نحوه استناد به این مقاله: دهقانی، کاظم؛ حمزه‌ای، مهدی (۱۳۹۵). مدلسازی انتقال حرارت جابجایی طبیعی آرام نانوسیال آب – آلومینا. تبدیل انرژی، ۱(۴)، ۴۱-۵۴.

مدلسازی انتقال حرارت جابجایی طبیعی آرام نانوسیال آب – آلومینا

کاظم دهقانی[۱و*]، مهدی حمزه‌ای[۲]

[۱] دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه تبدیل انرژی، واحد دزفول، دانشگاه آزاد اسلامی، دزفول، ایران
[۲] استادیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد اهواز، دانشگاه آزاد اسلامی ، اهواز، ایران

دریافت: اسفند ۹۴، بازنگری: فروردین ۹۵، پذیرش: اردیبهشت ۹۵

چکیده

هدف این مقاله بررسی دقت مدل‌های مختلف در شبیه سازی انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانوسیال‌ها می‌باشد. در این پژوهش روش‌های تک فازی و دو فازی در رویکرد اولری – اولری، مقایسه می‌شوند. در این راستا جابجایی طبیعی نانوسیال با سه روش تک فازی، دوفازی مخلوط، دو فازی اولری، مورد بررسی قرار گرفته است. شبیه سازی‌ها برای یک حفره مربعی که سطوح بالا و پایین حفره کاملا ایزوله بوده و دیواره سمت چپ به عنوان دیواره گرم و دیواره سمت راست به عنوان دیواره سرد می‌باشد، انجام شده است. در این شبیه سازی از نانوسیال آب - آلومینا با نسبت‌های حجمی ۰/۱٪، ۰/۳٪، ۱٪، ۲٪، ۳٪ و ۴٪ استفاده شده است. نتایج نشان می‌دهند که در عدد رایلی و غلظت نانو ذرات پایین‌تر، مدل‌ها نتایج نزدیکتری به هم ارائه می‌دهند و در اعداد رایلی و غلظت نانوذرات بیشتر، تفاوت مدل‌ها قابل توجه می‌شود. از میان مدل‌های مختلف، مدل اولری بیانگر انتقال حرارت کمتری نسبت به سایر مدل‌ها بوده و نتایج حاصل از این مدلسازی به نتایج تجربی نزدیکتر است. همچنین در مدلسازی اولری با افزایش نسبت حجمی نانوذرات، عدد ناسلت کاهش می‌یابد که با نتایج تجربی همخوانی دارد.

* **عهده‌دار مکاتبات:** s_kdehghani@yahoo.com

کلمات کلیدی: نانوسیال، جابجایی طبیعی، مدل دو فازی، ترموفورسیس

۱- مقدمه

سیال‌ها نقش بسیار حیاتی در سیستم‌های سرمایشی و گرمایشی در صنعت امروز بازی می‌کنند. سیال‌های متداول از جمله آب، اتیلن گلیکول و روغن موتور، ضریب هدایت محدودی دارند لذا استفاده از آنها به تنهایی در سیستم‌های صنعتی امروزی که حرارت تولیدی در واحد سطح تجهیزات بسیار افزایش یافته، انتقال حرارت را با مشکل مواجه می‌کند. نانوسیال‌ها متشکل از ذرات بسیار ریزی (معمولاً کمتر از ۱۰۰ نانومتر) هستند که در سیال پایه پراکنده شده‌اند. اولین مشاهدات از افزایش هدایت حرارتی سیالات حاوی ذرات جامد با اندازه کوچکتر از میکرون، در سال ۱۹۹۳ توسط ماسودا و همکاران گزارش شد [۱]. عنوان نانوسیال نخستین بار توسط چوی[۱] جهت مشخص کردن مخلوطی متشکل از نانو ذرات که درون سیال پایه پخش شده اند، پیشنهاد گردید [۲]. پایداری نانوسیالات به همراه افت فشار نسبتا اندک در عبور از درون میکرو کانال‌ها، از جمله مشخصات و ویژگی نانوسیال‌ها می‌باشد. پژوهش‌های انجام شده نشان می دهد که به دلیل بالاتر بودن هدایت حرارتی نانوسیال‌ها نسبت به سیال‌های متداول (آب، اتیلن گولیکول و روغن)، امکان استفاده از این سیال‌ها در کاربردهای حرارتی وجود دارد [۳]. انتقال حرارت جابجایی با نانوسیال‌ها را می توان به کمک روش‌های تک فازی و دو فازی مدلسازی کرد. در مدل تک فازی فرض بر این است که نانو ذرات و فاز سیال در تعادل حرارتی و هیدرودینامیکی هستند. این مدلسازی نسبت به مدلسازی دوفازی ساده‌تر و زمان محاسبات در آن کمتر است. بنابراین در بسیاری از تحقیقات تئوری انتقال حرارت جابجایی مورد استفاده قرار گرفته است. در این مدلسازی نانوسیال همانند یک سیال معمولی در نظر گرفته شده و معادلات بقای جرم، مومنتوم و انرژی در مورد آنها به کار گرفته می‌شود. تنها اثر نانو ذرات در ضریب هدایت حرارتی و لزجت می‌باشد که به کمک مدل‌های تئوری یا اندازه گیری‌های تجربی در نظر گرفته می‌شوند [۴]. مدل تک فازی نتایج قابل

[1] Choi

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-08]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1395.3.2.3.4]

قبولی در حالت جابجایی اجباری ارائه داده است. اما در مورد انتقال حرارت جابجایی طبیعی بین نتایج حاصل از تحقیقات عددی و تجربی ناهمخوانی وجود دارد. خنافر[1] و همکاران [۵] انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانوسیال‌ها را در یک حفره مستطیلی دو بعدی به صورت عددی و با استفاده از روش تک فازی، مورد بررسی قرار داده‌اند. آنها نشان داده‌اند که با افزایش درصد حجمی نانو ذرات ضریب انتقال حرارت افزایش می‌یابد. برخلاف نتایج حاصل از مدلسازی‌های تک فازی، پوترا[2] و همکاران [۶] ، نانا[3] [۷] و هو[4] و همکاران [۸] به تجربه یافته‌اند که استفاده از نانوسیال‌ها باعث بهبود انتقال حرارت جابجایی طبیعی نمی‌شود و با افزایش غلظت ذرات عدد ناسلت کاهش می‌یابد. مدل سازی دوفازی امکان درک نحوه عملکرد هر دو فاز مایع و ذرات جامد در فرایند انتقال حرارت را فراهم می‌کند. فرض رایجی که در مطالعات انتقال حرارتی نانوسیال‌ها در نظر گرفته می‌شد، عدم وجود سرعت لغزشی بین نانوذرات و سیال پایه بود. بونجیورنو [۲] اذعان داشته که فرض رفتار یکسان برای نانوسیال‌ها و سیال‌های معمولی چندان صحیح نیست و بین نانوذرات و مولکول‌های سیال پایه سرعت لغزشی وجود دارد. او هفت مکانیزم برای سرعت لغزشی در نانوسیال‌ها را معرفی کرده که عبارتند از: اینرسی، نفوذ برونی[5] ، ترموفورسیس[6] ، دیفیوزیوفورسیس[7] ، اثر مگنس ، تخلیه سیال و گرانش. سپس نتیجه گرفته است که نفوذ برونی و ترموفورسیس مکانیزم‌های مهم سرعت لغزشی در نانوسیال‌ها هستند. کورسیونه[8] [۹] و همکاران با استفاده از مدلسازی دو فازی مخلوط[9] به بررسی انتقال حرارت جابجایی طبیعی آرام نانوسیال آب - Al_2O_3 درون یک حفره مربعی که دیواره‌های کناری به عنوان دیواره-های سرد و گرم در نظر گرفته شده است، پرداختند. در تحقیق انجام شده، پدیده ترموفورسیس[10] و نفوذ براونی[11] به عنوان مکانیزم‌های اصلی سرعت لغزشی بین نانوذرات و سیال پایه در نظر گرفته شد. آنها از نانوذرات تا نسبت حجمی ۶٪ و با قطر ۲۵ تا ۱۰۰ نانومتر استفاده کردند و به این نتیجه رسیدند که با افزایش نسبت حجمی نانوذرات تا یک مقدار بهینه، انتقال حرارت ابتدا افزایش می‌یابد و پس از آن با افزایش نسبت حجمی نانوذرات، انتقال حرارت کاهش می‌یابد. پاکروان و یعقوبی [۴] انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانوسیال آب-AL_2O_3 را در یک حفره مربعی بررسی کردند. آنها در این بررسی از نانوذرات با قطر ۱۵۰ نانومتر و مدل دوفازی مخلوط استفاده کردند و نشان دادند که با این مدلسازی نتایج حاصل سازگاری بهتری با نتایج تجربی دارند. در این تحقیق سرعت لغزشی بین نانو ذرات و سیال پایه که در نتیجه پدیده ترموفورسیس و حرکت بروانی ایجاد شده، در نظر گرفته و نتایج حاصل کاهش عدد ناسلت با افزایش نسبت حجمی نانو ذرات را نشان داده است.

