نحوه استناد به این مقاله: کرد، صابر؛ قلم‌باز، محمد (۱۳۹۵). تأثیر مکان و اندازه گرم‌کن بر انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانوسیال درون یک محفظه بسته مثلثی اشباع شده از محیط متخلخل در حالت عدم تعادل حرارتی. تبدیل انرژی، ۲(۲)، ۲۱-۳۰.

تأثیر مکان و اندازه گرم‌کن بر انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانوسیال درون یک محفظه بسته مثلثی اشباع شده از محیط متخلخل در حالت عدم تعادل حرارتی

صابر کرد[۱] و محمد قلم‌باز [۲و*]

[۱]دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد دزفول، دزفول، ایران
[۲] استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد دزفول، دزفول، ایران

دریافت: فروردین ۹۵، بازنگری: اردیبهشت ۹۵، پذیرش: اردیبهشت ۹۵

چکیده

انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانوسیال درون یک محفظه بسته به شکل مثلث با زاویه راست و اشباع شده با ماده متخلخل مورد بررسی قرار گرفته است. یک گرم‌کن در دیواره عمودی سمت چپ قرار گرفته است. ضمن این‌که دیواره مورب (وتر مثلث) و نیز دیواره افقی به ترتیب در دمای پایین‌تر و عایق حرارتی فرض شده‌اند. با بهره‌گیری از عدم تعادل حرارتی موضعی، سه معادله حرارت (انرژی) برای فاز سیال، نانوذرات و فاز جامد تعریف شده‌اند. همچنین، به منظور تعیین رفتار جامع نانوذرات پخش شده درون فاز سیال، مدل غیرهمگن (بونجیورنو) بکار رفته است. معادلات حاکم در پژوهش حاضر در ابتدا با یک‌دیگر کوپل شده‌اند، سپس به شکل بی‌بعد خود انتقال یافته‌اند و در نهایت با استفاده از روش المان محدود حل شده‌اند. لحاظ نمودن سه معادله حرارت، امکان ارزیابی عدد ناسلت برای هر فاز به‌طور جداگانه را فراهم کرده است. همچنین اثرات تغییر موقیت و اندازه گرم‌کن بر روی میزان انتقال حرارت فاز سیال ، نانوذرات و فاز جامد مشخص شده است. نتایج نشان می‌دهند که عدد ناسلت متوسط نانوسیال، به علت در گردش بودن فاز سیال و نانوذرات، دارای نرخ انتقال حرارتی بالاتری از عدد ناسلت متوسط فاز جامد است.

[*] **عهده‌دار مکاتبات:** m.ghalambaz@iaud.ac.ir

کلمات کلیدی: انتقال حرارت جابجایی، محفظه بسته مثلثی با زاویه راست، محیط متخلخل، نانوسیال، عدم تعادل حرارتی موضعی.

۱- مقدمه

انتقال حرارت جابجایی طبیعی از دیرباز مورد توجه بسیاری از مهندسان و طراحان صنعتی قرار داشته است. مهم‌ترین مزیت استفاده از سیستم‌های مبتنی بر انتقال حرارت جابجایی طبیعی، عدم نیاز آن‌ها به منبع انرژی خارجی (فن) برای ایجاد جریان و نیز سر و صدای پایین آن‌ها می‌باشد. همچنین، سیستم‌هایی که حرارت را با استفاده از مکانیزم انتقال حرارت جابجایی طبیعی منتقل می‌کنند، در اثر اتفاق‌های طبیعی یا حوادثی مانند قطع برق، سوختن فن و مسائل دیگر دچار نقص نمی‌شوند. اما مهم‌ترین نقص سیستم‌های انتقال حرارت جابجایی طبیعی، پایین بودن رسانندگی انتقال حرارت (ضریب انتقال حرارت جابجایی طبیعی) است. بنابراین، روش‌هایی که به هر طریقی بتوانند باعث افزایش انتقال حرارت جابجایی شوند، بسیار مورد توجه قرار گرفته‌اند.

یکی از راه‌های افزایش انتقال حرارت استفاده از ماده متخلخل می‌باشد. استفاده از ماده متخلخل دارای دو مزیت است. اول آن که، سطح تبادل حرارت در ماده متخلخل بیشتر از پره‌های معمولی که انتقال حرارت را افزایش می‌دهند، می باشد. دوم آن‌که، ایجاد جریان جابجایی طبیعی سیال درون سازه متخلخل می‌تواند باعث جلوگیری از ذوب سازه نیز شود. موارد ذکر شده، کاربرد محیط متخلخل را در حوزه‌های مختلف علمی و صنعتی مانند خنک کاری تجهیزات الکترونیکی، فیلتراسیون، هوا فضا، زمین شناسی، زمین گرمایی، پزشکی، نظامی و دفن زباله‌های هسته‌ای نشان می‌دهد [۱-۴].

راه دیگر افزایش انتقال حرارت استفاده از نانوسیال است. آزمایش‌های تجربی نشان می‌دهند که پخش پایدار درصد کمی از نانوذرات در یک سیال عامل مانند آب یا اتیلن گلایکول می‌تواند رسانندگی حرارتی سیال عامل را افزایش دهد. واضح است که هر گونه افزایش ضریب رسانش حرارتی می‌تواند منجر به افزایش ضریب انتقال حرارت جابجایی گردد. البته حضور نانوذرات درون یک سیال پایه، تغییر مشخصه‌های ترموفیزکی

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-09]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1395.3.3.2.5]

نانوسیال حاصل شده را نیز در پی دارد. بنابر آنچه ذکر گردید، استفاده توام از ساختار متخلخل به همراه نانوسیال، می‌تواند راهبرد مناسبی برای بهبود انتقال حرارت در کاربردهای صنعتی باشد.

