزان از خطا برای روش های اس اس تی و ام اس تی حدود ۱۳ درصد، و ۶ درصد است. به همین دلیل می‌توان بیان کرد که روش دی ام اس تی ضمن دارا بوده سرعت حل بالا، نسبت به دو روش دیگر دارای دقت بالاتری است؛ با این حال، گاهی اوقات با مشکل همگرایی به ویژه در نسبت سرعت‌های بالا مواجه می‌شود که لازم است برای اصلاح این موضوع در آینده مسیرهای جدیدی ارائه شود.

فهرست علائم

حروف لاتین

نماد	مشخصه	نماد	مشخصه
a	ضریب القایی	$\dot{m}$	دبی جرمی
V_∞	سرعت جریان آزاد	Q	گشتاور موضعی
V_e	سرعت خروجی از رو به باد	$\bar{Q}$	میانگین گشتاور موضعی
V_n	سرعت جریان عمود بر پره	$C_{\bar{Q}}$	ضریب میانگین گشتاور موضعی
V_t	سرعت جریان مماس بر پره در راستای وتر پره	C_P	ضریب توان
V_s	سرعت جریان مماس بر پره در راستای طول پره	C_L	ضریب برآ
W	سرعت نسبی جریان	C_D	ضریب پسا
V_z	سرعت جریان در راستای محور توربین	L	برآ
V_a	مولفه سرعت در مقطع مورد نظر	D	پسا
C_n	ضریب نیروی عمود بر پره	r	شعاع موضعی پره
C_t	ضریب نیروی مماس بر پره	Δz	طول المان پره
f	تابع مشخصات پره	B	تعداد پره
N	نیروی عمود بر پره	c	وتر پره
T	نیروی مماس بر پره	A	مساحت جانبی روتور
D	نیروی پسای وارد بر پره(در راستای محور x)	AR	نسبت منظری
L	نیروی جانبی وارد بر پره(در راستای محور y)	K	ضریب بارگذاری
Z	نیروی عمودی وارد بر پره (در راستای محور z)	F	ضریب افت نوک پره

حروف یونانی

نماد	مشخصه
$\boldsymbol{\lambda}$	نسبت سرعت نوک پره
$\boldsymbol{\omega}$	سرعت دورانی روتور
$\boldsymbol{\alpha}$	زاویه حمله
$\boldsymbol{\eta}$	موقعیت بی‌بُعد طول پره
$\boldsymbol{\rho}$	چگالی جریان
$\boldsymbol{\theta}$	زاویه آزیموت
$\boldsymbol{\delta}$	زاویه مخروطی

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-07]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1402.10.1.2.0]

زیرنویس‌ها	
نماد	مشخصه
u	نیمه رو به باد روتور
d	نیمه پشت به باد روتور
ind	جریان القایی

مراجع

[1]. Mohammed, A. A., Ouakad, H. M., Sahin, A. Z., & Bahaidarah, H. (2019). Vertical axis wind turbine aerodynamics: summary and review of momentum models. *Journal of Energy Resources Technology*, *141*(5).

[2]. Mohammed, A. A., Ouakad, H. M., Sahin, A. Z., & Bahaidarah, H. (2019). Vertical axis wind turbine aerodynamics: summary and review of momentum models. *Journal of Energy Resources Technology*, *141*(5).

[3]. Jin, X., Zhao, G., Gao, K., & Ju, W. (2015). Darrieus vertical axis wind turbine: Basic research methods. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, *42*, 212-225.

[4]. Islam, M., Ting, D. S. K., & Fartaj, A. (2008). Aerodynamic models for Darrieus-type straight-bladed vertical axis wind turbines. *Renewable and sustainable energy reviews*, *12*(4), 1087-1109.

[5]. Tjiu, W., Marnoto, T., Mat, S., Ruslan, M. H., & Sopian, K. (2015). Darrieus vertical axis wind turbine for power generation I: Assessment of Darrieus VAWT configurations. *Renewable energy*, *75*, 50-67.

[6]. Alom, N., & Saha, U. K. (2018). Four decades of research into the augmentation techniques of Savonius wind turbine rotor. *Journal of Energy Resources Technology*, *140*(5).

[7]. Jackson, R. S., & Amano, R. (2017). Experimental study and simulation of a small-scale horizontal-Axis wind turbine. *Journal of Energy Resources Technology*, *139*(5).

[8]. Mishra, N., Gupta, A. S., Dawar, J., Kumar, A., & Mitra, S. (2018). Numerical and experimental study on performance enhancement of Darrieus vertical axis wind turbine with wingtip devices. *Journal of Energy Resources Technology*, *140*(12).

[9]. Persico, G., Dossena, V., Paradiso, B., Battisti, L., Brighenti, A., & Benini, E. (2017). Time-resolved experimental characterization of the wakes shed by H-shaped and troposkien vertical axis wind turbines. *Journal of Energy Resources Technology*, *139*(3).

[10]. Niezrecki, C., Avitabile, P., Chen, J., Sherwood, J., Lundstrom, T., LeBlanc, B., ... & Newman, J. (2014). Inspection and monitoring of wind turbine blade-embedded wave defects during fatigue testing. *Structural Health Monitoring*, *13*(6), 629-643.

[11]. Poozesh, P., Aizawa, K., Niezrecki, C., Baqersad, J., Inalpolat, M., & Heilmann, G. (2017). Structural health monitoring of wind turbine blades using acoustic microphone array. *Structural Health Monitoring*, *16*(4), 471-485.

[12]. Manwell J, et al. (2002). Aerodynamics of wind turbines. *Wiley*. pp 83–140

[13]. Templin, R. J. (1974). *Aerodynamic performance theory for the NRC vertical-axis wind turbine* (No. N-76-16618; LTR-LA-160). National Aeronautical Establishment, Ottawa, Ontario (Canada).