همانگونه که مشاهده گردید در مطالعات دوفازی انتقال حرارت جابجایی طبیعی آرام عمدتاً از روش مخلوط در مدلسازی استفاده شده است. در زمینه جابجایی ترکیبی و اجباری، تحقیقاتی به منظور مقایسه روش‌های مختلف تک‌فازی و دوفازی انجام گرفته است. اکبری و همکاران [۱۰] به بررسی روش‌های مختلف تک فازی و دوفازی (مخلوط، اولری و حجم سیال[12]) در انتقال حرارت جابجایی ترکیبی نانوسیال‌ها در یک تیوپ افقی با شار حرارتی ثابت پرداختند. آنها از نانوذرات آلومینا در آب با نسبت‌های حجمی زیر ۲٪ و در دو رایلی ۱۰۵۰ و ۱۶۰۰ استفاده کردند و به این نتیجه رسیدند که نتایج حاصل از مدلسازی دوفازی به نتایج تجربی نزدیکتر بوده و هر سه مدلسازی دو فازی نتایج تقریباً یکسانی را ارائه می‌دهند. حنفی زاده و همکاران [۱۱] به مقایسه نتایج حاصل از مدلسازی تک فازی و دو فازی مختلف (مخلوط، اویلری و حجم سیال) در انتقال حرارت جابجایی اجباری نانوسیال آب - Fe_3O_4 در یک تیوپ با قطر ۰/۰۰۹۸ متر و طول ۲/۳۷۵ متر برای رینولدز[13] ۳۰۰ تا ۵۰۰ و در دو ناحیه در حال توسعه و کاملاً توسعه یافته پرداختند. آنها از نانوذرات با نسبت حجمی ۱٪ و ۲٪ استفاده نمودند. در مدلسازی تک فازی از چهار رابطه مختلف جهت تخمین هدایت حرارتی نانوسیال استفاده نمودند که نتایج حاصل از رابطه ارائه شده توسط ماکسول نزدیکترین نتایج را به نتایج تجربی نشان می‌داد. در مورد مدلسازی دو فازی نیز نتایج نشان دادند که ضریب انتقال حرارت پیش گویی شده روند مشابهی با نتایج تجربی دارند. اگرچه نتایج حاصل در ناحیه کاملاً توسعه یافته مطابقت بیشتری با نتایج تجربی داشته اما در ناحیه در حال توسعه هیچ یک از مدل‌های دو فازی نمی‌توانند ضریب انتقال حرارت را به خوبی پیشگویی کنند. به طور کلی در رینولدزهای پایین و متوسط مدلسازی اویلری و در رینولدزهای بالا مدلسازی مخلوط، نتایج نزدیکتری را به نتایج تجربی نشان دادند.

بر خلاف جابجایی ترکیبی و اجباری، با توجه به اینکه تاکنون بررسی جامعی انجام نشده است تا معین کند که شبیه سازی جابجایی طبیعی آرام نانوسیال‌ها با چه مدلی مناسب‌تر است، در این پژوهش جابجایی طبیعی نانوسیال‌ها با مدل‌های

[1] Khanafer
[2] Putra
[3] Nanna
[4] Ho
[5] Brownian motion
[6] Thermophoresis
[7] Diffusiophoresis
[8] Corcione
[9] Mixture
[10] Thermophoresis
[11] Brownian
[12] Volume of fluid
[13] Reynolds

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-08]
[DOR: 20.1001.1.20089813.1395.3.2.3.4]

مختلف تک فازی و دوفازی مخلوط و اولری انجام گرفته و نتایج به منظور تعیین دقت، هر مدل با نتایج تجربی مقایسه می‌گردد.

۲- مدلسازی

جریان‌های دوفازی را به دو روش کلی اولری – لاگرانژی[1] و اولری – اولری[2] می‌توان مطالعه نمود. در مدل‌سازی اولری – لاگرانژی حرکت هر ذره در سیال مورد توجه قرار می‌گیرد و معادله حرکت برای هر ذره به صورت جداگانه نوشته می‌شود[۴]. در مورد نانوسیال‌ها، با توجه به اینکه تعداد ذرات بسیار زیاد می‌باشد، استفاده از مدل اولری – لاگرانژی بسیار پرهزینه و با امکانات محاسباتی فعلی تقریبا غیر ممکن است. در دیدگاه اولری – اولری، هر دو فاز به عنوان محیط پیوسته در هم نفوذ کننده در نظر گرفته می‌شوند. چون حجم یک فاز نمی‌تواند توسط فاز دیگر اشغال شود، مفهوم کسر حجمی فازی وارد معادلات می‌شود. کسر حجمی فازها به صورت توابعی پیوسته از فضا و مکان تعریف می‌شوند و مجموع آنها در هر مکان و زمان مشخص برابر ۱ است. معادلات بقا به منظور به دست آوردن مجموع معادلات حاکم که دارای ساختار یکسان برای تمامی فازها هستند، به کار برده می‌شوند [۱۲]. سه مدل کلی چندفازی اولری – اولری توسعه داده شده اند: مدل حجم سیال[3]، مدل مخلوط و مدل اولری[4]. با توجه به اینکه کاربرد مدل حجم سیال بیشتر برای جریان‌های سطح آزاد و جریان‌های لایه‌ای می‌باشد[۱۲]، لذا در این مقاله از دو روش دیگر جهت بررسی جابجایی طبیعی نانوسیال استفاده شده است.

۲-۱- مدل تک فازی

مقاله این حالت فرض بر این است که ذرات به طور یکنواخت در کل سیال مخلوط شده‌اند[۱۳]. بنابراین معادلات حاکم با فرض رفتار نیوتنی برای آنها عبارتند از [۱۴]:

$$\frac{D\rho_{nf}}{Dt} + \rho_{nf}\nabla\cdot\vec{v} = 0 \qquad (۱)$$

$$\rho_{nf}\frac{D\vec{v}}{Dt} = -\nabla P + \mu_{nf}\nabla^2\vec{v} + \vec{F} \qquad (۲)$$

$$(\rho C_P)_{nf}\frac{DT}{Dt} = k_{nf}\nabla^2 T + \mu_{nf}\phi \qquad (۳)$$

۲-۲- مدل مخلوط

این مدل یک مدل چندفازی ساده شده است که می‌تواند برای مدل کردن جریان‌های چندفازی که فازها با سرعت‌های مختلف حرکت می‌کنند، مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این مدل فرض می‌شود که فازها دارای تعادل موضعی در مقیاس‌های طولی فضایی کوتاه هستند. این مدل توانایی مدل کردن تعداد نامحدودی فاز (سیال یا دانه‌ای) را با حل معادلات مومنتوم، پیوستگی و انرژی برای مخلوط، کسر حجمی برای فازهای ثانویه و روابط جبری برای سرعت‌های نسبی (اگر فازها با سرعت‌های نسبی مختلف حرکت کنند)، دارد[۱۲].

۲-۲-۱- معادله پیوستگی

این معادله پیوستگی برای مخلوط عبارت است از:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_{nf}) + \nabla\cdot(\rho_{nf}\vec{v}_{nf}) = 0 \qquad (۴)$$

در رابطه فوق $\vec{v}_m$ سرعت جرمی متوسط، ρ_m دانسیته مخلوط و α_k کسر حجمی فاز (k) می‌باشد.

$$\vec{v}_{nf} = \frac{\sum_{k=1}^{n}\alpha_k\rho_k\vec{v}_k}{\rho_{nf}} \qquad (۵)$$

$$\rho_{nf} = \sum_{k=1}^{n}\alpha_k\rho_k \qquad (۶)$$

۲-۲-۲- معادله بقای مومنتوم

معادله مومنتوم مخلوط از مجموع معادلات مومنتوم منفرد همه‌ی فازها به دست می‌آید و به صورت زیر می‌تواند بیان شود [۱۲]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_{nf}\vec{v}_{nf}) + \nabla\cdot(\rho_{nf}\vec{v}_{nf}\vec{v}_{nf}) = -\nabla p + \nabla\cdot\left[\mu_{nf}\left(\nabla\vec{v}_{nf}\nabla\vec{v}_{nf}^{T}\right)\right] + \rho_{nf}\vec{g} + \vec{F} + \nabla\cdot\left(\sum_{k=1}^{n}\alpha_k\rho_k\vec{v}_{dr.k}\vec{v}_{dr.k}\right) \qquad (۷)$$

که در آن n تعداد فازها، $\vec{F}$ نیروی حجمی و μ_{nf} لزجت مخلوط نانوسیال است. همچنین $\vec{v}_{dr.k}$ سرعت رانش[5] فاز ثانویه (k) نسبت به مخلوط نانوسیال (nf) است [۱۲].

$$\vec{v}_{dr.k} = \vec{v}_k - \vec{v}_{nf} \qquad (۸)$$

۲-۲-۳- معادله بقای انرژی

معادله انرژی مخلوط شکل زیر را به خود می‌گیرد [۱۲]:

$$\frac{\partial}{\partial t}\sum_{n=1}^{n}(\alpha_k\rho_k E_k) + \sum_{k=1}^{n}\left(\alpha_k\vec{v}_k(\rho_k E_k + p)\right) = \nabla\cdot\left(k_{eff}\nabla T\right) \qquad (۹)$$

در این رابطه k_{eff} ضریب هدایت مؤثر است. همچنین در رابطه (۹)، E_k به صورت زیر تعریف می‌شود که در آن h' انتالپی مشهود[6] فاز k است [۱۲]:

$$E_k = h'_k - \frac{p}{\rho_k} + \frac{v_k^2}{2} \qquad (۱۰)$$

۲-۲-۴- سرعت نسبی (لغزش) و سرعت رانش

سرعت نسبی (سرعت لغزش) به عنوان سرعت فاز ثانویه (p) نسبت به سرعت فاز اولیه (q) تعریف می‌شود:

$$\vec{v}_{pq} = \vec{v}_p - \vec{v}_q \qquad (۱۱)$$

[1] Euler – Lagrange approach
[2] Euler – Euler approach
[3] Volume of Fluid
[4] Eulerian Model
[5] Drift Velocity
[6] Sensible enthalpy

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-08]
[DOR: 20.1001.1.20089813.1395.3.2.3.4]

بونجیورنو [۲] پدیده ترموفورسیس و نفوذ براونی را به عنوان مکانیزم‌های اصلی سرعت لغزشی بیان کرد. سرعت ترموفورسیس $\vec{v}_T$ به کمک رابطه زیر بیان می‌شود[۴]:

$$\vec{v}_T = -\beta' \frac{\mu_{bf}}{\rho_{bf}} \times \frac{\nabla T}{T} \quad (۱۲)$$

در رابطه فوق β' به صورت زیر بیان می‌گردد [۲]:

$$\beta' = 0.26 \times \frac{k_{bf}}{2k_{bf}+k_p} \quad (۱۳)$$

در رابطه (۱۳)، k_{bf} و k_p به ترتیب، ضریب هدایت حرارتی سیال پایه و نانو ذرات می‌باشد. همچنین شار جرمی نانوذرات در اثر وجود پدیده ترموفورسیس با $\vec{J}_{p.T}$ بیان می‌شود[۴]:

$$\vec{J}_{p.T} = \rho_p \alpha \vec{v}_T = -\rho_p \alpha \beta' \frac{\mu_{bf}}{\rho_{bf}} \times \frac{\nabla T}{T} \quad (۱۴)$$