انتقال حرارت نانوسیال درون ماده متخلخل در سال‌های گذشته با فرض وجود تعادل حرارتی موضعی میان نانوسیال و ماده متخلخل در برخی پژوهش‌ها مورد بررسی قرار گرفته است. به عنوان مثال، سان و پوپ [۵]، به‌صورت عددی رفتار انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانوسیال در حالت پایا را درون یک محفظه بسته مثلثی اشباع شده با ماده متخلخل، در حضور یک گرمکن، بررسی کردند. اثرات عدد رایلی، اندازه گرم کن، مکان گرم کن، کسر حجمی نانوذرات و نسبت متناظر محفظه بسته، بر روی عدد ناسلت متوسط در نظر گرفته شدند. یافته ها نشان می‌دهد که بیشترین مقدار عدد ناسلت متوسط در بالاترین مقدار عدد رایلی، پایین آمدن موقعیت گرم کن، کاهش نسبت متناظر محفظه و برای بزرگترین اندازه گرم کن به‌دست آمده است. همچنین حضور نانوذرات درون محفظه بسته به بهبود انتقال حرارت کمک شایانی نموده است.

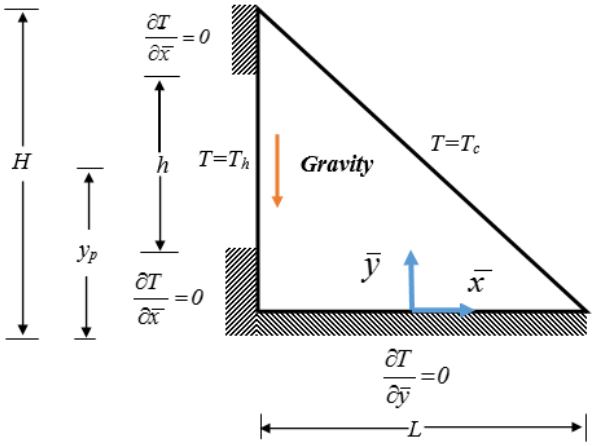
نقره آبادی و همکاران [۶]، اثرات لزجت و رسانش حرارتی نانوسیال را بر روی یک صفحه تخت عمودی مرتبط با محیط متخلخل به‌صورت عددی بررسی کردند. لزجت و رسانش حرارتی نانوسیال به‌عنوان توابعی از کسر حجمی نانوذرات فرض شده بودند. نتایج نشان می‌دهد که عدد ناسلت با افزایش پارامتر لزجت و پارامتر رسانش حرارتی، به‌ترتیب کاهش و افزایش یافته است.

زرگرطالبی و همکاران [۷]، به‌صورت عددی جریان جابجایی طبیعی لایه مرزی یک سطح مرتبط با محیط متخلخل و نانوسیال را مطالعه کردند. اثرات گوناگون بر روی لایه مرزی مانند کسر حجمی نانوذرات، ضریب رسانش حرارتی و لزجت نانوسیال بررسی شدند. همچنین اثر پارامترهای بی‌بعد مانند حرکت بروانی، ترموفورسیس، عدد لوئیس و نسبت شناوری مورد مطالعه قرار گرفتند. آن‌ها یافتند که افزایش نسبت شناوری، باعث کاهش سرعت جریان نانوسیال خواهد شد. علاوه بر این، افزایش عدد لوئیس، منجر به ازدیاد غلظت نانوذرات روی صفحه مورد نظر می‌شود.

در پژوهش حاضر، علاوه بر لحاظ نمودن محیط متخلخل (نانوسیال+فاز جامد) درون محفظه بسته مثلثی، شرایط عدم تعادل حرارتی نیز به‌علت کاربرد فراوان در مسائل گوناگون، در نظر گرفته شده است.

۲- بیان مساله و معادلات حاکم

شکل (۱)، شماتیکی از مدل فیزیکی مسئله مورد نظر را نشان می‌دهد. همان‌طور که در بخش قبل نیز بیان شد محیط درون محفظه بسته به‌صورت متخلخل بوده و از نانوسیال در آن استفاده شده است. همچنین شرایط عدم تعادل حرارتی درون محفظه بسته در نظر گرفته شده است. ضمن اینکه جریان به‌صورت آرام، تراکم ناپذیر و پایا می‌باشد. عدم وجود واکنش‌های شیمیایی و ناچیز بودن اثرات انتقال حرارت تشعشعی، دیگر فرض‌های حاکم بر مسئله را تشکیل می‌دهند. بدیهی است که اثر نیروی جاذبه نیز در نظر گرفته شده است. برای شرایط مرزی نیز می‌توان به حضور یک گرم‌کن بر روی دیواره سمت چپ اشاره نمود که دمای ایجاد شده از آن بیشتر از دمای دیواره مورب سمت راست ($T_h > T_c$) است. ضمن این‌که از شرط عدم نفوذپذیری نانوذرات بر روی گرم‌کن و دیواره مورب بهره گرفته شده است. از طرف دیگر، شرط وجود عایق حرارتی در دیواره پایین افقی نیز لحاظ گشته است.



شکل ۱: شماتیکی از مدل فیزیکی

معادلات پیوستگی برای نانوسیال و نانوذرات، معادله دارسی و نیز سه معادله حرارت با در نظر گرفتن عدم تعادل حرارتی، ساختار اصلی معادلات حاکم بر مسئله را تشکیل می‌دهند. برای نمایش معادلات یاد شده از تابع جریان (ψ) استفاده شده است:

$$\bar{u}=\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{y}}, \bar{v}=\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{x}} \qquad (۱)$$

با بهره‌گیری از رابطه (۱) می‌توان معادلات پیوستگی، دارسی، حرارت فاز سیال، حرارت نانوذرات و حرارت فاز جامد را به شکل ذیل نوشت:

$$\frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{y}}\frac{\partial C}{\partial \bar{x}}-\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{x}}\frac{\partial C}{\partial \bar{y}}\right)= D_B\left(\frac{\partial^2 C}{\partial \bar{x}^2}+\frac{\partial^2 C}{\partial \bar{y}^2}\right)+\left(\frac{D_T}{T_c}\right)\left(\frac{\partial^2 T_f}{\partial \bar{x}^2}+\frac{\partial^2 T_f}{\partial \bar{y}^2}\right) \qquad (۲)$$

رابطه (۲) توسط بونجیورنو [۸] ارائه شده است که در این رابطه ε، C، D_B و D_T به‌ترتیب نشان‌دهنده ضریب تخلخل، کسر حجمی نانوذرات، پراکندگی براونی و ترموفورسیس هستند. همچنین منظور از T_c و T_f دمای دیواره سرد و دمای فاز سیال می‌باشد.