[14]. Noll, R. B., & Ham, N. D. (1980). Analytical evaluation of the aerodynamic performance of a high-reliability vertical-axis wind turbine. *American Wind Energy Association*, 106-113.

[15]. Patel, M. B., & Kevat, V. (2013). Performance prediction of straight bladed Darrieus wind turbine by single streamtube model. *International Journal of Advanced Engineering Technology*, *14*, 2.

[16]. Wilson, R. E., & Lissaman, P. (1974). Applied aerodynamics of wind power machines.

[17]. Tai, F. Z., Kang, K. W., Jang, M. H., Woo, Y. J., & Lee, J. H. (2013). Study on the analysis method for the vertical-axis wind turbines having Darrieus blades. *Renewable energy*, *54*, 26-31.

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-07]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1402.10.1.2.0]

[18]. Brusca, S., Lanzafame, R., & Messina, M. (2014). Design of a vertical-axis wind turbine: how the aspect ratio affects the turbine's performance. *International Journal of Energy and Environmental Engineering*, *5*(4), 333-340.

[19]. Chen, J. R., Zhao, Z. Z., & Li, T. (2014). Characteristic analysis of three-bladed Darrieus wind turbine based on the multiple streamtube model. In *Applied Mechanics and Materials* (Vol. 651, pp. 663-667). Trans Tech Publications Ltd.

[20]. Paraschivoiu, I. (1981). Double-multiple streamtube model for Darrieus in turbines. *NASA. Lewis Research Center Wind Turbine Dyn.*

[21]. Sharpe D. (1990.) Wind turbine aerodynamics, Wind Energy Conversion Systems. L. Freris, ed. Prentice Hall, New York. pp 54–117.

[22]. Wendler, R., Calderón-Muñoz, W. R., & LeBoeuf, R. (2016). Energy-based iteration scheme of the double-multiple streamtube model in vertical-axis wind turbines. *Acta Mechanica*, *227*(11), 3295-3303.

[23]. Keinan, M. (2012). A modified streamtube model for vertical axis wind turbines. *Wind Engineering*, *36*(2), 145-180.

[24]. Brinck, D., & Jeremejeff, N. (2013). The development of a vertical axis tidal current turbine.

[25]. Saeidi, D., Sedaghat, A., Alamdari, P., & Alemrajabi, A. A. (2013). Aerodynamic design and economical evaluation of site specific small vertical axis wind turbines. *Applied energy*, *101*, 765-775.

[26]. Soraghan, C. E., Leithead, W. E., Feuchtwang, J., & Yue, H. (2013). Double multiple streamtube model for variable pitch vertical axis wind turbines. In *31st AIAA applied aerodynamics conference* (p. 2802).

[27]. S. Saham, S. Karimian. (2021). Investigation effective variables on aerodynamic performance of the vertical axis wind turbine. *7th Iran Wind Energy Conference.* https://civilica.com/doc/1227532. (In Persian)

[28]. Saham, S. S., & Karimian Aliabadi, S. (2022). Aerodynamic study of a vertical wind turbine to produce power and ventilation in urban regions–the case study: City of Zahedan. *Journal of Aerospace Science and Technology*.

[29]. Paraschivoiu I. (2002). Wind turbine design with emphasis on darrieus concept

[30]. Strickland, J. H. (1975). *Darrieus turbine: a performance prediction model using multiple streamtubes* (No. SAND-75-0431). Sandia Labs., Albuquerque, N. Mex.(USA).

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-07]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1402.10.1.2.0]

چکیده انگلیسی:

Introducing and Comparing Momentum Models in Aerodynamic Analysis of Vertical Axis Wind Turbine

Sam Saham[1], **Saeed Karimian**[2*]

1-Master of Science, Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran, S_Saham@modares.ac.ir
2*- Associate Professor, Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran, karimian@modares.ac.ir

Received: August 2022, Accepted: December 2022

Abstract

in this study, momentum models, which is one of the basic methods in the aerodynamics modeling of the vertical axis wind turbine, are examined. These methods are based on the theory of the momentum (actuator disc) and are widely used to evaluate the performance of vertical axis wind turbines. Also it has been attempted to collect basic fair models for designing and analyzing the performance of these turbines. The following are the three models of the stream tubes: the SST model, the MST model, and the dual actuator MST or the same DMST. Each of these models has the advantages and disadvantages that are fully discussed in this research.In this study, the solution accuracy and computational cost of various types of momentum models, which are basic methods in aerodynamic modeling of Darius-type vertical axis wind turbines, are investigated These methods are based on the theory of the momentum (actuator disc) and are widely used to evaluate the performance of vertical axis wind turbines. Also it has been attempted to collect basic fair models for designing and analyzing the performance of these turbines. The following are the three models of the stream tubes: the SST model, the MST model, and the dual actuator MST or the same DMST. Each of these models has its advantages and disadvantages, but in general, it can be said that the DMST method, having the RSME index equal to 2 percent, which is more accurate than the previous two models. This is despite that the RSME of SST and MST models is three times and six times of DMST model, respectively. Therefore, it can be stated that the DMST model is a suitable method for fast and accurate modeling of all types of Darius turbines.

Key words: Keywords: Vertical axis wind turbine, Momentum models, SST model, MST model, DMST model

*corresponding author: **karimian@modares.ac.ir**

Cite this article as: Sam Saham, Saeed Karimian, Introducing and Comparing Momentum Models in Aerodynamic Analysis of Vertical Axis Wind Turbine. Journal of Energy Conversion, 2023, 10(1), 19-39. DOR: **20.1001.1.20089813.1402.10.1.2.0**

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-07]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1402.10.1.2.0]