او همچنین شار جرمی نانوذرات در نتیجه پدیده نفوذ براونی را به صورت زیر بیان کرد [۲]:

$$\vec{J}_{p.B} = \frac{-\rho_p k_B T}{3\pi \mu_{bf} d_p} \nabla \alpha \quad (۱۵)$$

در این رابطه k_B ثابت بولتزمن[۱] است. بونجورنو [۲] شار انحرافی نانوذرات را مجموع اثرات این دو دانست و به صورت زیر بیان کرد:

$$\vec{J}_p = \frac{-\rho_p k_B T}{3\pi \mu_{bf} d_p} \nabla \alpha - \alpha \beta' \frac{\rho_p}{\rho_{bf}} \frac{\mu_{bf}}{T} \nabla T \quad (۱۶)$$

سرعت رانش و سرعت نسبی با رابطه زیر به هم مربوط می‌شوند [۱۲]:

$$\vec{v}_{dr.p} = \vec{v}_{pq} - \sum_{k=1}^{n} C_k \vec{v}_{qk} \quad (۱۷)$$

کسر جرمی هر فاز (k) به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$C_k = \frac{\alpha_k \rho_k}{\rho_{nf}} \quad (۱۸)$$

رابطه سرعت نسبی به شکل زیر تعریف می‌شود[۱۲]:

$$\vec{v}_{pq} = \frac{\tau_p}{f_{drag}} \frac{(\rho_p - \rho_{nf})}{\rho_p} \vec{a} \quad (۱۹)$$

در رابطه (۱۹)، τ_p زمان آسایش ذره[۲] و $\vec{a}$ شتاب ذرات فاز ثانویه است و به صورت زیر تعریف می‌شوند[۱۲]:

$$\tau_p = \frac{\rho_p d_p^2}{18\mu_p} \quad (۲۰)$$

$$\vec{a} = \vec{g} - (\vec{v}_{nf} \cdot \nabla)\vec{v}_{nf} - \frac{\partial \vec{v}_{nf}}{\partial t} \quad (۲۱)$$

در رابطه (۲۰)، d_p قطر فاز (p) می‌باشد. در رابطه (۱۹)، f تابع درگ بوده که معمولاً از رابطه ارائه شده توسط نومن - شیلر[۳] استفاده می‌گردد [۱۲]:

$$f_{drag} = \begin{cases} 1 + 0.15\mathrm{Re}^{0.687} & \mathrm{Re} \le 1000 \\ 0.0183\mathrm{Re} & \mathrm{Re} > 1000 \end{cases} \quad (۲۲)$$

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho_q |\vec{v}_p - \vec{v}_q| d_p}{\mu_q} \quad (۲۳)$$

۲-۲-۵- کسر حجمی برای فاز ثانویه

با استفاده از معادله پیوستگی، معادله کسر حجمی برای فاز ثانویه به صورت زیر به دست می‌آید[۱۲]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_p \rho_p) + \nabla \cdot (\alpha_p \rho_p \vec{v}_{nf}) = -\nabla \cdot \left(\alpha_p \rho_p \vec{v}_{dr.p}\right) \quad (۲۴)$$

۲-۳- مدل اویلری

مدل چندفازی اویلری اجازه مدلسازی فازهای چندگانه مجزا با برهمکنش فازها را می‌دهد. فازها می‌توانند مایع، گاز یا جامد و یا ترکیبی از این‌ها باشند.

۲-۳-۱- معادله پیوستگی

معادله پیوستگی برای فاز (q) برابر است با:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_q \rho_q) + \nabla \cdot (\alpha_q \rho_q \vec{v}_q) = 0 \quad (۲۵)$$

۲-۳-۲- معادله بقای مومنتوم

موازنه مومنتوم برای فاز (q) منجر به معادله زیر می‌شود[۱۲]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_q \rho_q \vec{v}_q) + \nabla \cdot (\alpha_q \rho_q \vec{v}_q \vec{v}_q) = -\alpha_q \nabla p + \nabla \cdot \bar{\bar{\tau}}_q + \alpha_q \rho_q \vec{g} + \sum_{p=1}^{n} k'_{pq}(\vec{v}_p - \vec{v}_q) + \left(\overrightarrow{F'}_q + \vec{F}_{l.q} + \vec{F}_{vm.q}\right) \quad (۲۶)$$

در رابطه (۲۶)، $\bar{\bar{\tau}}_q$ تانسور تنش − کرنش هر فاز، $\overrightarrow{F'}_q$ نیروی حجمی خارجی، $\vec{F}_{vm.q}$ یک نیروی جرم مجازی، $\vec{F}_{l.q}$ نیروی برا[۴]، k'_{pq} ضریب تبادل سیال − سیال و p فشار مشترک بین تمامی فازها می‌باشد [۱۲].

$$\bar{\bar{\tau}}_q = \alpha_q \mu_q (\nabla \vec{v}_q + \nabla \vec{v}_q^T) + \alpha_q \left(\lambda_q - \frac{2}{3}\mu_q\right) \nabla \cdot \vec{v}_q \bar{\bar{I}} \quad (۲۷)$$

در رابطه (۲۷)، μ_q لزجت برشی و λ_q لزجت توده فاز (q) می‌باشد. برای جریانهای چند فازی، اثر نیروی جرم مجازی[۵] وقتی به وجود می‌آید که فاز ثانویه (p) نسبت به فاز اولیه (q) شتاب داشته باشد[۱۲].

$$\vec{F}_{vm} = 0.5\alpha_p \rho_q \left(\frac{d_q \vec{v}_q}{dt} - \frac{d_p \vec{v}_p}{dt}\right) \quad (۲۸)$$

در این رابطه ترم $\frac{d_q}{dt}$ بیانگر مشتق زمانی فاز و به شکل زیر بیان می‌گردد [۱۲]:

$$\frac{d_q(\emptyset)}{dt} = \frac{\partial(\emptyset)}{\partial t} + (\vec{v}_q \cdot \nabla)\emptyset \quad (۲۹)$$

$$\vec{F}_l = -0.5\rho_q \alpha_q (\vec{v}_q - \vec{v}_q) \times (\nabla \times \vec{v}_q) \quad (۳۰)$$

$$K'_{pq} = \frac{\alpha_q \alpha_p \rho_P f}{\tau_P} \quad (۳۱)$$

در رابطه (۳۱)، τ_P زمان آسایش ذره است. همچنین تابع (f) تابع درگ بوده که معمولاً از رابطه نومن − شیلر، استفاده می‌گردد [۱۲].

[1] Boltzman constant
[2] Particle Relaxation Time
[3] Naumann – Schiller
[4] Lift Force
[5] Virtual Mass

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-08]
[DOR: 20.1001.1.20089813.1395.3.2.3.4]

$$f_{drag} = \frac{C_D Re}{24} \quad (۳۲)$$

$$C_{drag} = \begin{cases} \frac{24(1+0.15Re^{0.687})}{Re} & Re \le 1000 \\ 0.44 & Re > 1000 \end{cases} \quad (۳۳)$$

همچنین Re از رابطه (۲۳) محاسبه می‌گردد.

۲-۳-۳- معادله بقای انرژی

جهت تشریح بقای انرژی از معادله زیر استفاده می‌گردد[۱۲]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_q \rho_q H_q) + \nabla \cdot (\alpha_q \rho_q \vec{v}_q H_q) = -\alpha_q \frac{\partial p_q}{\partial t} + \bar{\bar{\tau}}_q : \nabla \vec{v}_q - \nabla \cdot \vec{q}''_q + \sum_{p=1}^{n} Q_{pq} \quad (۳۴)$$

در رابطه (۳۴)، H انتالپی ویژه فاز (q) و Q_{pq} شدت تبادل حرارتی میان فازهای (p) و (q) می‌باشد. همچنین $\vec{q}''_q$ شار حرارتی است.

$$Q_{pq} = h_{pq}(T_p - T_q) \quad (۳۵)$$

در رابطه فوق h_{pq} ضریب انتقال حرارت میان فاز p و فاز q ام است

۲-۴- شرایط مرزی

شرایط مرزی برای معادلات اشاره شده در بالا به صورت زیر بیان می‌گردند:

سرعت: هم در جهت عمود بر دیواره‌ها و هم در جهت موازی با آنها سرعت صفر است.

$$v_n = v_t = 0 \quad (۳۶)$$

در رابطه (۳۶) زیر نویس‌های t و n به ترتیب مؤلفه‌های مماس و عمود بر دیواره را مشخص می‌کنند.

دما: بر روی دیواره‌های سرد و گرم دما عبارت است از:

$$T = T_w \quad (۳۷)$$

همچنین شرایط مرزی آدیاباتیک[1] برای دیواره‌های آدیاباتیک:

$$\frac{\partial T}{\partial n} = 0 \quad (۳۸)$$

نسبت حجمی: شار نسبت حجمی صفر در تمامی دیواره‌ها.

با استفاده از رابطه (۱۶) برای این شرط مرزی خواهیم داشت:

$$\begin{cases} at\ x = 0, L, \ 0 \le y \le H: \\ \frac{\partial \alpha}{\partial x} = -\frac{3\pi\beta' \alpha d_p}{k_B \rho_{bf}} \left(\frac{\mu_{bf}}{T}\right)^2 \frac{\partial T}{\partial x} \\ at\ y = 0, H, \ 0 \le x \le L: \\ \frac{\partial \alpha}{\partial y} = -\frac{3\pi\beta' \alpha d_p}{k_B \rho_{bf}} \left(\frac{\mu_{bf}}{T}\right)^2 \frac{\partial T}{\partial y} \end{cases} \quad (۳۹)$$

۲-۵- خصوصیات ترموفیزیکی

باتوجه به اینکه نانوسیال به عنوال سیال کاری در نظر گرفته شده است، برخی از خواص معادل نانوسیال مورد نیاز می‌باشد. این خصوصیات شامل چگالی، لزجت، ضریب هدایت حرارتی و همچنین گرمای ویژه نانوسیال می‌باشد.