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-09]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1395.3.3.2.5]

نیلد و کوزنتسوف[1] [۹] برای محفظه‌های بسته اشباع شده با محیط متخلخل و پر شده از نانوسیال، معادله دارسی را ارائه دادند:

$$\frac{\partial^2\bar{\psi}}{\partial\bar{x}^2}+\frac{\partial^2\bar{\psi}}{\partial\bar{y}^2}= -\frac{(1-C)\rho_f gK\beta}{\mu}\frac{\partial T_f}{\partial\bar{x}}+\frac{\rho_p-\rho_f}{\mu}gK\frac{\partial C}{\partial\bar{x}}$$

(۳)

در رابطه بالا μ، K، β و g، به‌ترتیب بیان‌گر لزجت دینامیک، قابلیت نفوذپذیری محیط متخلخل، ضریب انبساط حجمی و نیروی گرانش هستند. همچنین ρ_p،چگالی نانوذرات و ρ_f، چگالی فاز سیال می‌باشند.

قلم‌باز و همکاران [۱۰] مدلی را در شرایط عدم تعادل حرارتی ارائه نمودند که مطابق با آن تعداد فازها (در این‌جا فاز سیال، فاز جامد و نانوذرات) با تعداد معادلات حرارت (انرژی) برابری می‌کند. با در نظر گرفتن این مدل، معادلات حرارت در حالت با بُعد برای فاز سیال، نانوذرات و فاز جامد به‌صورت زیر بیان شده است:

$$\frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{\partial\bar{\psi}}{\partial\bar{y}}\frac{\partial T_f}{\partial\bar{x}}-\frac{\partial\bar{\psi}}{\partial\bar{x}}\frac{\partial T_f}{\partial\bar{y}}\right)= \alpha_f\left(\frac{\partial^2T_f}{\partial\bar{x}^2}+\frac{\partial^2T_f}{\partial\bar{y}^2}\right)+\tau\left\{D_B\left(\frac{\partial C}{\partial\bar{x}}\frac{\partial T_f}{\partial\bar{x}}+\frac{\partial C}{\partial\bar{y}}\frac{\partial T_f}{\partial\bar{y}}\right)+ +\left(\frac{D_T}{T_c}\right)\left[\left(\frac{\partial T_f}{\partial\bar{x}}\right)^2+\left(\frac{\partial T_f}{\partial\bar{y}}\right)^2\right]\right\} +\frac{\left[h_{fp}(T_p-T_f)+h_{fs}(T_s-T_f)\right]}{\varepsilon(1-C)(\rho c)_f}$$

(۴)

در رابطه بالا، h_{fs} و h_{fp} بیان‌گر، ضریب انتقال حرارت جابجایی رابط بین فاز سیال- نانوذرات و بین فاز سیال- فاز جامد هستند. معادله (۵)، معادله حرارت فاز جامد را نشان می‌دهد:

$$\frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{\partial\bar{\psi}}{\partial\bar{y}}\frac{\partial T_p}{\partial\bar{x}}-\frac{\partial\bar{\psi}}{\partial\bar{x}}\frac{\partial T_p}{\partial\bar{y}}\right)= \alpha_p\left(\frac{\partial^2T_p}{\partial\bar{x}^2}+\frac{\partial^2T_p}{\partial\bar{y}^2}\right)+\frac{h_{fp}}{\varepsilon C(\rho c)_p}(T_f-T_p)$$

(۵)

در رابطه بالا T_p و α_p دما و ضریب پخش حرارتی نانوذرات می‌باشند. در نهایت معادله انرژی برای فاز جامد به‌صورت زیر بیان شده است:

$$0=\alpha_s\left(\frac{\partial^2T_s}{\partial\bar{x}^2}+\frac{\partial^2T_s}{\partial\bar{y}^2}\right)+\frac{h_{fs}}{(1-\varepsilon)(\rho c)_s}(T_f-T_s) \quad (۶)$$

که ضریب پخش حرارتی و دمای فاز جامد توسط α_s و T_s نشان داده شده‌اند. در ادامه، به منظور سهولت در بررسی و حل معادلات (۲) تا (۶)، می‌بایست این معادلات به شکل بی‌بعد خود انتقال یابند. از این رو، از روابط زیر برای بی‌بعدسازی معادلات مورد نظر استفاده شده است:

$$x=\bar{x}/L,\ \ y=\bar{y}/L,\ \ \psi=\bar{\psi}/\alpha_f,\ \ \phi=C/C_0,\theta_f=(T_f-T_c)/(T_h-T_c),$$
$$\theta_p=(T_p-T_c)/(T_h-T_c),\ \ \theta_s=(T_s-T_c)/(T_h-T_c),Y_p=\frac{y_p}{H},H_H=\frac{h}{H},$$
$$AR=\frac{L}{H}$$

(۷)

که در رابطه بالا Y_P، فاصله بی‌بعد مرکز گرم‌کن از پایین دیواره عمودی، H_H، اندازه بی‌بعد گرمکن و AR، نسبت متناظر (نسبت طول به ارتفاع محفظه بسته) می‌باشد.