چگالی نانوسیال با استفاده از رابطه (۴۰) بیان می‌گردد:

$$\rho_{nf} = \alpha\rho_p + (1-\alpha)\rho_{bf} \quad (۴۰)$$

گرمای ویژه نانوسیال با استفاده از رابطه (۴۱) بیان می‌شود:

$$(\rho c_p)_{nf} = \alpha(\rho c_p)_p + (1-\alpha)(\rho c_p)_{bf} \quad (۴۱)$$

ضریب انبساط حرارتی نانوسیال، جهت محاسبه عدد رایلی[2] به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$\beta_{nf} = (1-\alpha)\beta_{bf} + \alpha\beta_p \quad (۴۲)$$

$$(\rho\beta)_{nf} = (1-\alpha)(\rho\beta)_{bf} + \alpha(\rho\beta)_p \quad (۴۳)$$

از هر دو رابطه در مقالات استفاده شده است. اندازه گیری تجربی ارائه شده توسط هو[3] و همکاران [۸] نشان داده است که رابطه (۴۳) به نتایج تجربی نزدیکتر است. اما از آنجا که ضریب انبساط حرارتی نانوذرات یک مرتبه پایین‌تر از ضریب انبساط حرارتی سیال پایه است و همچنین به دلیل پایین بودن درصد حجمی نانوذرات، استفاده از هر دو رابطه نتایج تقریباً یکسانی را می‌دهند. در این پژوهش از رابطه (۴۳) استفاده شده است.

جهت محاسبه لزجت و همچنین ضریب هدایت حرارتی نانوسیال از روابط ارائه شده توسط هو و همکاران [۸] استفاده شده است که به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$\mu_{nf} = \mu_{bf}(1 + 4.93\alpha + 222.4\alpha^2) \quad (۴۴)$$

$$k_{nf} = k_{bf}(1 + 2.944\alpha + 19.672\alpha^2) \quad (۴۵)$$

جدول شماره ۱ خصوصیات ترموفیکی نانوذرات جهت محاسبه روابط ارائه شده را بیان می‌کنند.

با استفاده از خصوصیات ترموفیزیکی تعریف شده برای نانوسیال‌ها، اعداد بدون بعدی از جمله عدد رایلی و عدد ناسلت برای آنها به صورت زیر محاسبه گردید.

$$\mathrm{Ra}_{nf} = \frac{g\beta_{nf}\Delta T L^3}{\alpha_{nf}\nu_{nf}} \quad (۴۶)$$

$$\mathrm{Nu}_y = \frac{h_y x}{k_{nf}}, \quad \mathrm{Nu}_{ave} = \frac{h_{ave} L}{k_{nf}} \quad (۴۷)$$

$$h_y = \frac{-k_{nf}\frac{\partial T}{\partial x}\big|_{x=0}}{\Delta T}, \quad h_{ave} = \frac{1}{L}\int_0^L h_y\, dy \quad (۴۸)$$

در این روابط منظور از nf، نانوسیال می‌باشد.

۲-۶- مدل فیزیکی

با توجه به اینکه انتقال حرارت در جابجایی طبیعی آرام نانوسیال مدنظر است، مدل فیزیکی انتخاب شده، کوچکترین حفره‌ای است که هو و همکاران [۸] در تحقیق تجربی خود استفاده کرده‌اند. زیرا اعداد رایلی مربوط به این حفره در محدوده جریان آرام می‌باشند [۱۵]. یک حفره مربعی با ابعاد

[1] Adiabatic

[2] Rayleigh Number
[3] Ho

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-08]
[DOR: 20.1001.1.20089813.1395.3.2.3.4]

۲۵ میلیمتر که در شکل ۱ نشان داده شده است. دیواره سمت چپ و سمت راست به ترتیب به عنوان دیواره‌های گرم و سرد با دمای ثابت درنظر گرفته شده‌اند و دیواره‌های افقی بالا و پایین آدیاباتیک هستند. حفره با نانوسیال آب - Al_2O_3 پر شده است. برای اینکه مشخص شود آیا یک مطالعه عددی نانوسیال، قابلیت مقایسه با نتایج تجربی را دارد، ابتدا نتایج برای سیال پایه با هم مقایسه می‌شود. بررسی و مقایسه نتایج حاصل از مدلسازی عددی و نتایج تجربی برای سیال پایه نشان از این دارد که برای سیال پایه نتایج حاصل از مدلسازی عددی در محدوده قابل قبولی از نتایج تجربی قرار دارند. لذا در این پژوهش از این کار تجربی جهت مقایسه با نتایج حاصل از مدلسازی‌های عددی استفاده شده است. بر اساس اندازه‌گیری‌های انجام شده توسط هو و همکاران [۸]، میانگین قطر نانو ذرات مورد استفاده با افزایش درصد حجمی افزایش می‌یابد که در جدول شماره ۲ آورده شده است.

۲-۷- فرایند حل

شبیه سازی‌ها به کمک نرم‌افزار فلوئنت انجام شده است. این نرم‌افزار به صورت احجام محدود[1] گسسته سازی را انجام می‌دهد. ضرایب زیر تخفیف برای معادله انرژی ۰/۹، معادله مومنتوم ۰/۱ تا ۰/۵، برای نسبت حجمی ۰/۲ تا ۰/۵ و برای فشار ۰/۵ استفاده شده است. مطالعه استقلال از شبکه برای نانوسیال برای بزرگترین نسبت حجمی (۴٪) و بزرگترین عدد رایلی (۲۳۲۱۰۰۰) در مدلسازی اولری انجام شد. شبکه‌هایی متشکل از ۲۶۳×۲۶۳ و ۳۷۳×۳۷۳ مطالعه شدند و همانگونه که در جدول شماره ۳ مشاهده می‌گردد، شبکه ۲۶۳×۲۶۳ برای حل این مسئله جوابگو است و با زیاد کردن تعداد شبکه، تغییری در جواب حاصل نمی‌گردد. البته واضح است که در حالات ساده‌تر (نسبت حجمی و رایلی کمتر) شبکه مورد نیاز کمتر از این مقدار می‌باشد اما برای همه حالات (همچنین مدل تک فازی)، از همین شبکه ۲۶۳×۲۶۳ استفاده شده است.

۳- نتایج و بحث

محاسبات برای نانوسیال در نسبت‌های حجمی ۰/۱٪، ۰/۳٪، ۱٪، ۲٪، ۳٪ و ۴٪ و در رایلی‌های مختلف انجام گرفت. برای هر کسرحجمی و در تمامی رایلی‌ها، محاسبات علاوه بر روش تک فازی، برای روش‌های دو فازی شامل روش‌های مخلوط و اویلری انجام گرفت.

شکل ۲ مقایسه انجام شده مدلسازی تک فازی و مدلسازی‌های مختلف دوفازی را برای نسبت‌های حجمی ۱٪، ۰,۳٪، ۱٪، ۲٪، ۳٪ و ۴٪ و در رایلی‌های مختلف نشان می‌دهد.

جدول ۱: خصوصیات ترموفیزیکی نانوذرات آلومینا [۴]

خصوصیت	مقدار
چگالی ($\frac{kg}{m^3}$)	۳۹۷۰
گرمای ویژه ($\frac{J}{kg\,K}$)	۷۶۵
ضریب انبساط حرارتی (K^{-1})	۸/۴۶۱۰ × $^{-۶}$

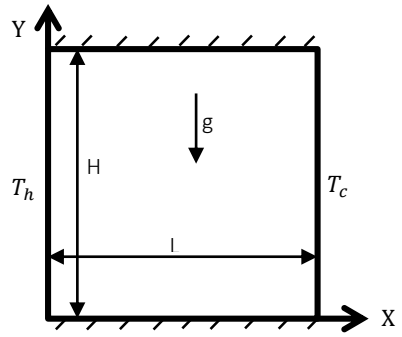
جدول ۲: قطر نانوذرات مورد استفاده برحسب درصد حجمی[۸]

درصد حجمی(٪)	قطر (nm)
۰/۱	۱۲۹
۰/۳	۱۳۰/۹۵
۱	۱۳۷/۷۷
۲	۱۴۷/۵۱
۳	۱۵۷/۲۶
۴	۱۶۷

جدول۳: تغییرات عدد رایلی برای شبکه‌های مختلف برای نانوسیال با نسبت حجمی ۴٪ در مدلسازی اولری و عدد رایلی ۲۳۲۱۰۰۰

اندازه شبکه	عدد ناسلت
۲۶۳×۲۶۳	۱۱/۴۴
۳۷۳×۳۷۳	۱۱/۴۰

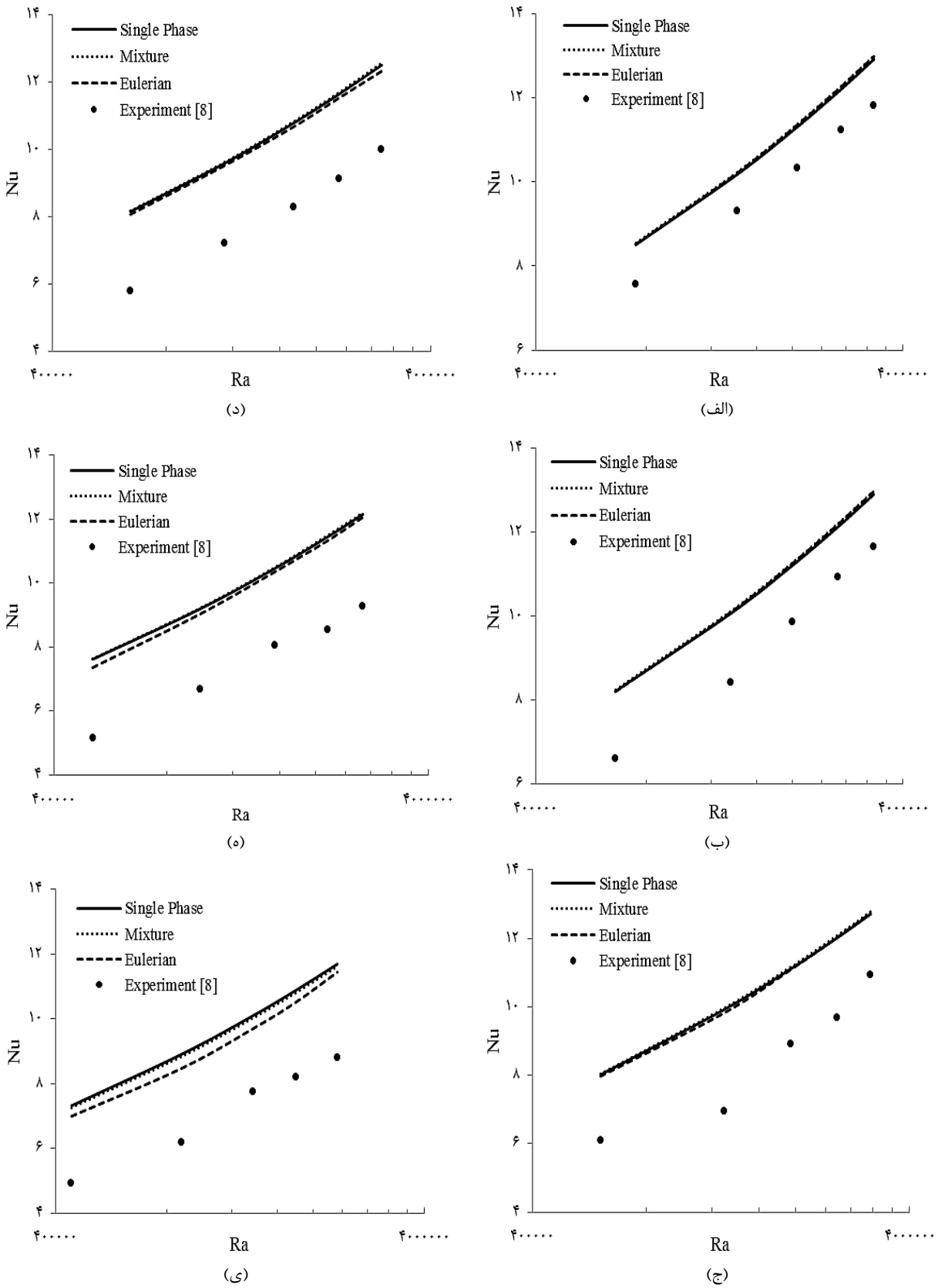
همان‌گونه که مشاهده می‌گردد در نسبت‌های حجمی پایین نتایج حاصل بر هم منطبق هستند و با افزایش نسبت حجمی اختلاف نتایج حاصل از مدلسازی‌های مختلف، نمایان می‌گردد. در تمامی نسبت‌های حجمی نتایج حاصل از مدلسازی‌های مخلوط و تک فازی تقریباً بر هم منطبق هستند.



شکل ۱: نمای شماتیکی از هندسه مسئله

[1] Finite Volume

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-08]
[DOR: 20.1001.1.20089813.1395.3.2.3.4]



شکل ۲: نمودار ناسلت بر حسب عدد رایلی برای روش‌های مختلف مدلسازی و نسبت‌های حجمی (الف)۰/۱٪، (ب)۰/۳٪، (ج)۱٪، (د)۲٪، (ه)۳٪، (ی)۴٪

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-08]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1395.3.2.3.4]

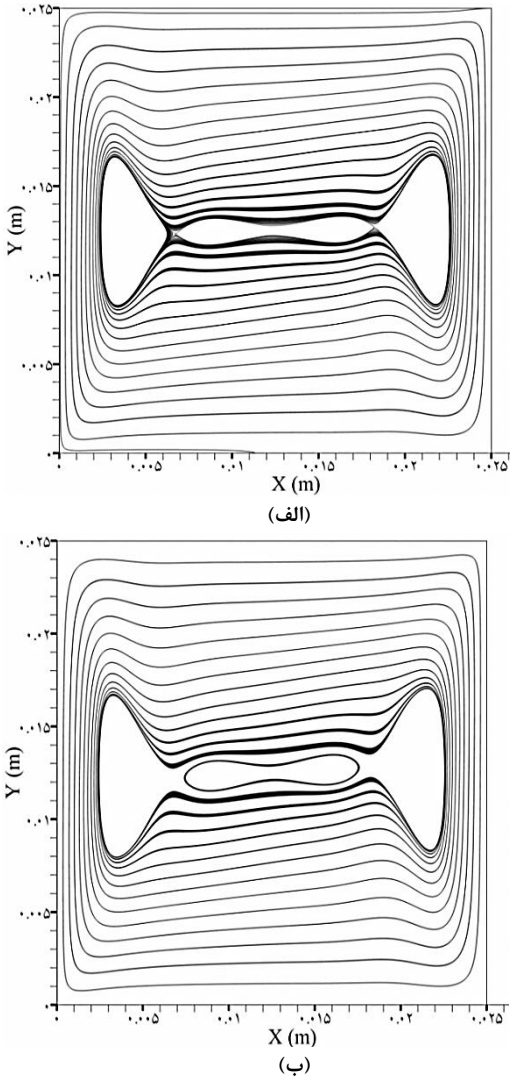
اما برخلاف مدلسازی مخلوط، در مدلسازی اولری با افزایش نسبت حجمی، نتایج حاصل، از نتایج مدلسازیتک فازی فاصله گرفته و به نتایج تجربی نزدیکتر می‌شود. برای نسبت حجمی ۴٪ که نتایج حاصل از مدلسازی‌های مختلف بیشترین اختلاف را باهم دارند، درصد اختلاف نتایج در جدول شماره ۴ آورده شده است. لذا مدل اویلری، مدل مناسب‌تری در مدلسازی انتقال حرارت جابجایی طبیعی آرام نانوسیال می‌باشد. علت این مهم در ادامه توضیح داده خواهد شد.

۳-۱- بررسی مدلسازی تک فازی و دوفازی مخلوط

همانگونه که گفته شد، در تمامی نسبت‌های حجمی نتایج حاصل از مدلسازی‌های مخلوط و تک فازی تقریباً بر هم منطبق هستند. به منظور بررسی علت کانتورهای دما و خطوط جریان در مدلسازی تک فازی و دو فازی مخلوط برای نانوسیال با نسبت حجمی ۴٪ و در رایلی ۲۹۰۰۰۰۰ رسم گردید. همانگونه که در دو شکل ۳ و ۴ مشاهده می‌گردد کانتورهای دما و خطوط جریان در مدلسازی تک فازی و دوفازی مخلوط تفاوت چندانی‌با هم ندارند. در مورد نسبت حجمی نیز، در مدل تک فازی اساساً فرض بر همگن بودن نانوسیال و بنابراین به این دلیل که نسبت حجمی نانوسیال در همه‌جا یکسان است، احتیاجی به رسم کانتور نسبت حجمی نیست. در مدلسازی دوفازی مخلوط نیز همانند روش تک فازی نسبت حجمی مخلوط در همه جا یکسان و برابر با نسبت حجمی نانوسیال بدست آمده است. در واقع به دلیل همین تشابهات است که نتایج حاصل از مدلسازی تک‌فازی و دوفازی مخلوط مشابه یکدیگر بدست آمده‌اند.

۳-۲- مدلسازی اولری و تأثیر مکانیزم‌های سرعت لغزشی

برخلاف مدلسازی مخلوط، در مدلسازی اولری با افزایش نسبت حجمی، نتایج حاصل، از نتایج مدلسازی تک فازی فاصله گرفته و به نتایج تجربی نزدیکتر می‌شود. در مدلسازی اولری توزیع نسبت حجمی رسم شده نشان می‌دهد که برخلاف مدلسازی مخلوط و تک فازی، نسبت حجمی نانودرات در همه جا یکسان نیست. شکل ۵ توزیع نسبت حجمی برای مدلسازی اویلری با نسبت حجمی ۴ درصد و در رایلی ۲۹۰۰۰۰۰ را نشان می‌دهد. همان گونه که مشاهده می‌گردد، بیشترین مقدار و کمترین مقدار نسبت حجمی نانو ذرات به ترتیب ۰/۰۴۴۵ و ۰/۰۳۵۵ می‌باشد که مربوط به جدار پایینی و بالایی حفره است. این عدم یکنواختی در توزیع ذرات را می‌توان به کمک جریان حجمی سیال و سرعت لغزشی توضیح داد. بونجورنو [۲] هفت مکانیزم را به عنوان مکانیزم‌های سرعت لغزشی بیان کرد و از میان آنها دو مکانیزم ترموفورسیس(نفوذ ذرات به واسطه وجود گرادیان دما) و حرکت براونی را به عنوان مکانیزم‌های غالب و



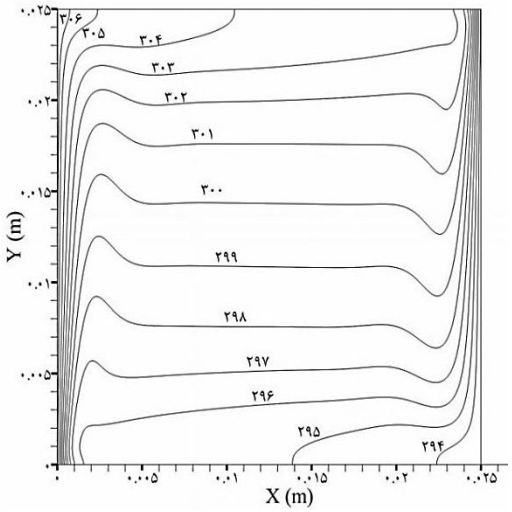
شکل ۳: کانتور خطوط جریان برای نانوسیال با نسبت حجمی ۴٪ و رایلی ۲۹۰۰۰۰۰ در مدلسازی (الف) تک‌فازی و (ب) دوفازی مخلوط

جدول ۴: درصد اختلاف عدد ناسلت بدست آمده در مدلسازی‌های مختلف با نتایج تجربی در نسبت حجمی ۴٪