پس از استفاده از روابط (۷) و ساده‌سازی، معادلات (۲) تا (۶) به شکل بی‌بعد خود نائل می‌آیند:

$$\frac{\partial\psi}{\partial y}\frac{\partial\phi}{\partial x}-\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial\phi}{\partial y}=\frac{1}{Le}\left(\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}\right) +\frac{Nt}{LeNb}\left(\frac{\partial^2\theta_f}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\theta_f}{\partial y^2}\right)$$

(۸)

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}=-Ra\frac{\partial\theta_f}{\partial x}+RaNr\frac{\partial\phi}{\partial x}$$

(۹)

$$\frac{\partial\psi}{\partial y}\frac{\partial\theta_f}{\partial x}-\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial\theta_f}{\partial y}= \varepsilon\left(\frac{\partial^2\theta_f}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\theta_f}{\partial y^2}\right)+Nb\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\frac{\partial\theta_f}{\partial x}+\frac{\partial\phi}{\partial y}\frac{\partial\theta_f}{\partial y}\right) +Nt\left[\left(\frac{\partial\theta_f}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\theta_f}{\partial y}\right)^2\right] +Nhp(\theta_p-\theta_f)+Nhs(\theta_s-\theta_f)$$

(۱۰)

$$\frac{\partial\psi}{\partial y}\frac{\partial\theta_p}{\partial x}-\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial\theta_p}{\partial y}= \varepsilon_p\left(\frac{\partial^2\theta_p}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\theta_p}{\partial y^2}\right)+Nhp\gamma_p(\theta_f-\theta_p)$$

(۱۱)

$$0=\frac{\partial^2\theta_s}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\theta_s}{\partial y^2}+Nhs\gamma_s(\theta_f-\theta_s)$$

(۱۲)

همچنین پارامترهای نسبت شناوری (Nr)، براونی (Nb) و ترموفورسیس (Nt)، عدد نیلد برای نانوذرات (Nhp) و فاز جامد (Nhs)، ضریب پخش حرارتی اصلاح شده برای نانوذرات (ε_p)،

[1] - Nield and Kuznetsov

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-09]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1395.3.3.2.5]

پارامتر نسبت ظرفیت حرارتی ویژه اصلاح شده برای نانوذرات (γ_p)، پارامتر نسبت ضریب رسانش حرارتی اصلاح شده برای فاز جامد (γ_s) و نیز عدد لوئیس (Le) به صورت زیر قابل نمایش هستند:

$$Nr=\frac{\left(\rho_p-\rho_{f0}\right)C_0}{\rho_{f0}\beta\Delta T\left(1-C_0\right)},\ Nb=\frac{\tau D_B C_0\varepsilon}{\alpha_f},$$
$$Nt=\frac{\tau D_T\varepsilon\Delta T}{\alpha_f T_c},\ Nhp=\frac{h_{fp}L^2}{k_f\left(1-C_0\right)},$$
$$Nhs=\frac{h_{fs}L^2}{k_f\left(1-C_0\right)},\quad \varepsilon_p=\frac{\alpha_p\varepsilon}{\alpha_f},$$
$$\gamma_p=\frac{\left(1-C_0\right)\left(\rho c\right)_f}{C_0\left(\rho c\right)_p},\ \gamma_s=\frac{k_f\left(1-C_0\right)}{k_s\left(1-\varepsilon\right)},$$
$$Le=\frac{\alpha_f}{D_B\varepsilon} \qquad (۱۳)$$

ضمن اینکه شرایط مرزی متناظر با معادلات (۸) تا (۱۲) به‌ترتیب برای دیواره سمت چپ (قسمت عایق)، گرم‌کن، دیواره عایق پایین و دیواره مورب نشان داده شده‌اند:

$$\psi\left(-\frac{AR}{2},1-H_H\right)=0$$
$$\left.\frac{\partial\theta_f}{\partial x}\right|_{\left(-\frac{AR}{2},1-H_H\right)}=\left.\frac{\partial\theta_p}{\partial x}\right|_{\left(-\frac{AR}{2},1-H_H\right)}=\left.\frac{\partial\theta_s}{\partial x}\right|_{\left(-\frac{AR}{2},1-H_H\right)}=0$$
$$\left.\frac{\partial\phi}{\partial x}\right|_{\left(-\frac{AR}{2},1-H_H\right)}=0 \qquad (۱۴)$$

$$\psi\left(-\frac{AR}{2},H_H\right)=0$$
$$\theta_f\left(-\frac{AR}{2},H_H\right)=\theta_p\left(-\frac{AR}{2},H_H\right)=\theta_s\left(-\frac{AR}{2},H_H\right)=1$$
$$Nb\left.\frac{\partial\phi}{\partial x}\right|_{\left(-\frac{AR}{2},H_H\right)}+Nt\left.\frac{\partial\theta}{\partial x}\right|_{\left(-\frac{AR}{2},H_H\right)}=0 \qquad (۱۵)$$

$$\psi\left(x,0\right)=0,\left.\frac{\partial\theta_f}{\partial y}\right|_{(x,0)}=\left.\frac{\partial\theta_p}{\partial y}\right|_{(x,0)}=\left.\frac{\partial\theta_s}{\partial y}\right|_{(x,0)}=0,$$
$$\left.\frac{\partial\phi}{\partial y}\right|_{(x,0)}=0 \qquad (۱۶)$$

$$\psi\left(x,-\frac{x}{AR}+\frac{1}{2}\right)=0,\theta_f\left(x,-\frac{x}{AR}+\frac{1}{2}\right)=$$
$$\theta_p\left(x,-\frac{x}{AR}+\frac{1}{2}\right)=\theta_s\left(x,-\frac{x}{AR}+\frac{1}{2}\right)=0,$$
$$Nb\left.\frac{\partial\phi}{\partial n}\right|_{\left(x,-\frac{x}{AR}+\frac{1}{2}\right)}+Nt\left.\frac{\partial\theta}{\partial n}\right|_{\left(x,-\frac{x}{AR}+\frac{1}{2}\right)}=0$$
$$-AR/2\le x\le+AR/2 \qquad (۱۷)$$

عدد بی‌بعد ناسلت معیار مناسبی برای ارزیابی میزان انتقال حرارت به‌صورت موضعی و یا متوسط می‌باشد. رابطه کلی و عمومی ناسلت به‌شکل زیر بیان می‌شود:

$$Nu=\frac{hl}{k} \qquad (۱۸)$$

عدد ناسلت در پژوهش حاضر، با معادل قرار دادن دو مُد انتقال حرارت رسانش و جابجایی، در هر نقطه دلخواه بر روی دیواره عمودی سمت چپ برای فاز سیال، نانوذرات و فاز جامد برابر است با:

$$Nu_{f,l}=-\left(\frac{\partial\theta_f}{\partial x}\right)_{x=-\frac{AR}{2}}$$
$$Nu_{p,l}=-\left(\frac{\partial\theta_p}{\partial x}\right)_{x=-\frac{AR}{2}},$$
$$Nu_{s,l}=-\left(\frac{\partial\theta_s}{\partial x}\right)_{x=-\frac{AR}{2}} \qquad (۱۹)$$

با انتگرال‌گیری از رابطه (۱۹) عدد ناسلت متوسط برای فاز سیال، نانوذرات و فاز جامد، بر روی دیواره گرم سمت چپ قابل محاسبه و ارزیابی است:

$$Nu_f=\int_0^1 Nu_{f,l}\,dy, Nu_p=\int_0^1 Nu_{p,l}\,dy, Nu_s=\int_0^1 Nu_{s,l}\,dy, \qquad (۲۰)$$

با توجه به این‌که در پژوهش حاضر از مدل بونجیورنو (مدل غیرهمگن) [۸] برای تحلیل رفتار نانوذرات درون محفظه بسته استفاده شده، امکان مشاهده توزیع نانوذرات درون محفظه بسته فراهم شده است. بدین منظور می‌توان از عدد بی‌بعد شروود استفاده نمود:

$$Sh=-\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)_{x=-\frac{AR}{2}} \qquad (۲۱)$$

ضمن این‌که با استفاده از شرط مرزی عدم نفوذپذیری نانوذرات بر روی دیواره‌ها، می‌توان عدد شروود را بر حسب عدد ناسلت مورد ارزیابی قرار داد:

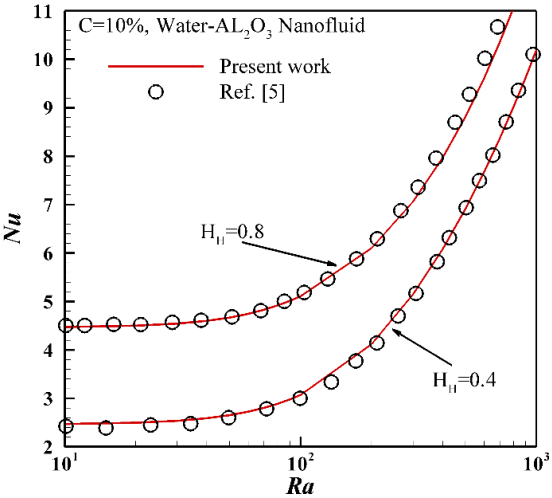
[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20089813.1395.3.3.2.5]

$$Sh = -\frac{Nt}{Nb} Nu_f \qquad (۲۲)$$

۳- حل عددی و اعتبارسنجی

دسته معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی (یعنی معادلات (۸) تا (۱۲)) و شرایط مرزی متناظر با آن‌ها، با استفاده از روش المان محدود حل شده‌اند. در واقع، معادلات حاکم در شکل ضعیف[۲] فرموله شدند [۱۱ و ۱۲] و به طور کامل با استفاده از روش نیوتن به هم کوپل شده‌اند [۱۲]. لازم به ذکر است که یک حل‌کننده مستقیم پراکنده‌سازی موازی[۳] برای حل معادلات جبری، استفاده شده است [۱۳]. تکرار محاسبات تا باقیمانده کم‌تر از 10^{-6} برای هر یک از معادلات پیوستگی، دارسی و سه معادله حرارت ادامه یافته است. در پژوهش حاضر، نتایج بدست آمده از کد کامپیوتری با نتایج پژوهش‌های معتبر پیشین اعتبارسنجی شده است.

مقایسه ایجاد شده برای سیال خالص، در عدم حضور نیروهای ترموفورسیس و براونی، با فرض وجود تعادل حرارتی در یک محفظه بسته مربعی به انجام رسیده است. نتایج برای عدد ناسلت متوسط در جدول (۱) گزارش شده‌اند؛ که گویای مطابقت و نزدیکی نتایج پژوهش حاضر با مطالعات معتبر پیشین می‌باشد. با لحاظ نمودن شرایط مسئله سان و پوپ [۵] و با در نظر گرفتن اندازه گرم‌کن (۰/۴ و ۰/۸ = H_H) یک مقایسه بین نتایج گزارش شده توسط آن‌ها [۵] و نتایج پژوهش حاضر، به ثمر رسید. شکل (۲)، مقادیر عدد ناسلت متوسط بدست آمده در پژوهش حاضر و پژوهش سان و پوپ [۵] را در کنار یک‌دیگر نشان می‌دهد. همان‌طور که مشخص است در تمام محدوده اعداد رایلی، نتایج بدست آمده برای عدد ناسلت متوسط کاملا معتبر هستند.