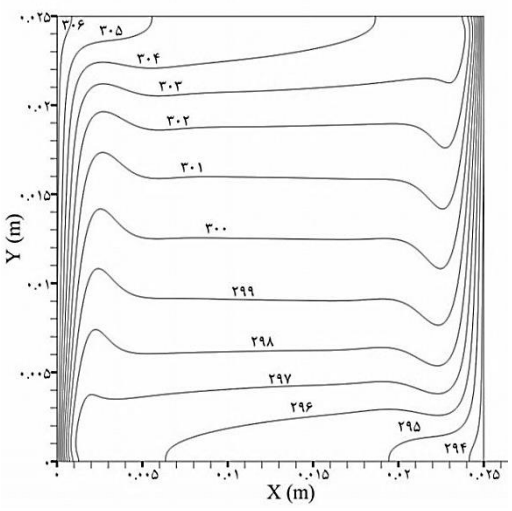
عدد رایلی	ناسلت تجربی	تک فازی (٪)	دوفازی مخلوط (٪)	دوفازی اولری (٪)
۶×۱۰^{۵}	۴/۹۱	۴۹	۴۷/۸	۴۲/۴
$۱/۱۸ \times ۱۰^{۶}$	۶/۱۸	۴۴/۱	۴۳	۳۷/۱
$۱/۷۸ \times ۱۰^{۶}$	۷/۷۴	۳۰/۵	۲۹/۶	۲۵/۴
$۲/۳۶ \times ۱۰^{۶}$	۸/۲	۳۲/۸۳	۳۱/۹۱	۲۸/۳
$۲/۹ \times ۱۰^{۶}$	۸/۸	۳۲/۸۷	۳۲	۳۰/۰

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-08]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1395.3.2.3.4]



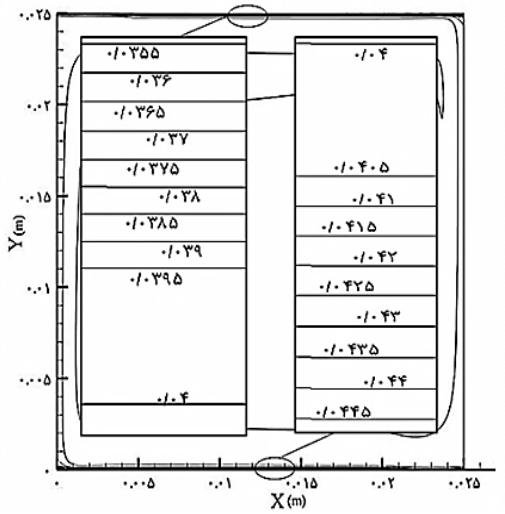
(الف)



(ب)

شکل ۴: کانتور دما برای نانوسیال با نسبت حجمی ۴٪ و رایلی ۲۹۰۰۰۰۰ در مدلسازی (الف) تک‌فازی و (ب) دوفازی مخلوط

اساسی معرفی کرد. بنابراین ذرات جامد در سیال سه مکانیزم برای انتقال دارند: ۱- جابجایی به وسیله حجم کلی ۲- نفوذ به دلیل حرکت بروانی و ۳- نفوذ به دلیل گرادیان دما (ترموفورسیس) [۱۶]. نانو ذرات به دلیل ترموفورسیس مثبت از سمت دیواره گرم (دیواره سمت چپ) به سمت دیواره سرد (دیواره سمت راست) حرکت می‌کنند [۱۷]. این مهم را به کمک رسم بردار شار ذرات می‌توان نشان داد. شکل ۶ – الف، بردار شار ذرات در نتیجه پدیده ترموفورسیس در جهت افقی و در لایه‌ای نزدیک به دیواره سمت چپ، یعنی دیواره گرم و برای نسبت‌های مختلف حجمی را نشان می‌دهد. همان گونه که مشاهده می‌گردد مقادیر مثبت نشان از حرکت ذرات در جهت مثبت محور افقی، یعنی حرکت از سمت دیواره با دمای بیشتر



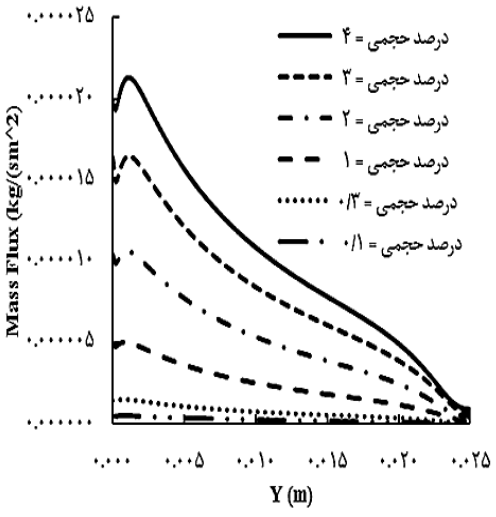
شکل ۵: کانتور نسبت حجمی نانوذرات برای مدلسازی اویلری در ۴٪ حجمی و رایلی ۲۹۰۰۰۰۰

به سمت دیواره با دمای کمتر دارد. نزدیکتر بودن خطوط دما ثابت و در نتیجه بیشتر بودن تغییرات دما در جهت افقی و در فضای نزدیک به دیواره افقی پایینی نسبت به دیواره افقی بالایی باعث شده مقدار شار ذرات در نتیجه پدیده ترموفورسیس در نزدیکی دیواره پایینی بیشتر شود. همچنین همانگونه که در شکل شماره ۶ - ب مشاهده می‌گردد در لایه‌ای عمودی نزدیک به دیواره سمت راست، یعنی دیواره سرد نیز مشابه این پدیده اتفاق می‌افتد. مقادیر مثبت شار ذرات نشان از حرکت ذرات در جهت مثبت محور افقی، یعنی از سمت لایه‌های با دمای بیشتر به سمت لایه‌های با دمای کمتر دارند. در این شکل بر خلاف شکل ۶ - الف، نزدیکتر بودن خطوط دما ثابت و در نتیجه بیشتر بودن تغییرات دما در جهت افقی و در لایه‌های نزدیک به هم در فضای نزدیک به دیواره افقی بالایی نسبت به دیواره افقی پایینی باعث شده مقدار شار ذرات در نتیجه پدیده ترموفورسیس در نزدیکی دیواره بالایی بیشتر شود. علاوه بر این همانگونه که در هر دو شکل مشاهده می‌گردد، با افزایش نسبت حجمی نانوذرات شار ذرات در نتیجه پدیده ترموفورسیس نیز افزایش می‌یابد.

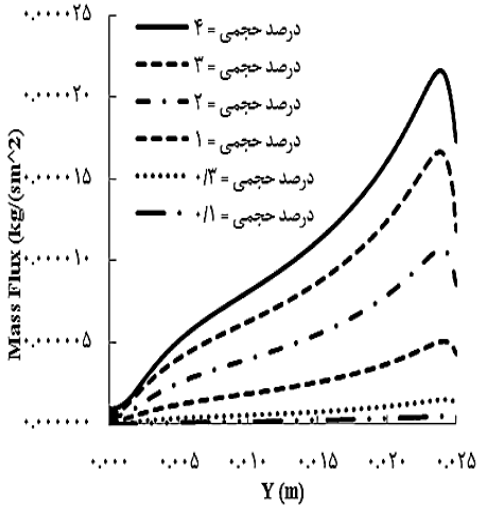
این درحالی است که شار محاسبه شده ذرات در نتیجه نفوذ براونی در مقایسه با شار ذرات درنتیجه ترموفورسیس تقریباً ناچیز است. به همین دلیل همواره در نزدیکی دیواره سرد لایه نازکی از نانوسیال با نسبت حجمی بالا و در نزدیکی دیواره گرم لایه نازکی از نانوسیال با نسبت حجمی پایین قرار می‌گیرد که در کانتور رسم شده به دلیل کوچک بودن قابل مشاهده نمی‌باشند. چرخش کلی نانوسیال در حفره در جهت عقربه‌های ساعت می‌باشد. یعنی در نزدیکی دیواره گرم نانوسیال به سمت بالا و در نزدیکی دیواره سرد، نانوسیال به سمت پایین حرکت می‌کند. این حرکت کلی نانوسیال باعث می‌شود که لایه‌ای با نسبت حجمی پایین که در نزدیکی دیواره گرم تشکیل شده بود

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-08]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1395.3.2.3.4]



(الف)



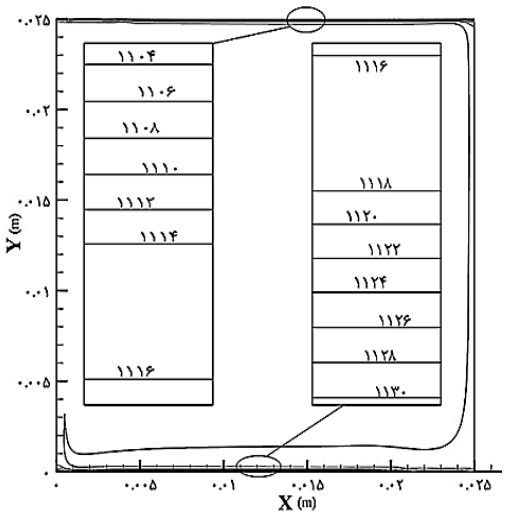
(ب)

شکل ۶: شار جرمی نانوذرات در مدلسازی اویلری در نتیجه پدیده ترموفورسیس درجهت افقی و در فاصله (الف) ۰/۰۰۰۳ متر از دیواره گرم و (ب) ۰/۰۲۴۷ متر از دیواره گرم