شکل ۲: اعتبارسنجی عدد ناسلت متوسط در اعداد رایلی مختلف در مقابل پژوهش سان و پوپ [۵]

[2] - weak form
2- Parallel Sparse Direct Solver

جدول ۱: اعتبارسنجی عدد ناسلت متوسط در مقابل سایر تحقیقات مرتبط

محققین	Ra=۱۰۰	Ra=۲۰۰
بایتاس و پاپ[۴] [۱۴]	۳/۱۶	۱۴/۰۶
بکرمن[۵] [۱۵]	۳/۱۱	-
گروس[۶] [۱۶]	۳/۱۴	۱۳/۴۵
مانوئل و لاگ[۷] [۱۷]	۳/۱۲	۱۳/۶۴
مویا[۸] [۱۸]	۲/۸۰	-
بیجان[۹] [۱۹]	۴/۲۰	۱۵/۸۰
واکر و همزی[۱۰] [۲۰]	۳/۰۹	۱۲/۹۶
نتایج تحقیق حاضر	۳/۱۱	۱۳/۶۴

۵- نتایج و بحث

در این بخش از پژوهش حاضر به بحث و بررسی پیرامون نتایج بدست آمده، پرداخته شده است. با توجه به اینکه کلیه نتایج با استفاده از معادلات بی‌بعد بدست آمده‌اند، ابتدا محدوده تغییرات پارامترهای بی‌بُعد تعیین گردیده‌اند. بدین منظور با بهره‌گیری از مطالعات معتبر پیشین، محدوده تغییرات پارامترهایی همچون، براونی (Nb)، ترموفورسیس (Nt)، نسبت شناوری (Nr)، لوئیس (Le)، رایلی (Ra)، نیلد برای نانوذرات (Nhp) و فاز جامد (Nhs)، نسبت ضریب رسانش حرارتی اصلاح شده برای فاز جامد (γ_s) و نسبت ظرفیت حرارتی ویژه اصلاح شده برای نانوذرات (γ_p) گردآوری شده‌اند. مقادیر انتخاب شده برای پارامترهای براونی و ترموفورسیس، بسیار کوچک و در مرتبه 10^{-6} هستند [۲۱ و ۷]. پارامتر نسبت شناوری برای نانوذرات ۵ است. عدد لوئیس نیز به علت کوچک بودن مقدار پراکندگی براونی در نانوسیال‌ها و محیط متخلخل معمولاً بزرگ بوده و در مرتبه ۱۰۰ می‌باشد [۲۲ و ۲۳]. برای عدد رایلی مقدار پیش فرض ۱۰۰ در نظر گرفته شده است. عدد نیلد برای فاز سیال- نانوذرات (Nhp) و برای فاز سیال- فاز جامد (Nhs) از مرتبه ۱۰ می‌باشد [۲۴]. مقادیر پارامترهای نسبت ضریب رسانش حرارتی اصلاح شده برای فاز جامد (γ_s) و نسبت ظرفیت حرارتی ویژه اصلاح شده برای نانوذرات (γ_p) نیز همانند عدد نیلد در مرتبه ۱۰ قرار می‌گیرند. ضمن اینکه مقادیر ضریب تخلخل (ε) و همچنین نسبت پخش حرارتی اصلاح شده نانوذرات (ε_p) به‌ترتیب ۰/۵ و ۱ در نظر گرفته شده‌اند. جدول (۲)، مقادیر

[4] - Baytas and Pop
[5] - Beckermann
[6] - Gross
[7] - Manole and Lag
[8] - Moya
[9] - Bejan
[10] - Walker and Homsy

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20089813.1395.3.3.2.5]

پیش فرض انتخاب شده برای پارامترها و اعداد بی‌بُعد را نمایش می‌دهد.

جدول ۲: مقادیر پیش فرض و محدوده تغییرات پارامترها/ اعداد بی‌بُعد

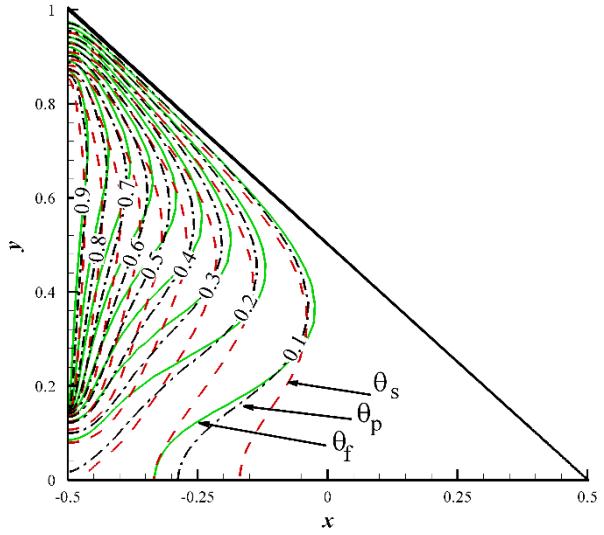
پارامتر/عدد بی‌بُعد	مقدار پیش فرض
Nr	۵
Nhs	۱۰
Nhp	۱۰
Ra	۱۰۰
γ_s	۱۰
γ_p	۱۰
Nt	$۱۰^{-۶}$
Nb	$۱۰^{-۶}$
ε	۰/۵
ε_p	۱
Le	۱۰۰
H_H	۷

به‌منظور اطمینان از عدم وابستگی نتایج به ابعاد شبکه ایجاد شده، عدد ناسلت متوسط برای فاز سیال، فاز جامد و نانوذرات در اعداد رایلی مختلف و برای اندازه شبکه‌های گوناگون از ۵۰×۵۰ تا ۱۸۰×۱۸۰ به‌دست آمده است (جدول (۳) مشاهده گردد). همان‌طور که در جدول (۳) آمده است، تغییرات عدد ناسلت متوسط برای هر سه فاز از اندازه شبکه ۱۵۰×۱۵۰ و به‌طور کلی شبکه‌های ریزتر، بسیار ناچیز می‌باشد. از این رو، نتایج در این اندازه شبکه بدست آمده است.