به سمت بالا حرکت کند و در بالای حفره لایه نازکی از نانوسیال با نسبت حجمی کم قرار گیرد. همین اتفاق در نزدیکی دیواره سرد نیز می‌افتد. حرکت رو به پایین نانوسیال در نزدیکی دیواره سرد، لایه انباشته شده نانو ذرات را به سمت پایین حرکت می‌دهد و در پایین حفره لایه‌ای از نانوسیال با نسبت حجمی بالا ایجاد می‌شود. قسمت اعظم حفره که در بین این دو لایه قرار دارد، همان نسبت حجمی نانوسیال (به عنوان مثال ۴٪) را دارد. به این دلیل که نانوذرات سنگین‌تر از سیال پایه هستند، بنابراین در دمای یکسان بالا بودن نسبت حجمی نانو ذرات به معنی چگالی بالاتر نانوسیال و بلعکس نسبت حجمی پایین‌تر به معنی چگالی کمتر نانوسیال می‌باشد. با توجه به اینکه لایه با نسبت حجمی کم در بالای حفره، و لایه با نسبت حجمی زیاد در پایین حفره، پس چگالی نانوسیال در بالای حفره کمتر از چگالی نانوسیال در پایین حفره است. بنابراین لایه بالایی توانایی حرکت به سمت پایین را نداشته و می‌توان گفت به همان صورت از کل مخلوط نانوسیال جدا می‌گردد. در لایه پایینی حفره هم که نسبت حجمی بالا داشته به دلیل چگالی بیشتر نسبت به مرکز حفره، لایه پایینی توانایی بالا رفتن را ندارد و به همان صورت از کل مخلوط جدا گشته و در پایین باقی می‌ماند. تشکیل و جدا شدن این دو لایه در بالا و پایین حفره باعث می‌شود که فضایی را به خود اختصاص دهند و به همین دلیل فضای مفیدی که نانو سیال میانی برای چرخش در اختیار دارد کمتر می‌شود و منجر به کوچکتر شدن فضای انتقال حرارت می‌شوند. لذا همانگونه که در دو شکل ۶-الف و ۶-ب مشاهده می‌گردد، به نظر می‌رسد در صورتی که با افزایش نسبت حجمی نانوذرات نقش پدیده ترموفورسیس پر رنگ‌تر شود، لایه‌های جدا شده در بالا و پایین حفره بزرگتر شده و حجم کلی نانوسیال در حال چرخش کوچکتر و میزان انتقال حرارت صورت گرفته کاهش می‌یابد و نتایج در مدلسازی اولری در مقایسه با مدلسازی تک فازی و مخلوط، به نتایج تجربی نزدیکتر می‌شوند.

۳-۳- توزیع چگالی در مدلسازی اولری

شکل ۷ کانتور چگالی نانوسیال با نسبت حجمی ۴٪ ودر رایلی ۲۹۰۰۰۰۰ را نشان می‌دهد. همانگونه که مشاهده می‌گردد شکل کلی خطوط چگالی ثابت مشابه خطوط نسبت حجمی ثابت است. یعنی چگالی نانوسیال به مقدار بسیار زیادی از نسبت حجمی تأثیر می‌پذیرد. در لایه پایینی که نسبت حجمی نانوذرات بیشتر است چگالی بیشتر و در لایه پایینی به دلیل کمتر بودن نسبت حجمی نانوذرات، چگالی کمتر است که تایید کننده مطالب گفته شده در قسمت قبل می‌باشد.

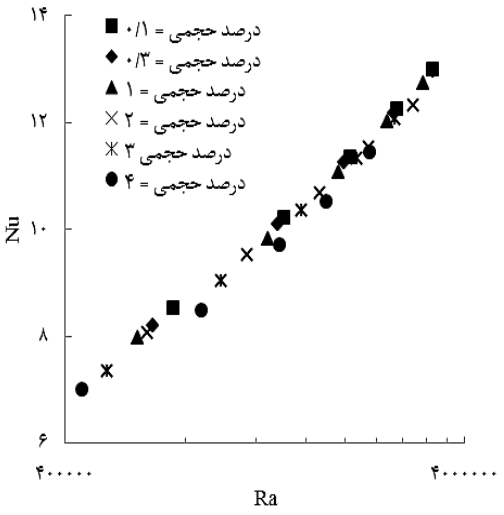


شکل ۷: توزیع چگالی نانوسیال به دست آمده از مدلسازی اویلری برای ۴٪ حجمی و رایلی ۲۹۰۰۰۰۰

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-08]
[DOR: 20.1001.1.20089813.1395.3.2.3.4]

۳-۴- تأثیر نسبت حجمی نانوذرات در مدلسازی اویلری

همانگونه که در شکل ۲ نشان داده شد، در مقایسه با مدلسازی تک فازی و مخلوط، مدلسازی اویلری نتایج نزدیک-تری به نتایج تجربی ارائه می‌کند و همانگونه که در قسمت‌های ۳-۲ و ۳-۳ بیان گردید، علت این مهم توانایی مدلسازی اویلری در لحاظ کردن مکانیزم‌های مختلف سرعت لغزشی می‌باشد. لذا مدلسازی اویلری، مدل مناسب‌تری در مدلسازی انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانوسیال می‌باشد. علاوه براین همانگونه که در مقدمه بیان شد، در مورد انتقال حرارت جابجایی طبیعی بین نتایج حاصل از تحقیقات عددی تک فازی که در گذشته انجام شده‌اند، ازجمه پژوهش‌های انجام شده توسط خنافر و همکاران [۵] و تحقیقات تجربی ناهمخوانی وجود دارد. به گونه‌ای که برخلاف نتایج حاصل از مدلسازی‌های تک فازی، نتایج حاصل از تحقیقات تجربی نشان می‌دهند که استفاده از نانوسیال‌ها باعث بهبود انتقال حرارت جابجایی طبیعی نمی‌شود و با افزایش غلظت ذرات عدد ناسلت کاهش می‌یابد. در مرحله بعد و به منظور بررسی این مهم در مدلسازی اولری و همچنین بررسی دقیق‌تر رفتار نانوسیال در این مدلسازی ، نمودار عدد ناسلت برحسب عدد رایلی برای درصدهای مختلف حجمی در مدلسازی اویلری رسم شد. همانگونه که در شکل ۸ مشاهده می‌گردد، در مدلسازی اولری با افزایش نسبت حجمی نانوذرات، عدد ناسلت کاهش می‌یابد که این مهم با نتایج تجربی هم‌خوانی دارد. به منظور بررسی علت، لزجت مخلوط نانوسیال در مدلسازی اولری به همراه تأثیر آن بر جریان نانوسیال مورد بررسی قرار گرفت. لزجت نانوسیال‌ها نقش بسیار پر رنگی در میزان انتقال حرارت انجام شده توسط نانوسیال‌ها دارد.همانگونه که در جدول شماره ۵ مشاهده می‌گردد، مقایسه لزجت نانوسیال در یک رایلی مشخص و برای درصدهای مختلف حجمی نشان می‌دهد که

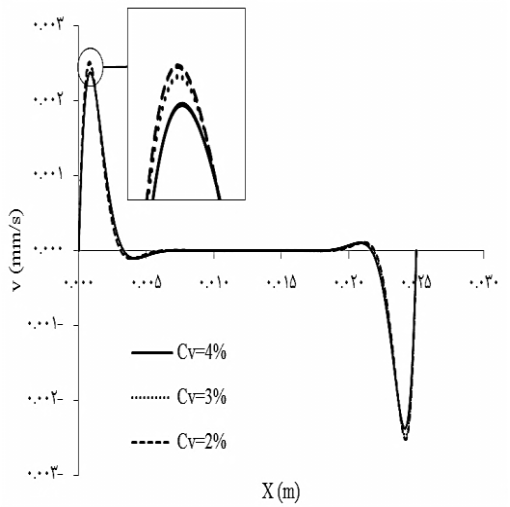


شکل ۸: نمودار ناسلت بر حسب عدد رایلی حاصل از مدلسازی دوفازی اویلری

برای مدلسازی اولری، با افزایش نسبت حجمی نانوذرات، لزجت مخلوط نانوسیال افزایش می‌یابد. افزایش لزجت نانوسیال با افزایش نسب حجمی، همانگونه که در شکل ۹ مشاهده می-گردد، باعث کاهش سرعت مخلوط نانوسیال به خصوص در جداره‌های سمت راست و چپ و در نتیجه کاهش عدد ناسلت و میزان انتقال حرارت می‌گردد. جداره‌های سمت راست و چپ به ترتیب به عنوان دیواره‌های سرد و گرم شناخته می‌شوند. به منظور تأیید مطالب گفته شده، کانتور دما را برای درصدهای حجمی ۲٪، ۳٪ و ۴٪ در شکل ۱۰ رسم گردید. در این شکل خط کامل برای ۴٪ حجمی، خط چین برای نسبت حجمی ۳٪ و خط چین نقطه‌ای برای ۲٪ حجمی می‌باشد و همانگونه که مشاهده می گردد، با کاهش درصد حجمی نانوذرات و افزایش سرعت در دیواره‌های گرم و سرد، خطوط دما ثابت به هم نزدیکتر شده و تراکم آنها در نزدیکی دیواره‌ها بیشتر می‌شود که

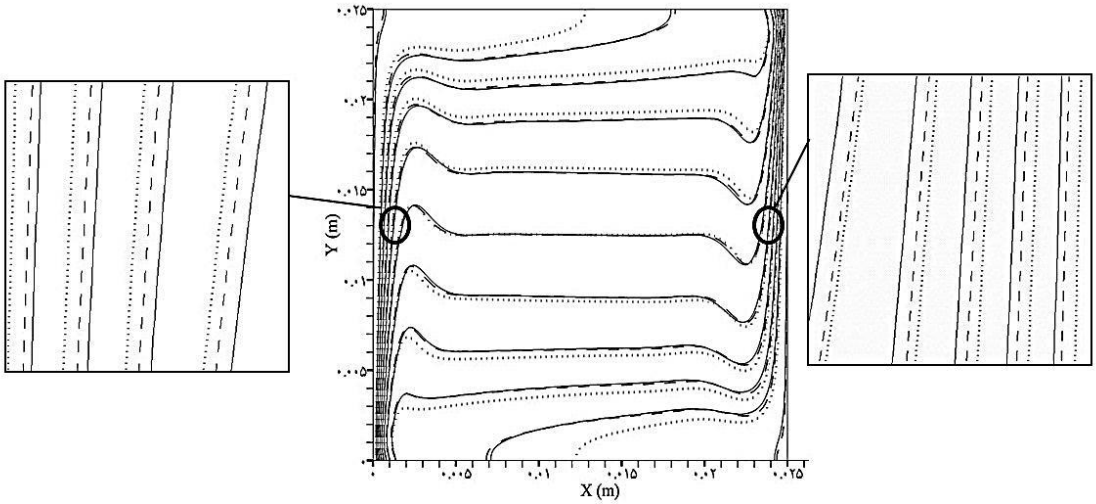
جدول۵: لزجت مخلوط نانوسیال برای درصدهای مختلف حجمی در مدلسازی اویلری و در عدد رایلی ۲۹۰۰۰۰۰