جدول ۳: ارزیابی استقلال از شبکه در مقادیر پیش فرضِ در نظر گرفته شده

ناسلت فاز جامد	ناسلت نانوذرات	ناسلت فاز سیال	اندازه شبکه
۳/۷۷۹۰	۴/۳۱۲۱	۵/۲۴۶۳	۵۰×۵۰
۳/۷۳۲۳	۴/۲۷۱۸	۵/۲۷۵۶	۱۰۰×۱۰۰
۳/۷۳۷۰	۴/۲۷۰۹	۵/۲۷۸۱	۱۲۰×۱۲۰
۳/۷۴۱۱	۴/۲۷۸۷	۵/۲۸۷۱	۱۵۰×۱۵۰
۳/۷۴۳۲	۴/۲۷۶۳	۵/۲۸۶۵	۱۸۰×۱۸۰

شکل (۳)، کانتورهای دما ثابت فاز سیال، نانوذرات و فاز جامد را در کنار یک‌دیگر نشان می‌دهد. همان‌طور که مشخص است کانتورهای هر سه فاز در مجاورت پایین و بالای گرم‌کن به شدت متراکم شده‌اند. در این نواحی، گرادیان‌های حرارتی شدیدی برای هر سه فاز ایجاد شده است. در پایین گرم‌کن، جریان (نانوسیال) و نیز فاز جامد، با توجه به اختلاف دمای ایجاد شده با دیواره گرم، شروع به جذب حرارت می‌کنند. از طرفی با نزدیک شدن جریان (نانوسیال) و فاز جامد به بالای گرم‌کن، با توجه به سرد بودن دیواره مورب، باز هم یک گرادیان حرارتی شدید به‌وجود آمده است. از سوی دیگر، کانتورهای دما ثابت برای هر سه فاز در نواحی مرکزی محفظه بسته دارای اختلاف زیادی هستند. اما، به علت همراهی نسبی نانوذرات با فاز سیال، کانتورهای دما ثابت این دو، نسبت به کانتورهای دما ثابت فاز جامد نزدیک‌تر می‌باشند.



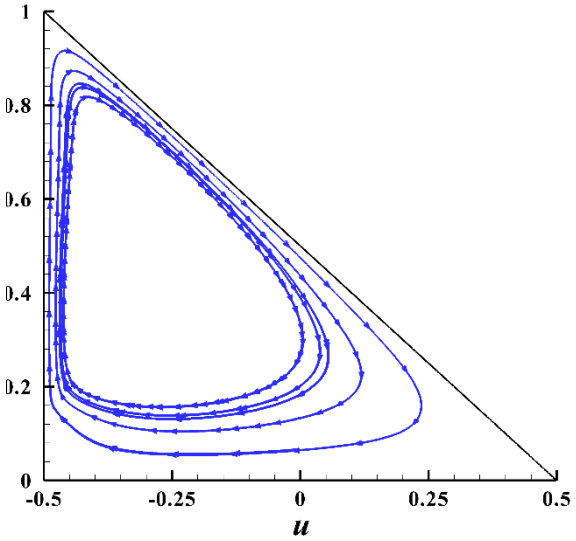
شکل ۳: مقایسه‌ای بین کانتورهای دما ثابت فاز سیال θ_f، نانوذرات θ_p و فاز جامد θ_s در محفظه بسته

شکل (۴)، گردش سیال درون محفظه بسته را نشان می‌دهد. هنگامی که جریان سیال به نزدیکی گرم‌کن می‌رسد، شروع به جذب حرارت از گرم‌کن می‌نماید. جذب حرارت توسط سیال، بالا رفتن آن در مجاورت دیواره عمودی را در پی دارد. سپس جریان گرم، به دیواره مورب سرد می‌رسد و مقداری از گرمای خود را از دست می‌دهد؛ به‌طوری که جریان به سمت پایین انتقال می‌یابد. با توجه به عایق بودن دیواره افقی، سیال دوباره به پایین دیواره عمودی می‌رسد و با رسیدن به گرم‌کن، گردش نانوسیال درون محفظه بسته کامل می‌شود. با توجه به این‌که سیال در اثر انتقال حرارت جابجایی طبیعی درون محظه بسته گردش می‌کند، نیروهای شناوری و ترموفورسیس (حرکت نانوذرات در اثر گرادیان‌های حرارتی) نقش اساسی در به جریان انداختن نانوسیال ایفا می‌کنند. هر چند که اثربخشی نیروی ترموفورسیس در مقابل نیروی شناوری کمتر می‌باشد.

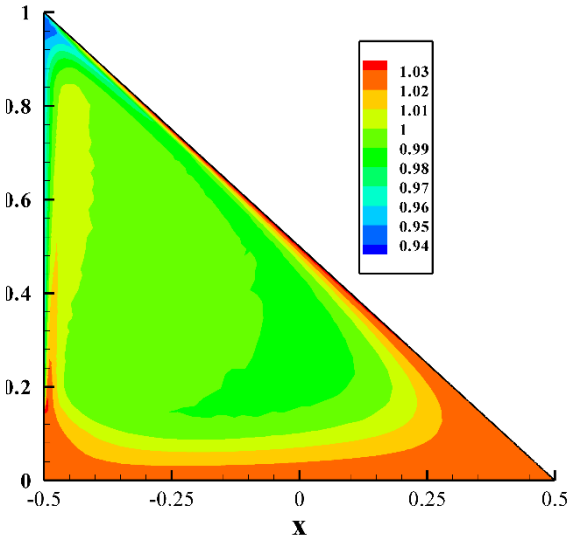
در شکل (۵)، توزیع غلظت نانوذرات در محفظه بسته مثلثی نشان داده شده است. با بالا رفتن نانوذرات در مجاورت دیواره عمودی کاهش غلظت و با پایین آمدن نانوذرات در مجاورت دیواره سرد افزایش غلظت مشاهده می‌گردد. از این رو، گرادیان غلظت در کنار هر دو دیواره زیاد می‌باشد. این توزیع غلظت نانوذرات، متأثر از پارامتر ترموفورسیس است. وجود نیروی ترموفورسیس موجب رانده شدن نانوذرات از سمت