درصد حجمی(٪)	نوع مدلسازی	لزجت($kg/(m-s)$)
۰/۱	اویلری	$۸/۵۹ \times ۱۰^{-۴} - ۸/۶ \times ۱۰^{-۴}$
۰/۳	اویلری	$۸/۶۸ \times ۱۰^{-۴} - ۸/۷۱ \times ۱۰^{-۴}$
۱	اویلری	$۹/۰۷ \times ۱۰^{-۴} - ۹/۲۶ \times ۱۰^{-۴}$
۲	اویلری	$۹/۸۸ \times ۱۰^{-۴} - ۱/۰۴ \times ۱۰^{-۳}$
۳	اویلری	$۱/۱۰ \times ۱۰^{-۳} - ۱/۲۱ \times ۱۰^{-۳}$
۴	اویلری	$۱/۲۷ \times ۱۰^{-۳} - ۱/۳۹ \times ۱۰^{-۳}$



شکل ۹: نمودار سرعت مخلوط نانوسیال برای مدلسازی اویلری در میانه حفره (y=25 mm) برای درصدهای حجمی ۴٪، ۳٪ و ۲٪ در رایلی ۲۹۰۰۰۰۰

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-08]
[DOR: 20.1001.1.20089813.1395.3.2.3.4]



شکل۱۰: کانتور دما در مدلسازی اویلری برای درصدهای حجمی ۲٪، ۳٪ و ۴٪ و در رایلی ۲۹۰۰۰۰۰

نشان دهنده افزایش تغییرات دما در جهت عمود بر دیواره‌های سرد و گرم می‌باشد. بنابراین از مطالب گفته شده مشخص می-شود در مدلسازی دوفازی اولری، با کاهش درصد حجمی، میزان انتقال حرارت صورت گرفته افزایش می‌یابد.

۴- نتیجه گیری

با توجه به مباحث مطرح شده ، برخی از مهمترین نتایج بدست آمده به شرح زیر می‌باشد:

۱- انتقال نانوذرات تأثیر زیادی بر روی رفتار انتقال حرارتی نانوسیال‌ها در انتقال حرارت جابجایی طبیعی دارند. بنابراین مدلسازی دوفازی نتایج دقیق‌تری را نسبت به تک فازی ارائه می‌کنند.

۲- برای حفره مورد نظر و تحت شرایط درنظر گرفته شده، از بین مدل‌های تک فازی و دوفازی در رویکرد اویلری - اویلری، عدد ناسلت محاسبه شده در مدلسازی اویلری نسبت به سایر مدلسازی‌ها به نتایج تجربی نزدیکتر است.

۳- با توجه به نتایج این پژوهش، تحت شرایط درنظر گرفته شده و با توجه به قطر نانوذرات مورد استفاده، پارامتر ترموفورسیس نسبت به نفوذ براونی تأثیر گذارتر است.

۴- با افزایش نسبت حجمی و کاهش عدد رایلی، تأثیر پارامتر ترموفورسیس پر رنگ‌تر می‌شود.

۵- تغییرات چگالی نانوسیال به عنوان نیروی رانش برای جابجایی طبیعی در نانوسیال‌ها همزمان تحت تأثیر دما و نسبت حجمی قرار دارد.

۶- در مدلسازی اویلری با افزایش نسبت حجمی نانوذرات، عدد ناسلت کاهش می‌یابد که با نتایج تجربی همخوانی دارد.

در پایان لازم به ذکر است، از آنجا که تحقیقات تجربی انجام شده در زمینه انتقال حرارت جابجایی طبیعی آرام نانوسیال‌ها بسیار اندک است، پیشنهاد می‌گردد جهت صحت سنجی نتایج حاصل، آزمایشات تجربی بیشتری انجام و نتایج با نتایج بدست آمده از این تحقیق مقایسه گردند.

فهرست علائم

علائم انگلیسی	
شتاب ذره ($m\ s^{-2}$)	$\vec{a}$
ضریب درگ	C_D
کسر جرمی هر فاز	C_k
گرمای ویژه $(kj(kg.k)^{-1})$	C_p
قطر ذره (m)	d
تابع درگ	f
نیروی حجمی (N)	$\vec{F}$
نیروی حجمی خارجی (N)	$\overrightarrow{F'}$
نیروی برا (N)	$\overrightarrow{F_l}$
نیروی جرم مجازی (N)	$\vec{F}_{vm}$
شتاب گرانشی زمین ($m\ s^{-2}$)	$\vec{g}$
ضریب انتقال حرارت جابجایی ($w\ m^{-2}k$)	h
شار جرمی نانوذرات ($kg\ m^{-2}\ s^{-1}$)	$\vec{J}_p$
شار جرمی نانوذرات ناشی از نفوذ بروانی ($kg\ m^{-2}\ s^{-1}$)	$\vec{J}_{p,B}$
شار جرمی نانوذرات ناشی از ترموفورسیس ($kg\ m^{-2}\ s^{-1}$)	$\vec{J}_{p,T}$
ضریب هدایت حرارتی ($w\ m^{-1}k^{-1}$)	k
ضریب تبادل سیال – سیال ($kg\ m^{-3}s^{-1}$)	K'
عدد ناسلت	Nu

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-08]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1395.3.2.3.4]

فشار ($kg\ m^{-1}s^{-2}$)	p
شار حرارتی ($j\ m^{-2}$)	q''
شدت تبادل حرارتی بین فازها (j)	Q
عدد رایلی	Ra
عدد رینولدز	Re
دما (K)	T
بردار سرعت ($m\ s^{-1}$)	$\vec{v}$
علائم یونانی	
کسر حجمی	α
ضریب انبساط حرارتی (k^{-1})	β
ضریب ترموفورسیس	β′
لزجت توده ($kg\ m^{-1}s^{-1}$)	λ
لزجت دینامیکی ($kg\ m^{-1}s^{-1}$)	μ
چگالی ($kg\ m^{-3}$)	ρ
تانسور تنش - کرنش	$\bar{\bar{\tau}}$
زمان آسایش ذره (s)	τ_p
زیرنویس‌ها	
سیال پایه	bf
براونی	B
رانش	dr
درگ	$drag$
مؤثر	eff
هر فاز در مخلوط	k
برا	l
مخلوط	m
جهت عمودی	n
نانوسیال	nf
فاز ثانویه (ذره)	p
فاز اولیه	q
جهت مماسی	t
ترموفورسیس	T
جرم مجازی	vm
دیواره	w

مراجع

[1] H., Masuda, A., Ebada, K., Teramae, N., Hishinuma, Alternation of thermal conductivity and viscosity of liquid by dispersion Ultra-Fine particles Netsu Bussei, 7- 4, (1993) 227-233.

[2] J., Buongiorno, Convective transport in nanofluids ASME Transactions Journal of Heat Transfer, 128 (2006) 240-250.

[3] R., Jou, S., Tzeng, Numerical research of nature convective heat transfer enhancement filled with nanofluids in rectangular in enclosure International Communication in Heat and Mass Transfer, 33 (2006) 727-736.

[4] H. A., Pakravan, M., Yaghoubi, Analysis of nanoparticles migration on natural convection heat transfer of nanofluids International journal of Thermal Science, 68 (2013) 79-93.

[5] K., Khanafer, M., Vafaei, Light stone, Buoyancy-driven heat transfer enhancement in a two-dimensional enclosure utilizing nanofluids International journal of Heat and Mass Transfer, 46 (2003) 3639-3653.

[6] N., Putra, W., Roetzel, S. K., Das, Natural convection of nanofluids Heat and Mass Transfer, 39 (2003) 775-784.

[7] A. J., Nana, Experimental model of temperature-driven nanofluid ASME Transaction Journal of Heat Transfer, 129 (2007) 697-704.

[8] C. J., Ho, W. K., Hiu, Y. S., Chang, C. C., Lin, Natural convection heat transfer of alumina-water nanofluid in a vertical square enclosure: an experimental study International journal of Thermal Science, 49 (2010) 1345-1353.

[9] M., Corcione, M., Cianfrini, A., Quintino, Two-phase mixture modeling of natural convection of nanofluids with temperature-dependent properties International journal of Thermal Science, 71 (2013) 182-195.

[10] M., Akbari, N., Galanis, A., Behzadmehr, Comparative analysis of single and two – Phase models for CFD studies of nanofluid heat transfer International journal of Thermal Science, 50 (2011) 1343-1354.

[11] P., Hanafizadeh, M., Ashjaee, M., Goharkhan, K., Montazeri, M., Akraam, The comparative study of single and two – phase models for magnetite nanofluid force convection in a tube International Communications in Heat and Mass Transfer, 65(2015) 58-70.

[12] Ansys, *Ansys Fluent 14.0 theory guide*, Ansys, Inc., 2011.

[13] G., Polidori, S., Fohanno, T., Nguyen C. A note on heat transfer modeling of Newtonian nanofluids in laminar free convection International journal of Thermal Science, 46 (2007) 739 – 744.

[14] A., Bejan, *Convection Heat Transfer*, 3 rd. ed., John Wiley & Sons, Hoboken (2003).

[15] H., Ozoe, A., Mouri, M., Ohmuro, S. W., Churchill, N., Lior, Numerical calculation of laminar and turbulent natural convection in water in rectangular channels heated and cooled isothermally on the opposing vertical walls International Journal heat mass transfer, 28- 1 (1985) 125-138.

[16] A. F., Mills, A. T., Wassel, Aerosol transport in a thermally driven natural convection Letters heat and mass transfer, 2 (1975) 159-168.

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-08]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1395.3.2.3.4]

[17] S., Duhr, D., Braun, Why molecules move along a temperature gradient Proceeding of the National Academy of Science of the United States of America, 103 (2006) 19678-19682.

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-08]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1395.3.2.3.4]