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20089813.1395.3.3.2.5]

گرم‌کن به سمت دیواره سرد می‌شود؛ به‌طوری که در مجاورت بالای دیواره عمودی، غلظت نانوذرات به کمترین مقدار خود و در مجاورت پایین دیواره سرد به بیشترین مقدار خود نائل آمده است. از طرفی از تأثیر پارامتر براونی نیز نمی‌توان گذشت. تقویت پارامتر براونی موجب افزایش حرکت تصادفی نانوذرات می‌گردد و به تبع آن توزیع نانوذرات در نواحی مرکزی محفظه بسته یکنواخت‌تر شده است. اما در کل با توجه به بالا بودن مقدار عدد لوئیس گرادیان‌های غلظت شدیدی در دیواره‌های کناری ایجاد شده است.

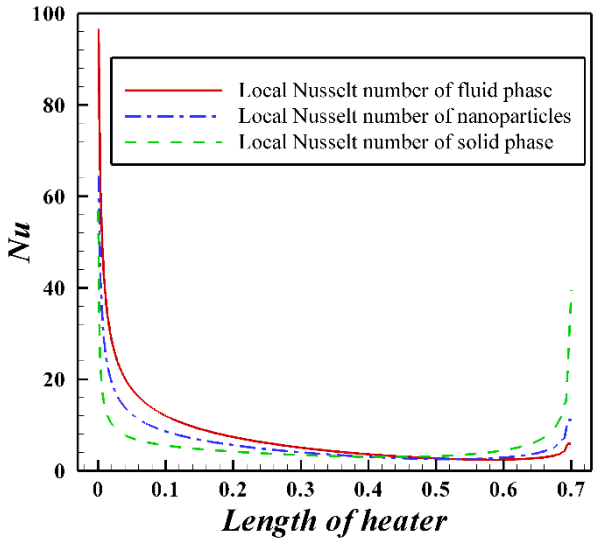


شکل ۴: خطوط جریان درون محفظه بسته.



شکل (۵): توزیع غلظت نانوذرات درون محفظه بسته.

در شکل (۶)، مقایسه‌ای بین عدد ناسلت موضعی برای فاز سیال، نانوذرات و فاز جامد انجام شده است. محور افقی در شکل (۶)، بیان‌گر طول گرم‌کن می‌باشد. همان طور که مشخص است، در ناحیه پایین گرم‌کن، هر سه فاز، به علت اختلاف حرارتی که با گرم‌کن دارند، شدیداً شروع به جذب حرارت می‌کنند. از این رو، عدد ناسلت موضعی برای هر سه فاز، زیاد می‌باشد. همچنین فاز سیال بیشتر از دو فاز دیگر حرارت را جذب نموده است. علت این امر در گردش بودن فاز سیال می باشد. در واقع، فاز سیال خنک‌تر از دو فاز دیگر بوده، عدد ناسلت موضعی بیشتری نسبت به فاز جامد و نانوذرات دارد. با فاصله گرفتن از پایین گرم‌کن، عدد ناسلت موضعی برای هر سه فاز به شدت کاهش یافته و در یک مقدار مشخص، به صورت ثابت باقی مانده است. در این ناحیه از گرمکن ($۰/۶ \le H_H \le ۰/۲$)، دمای فاز سیال، نانوذرات و فاز جامد افزایش یافته است، در نتیجه گرادیان حرارتی کمتری بین هر فاز با گرم‌کن ایجاد شده است. در نهایت، یک افزایش ناگهانی در مقدار عدد ناسلت موضعی برای هر سه فاز مشاهده می‌گردد. اما آن چه که مسَلم است، گرادیان حرارتی فاز جامد نسبت به نانوسیال (فاز جامد + نانوذرات) بیشتر افزایش یافته است. در واقع، فاز جامد بیشتر در معرض گرادیان‌های حرارتی در بالای دیواره عمودی قرار گرفته، که این امر به علت ثابت و بدون حرکت بودن فاز جامد است.

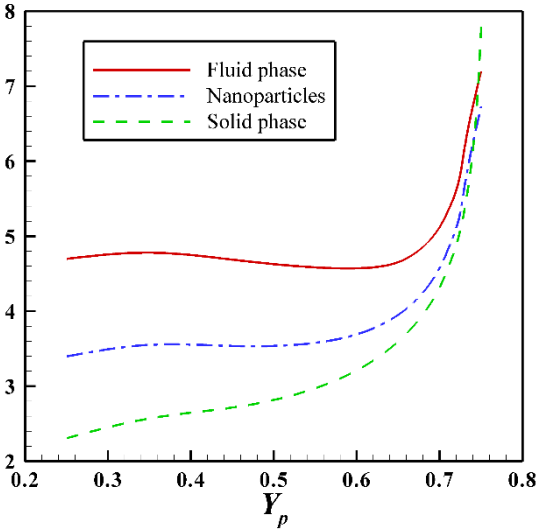


شکل ۶: عدد ناسلت موضعی برای سه فاز سیال، نانوذرات و جامد.

شکل (۷)، اثر تغییر مکان گرم‌کن به طول ثابت ۰/۵H را بر روی عدد ناسلت متوسط نشان می‌دهد. همان طور که مشاهده می‌گردد، با انتقال گرم‌کن به ارتفاع بالاتر بر روی دیواره عمودی، عدد ناسلت متوسط برای هر سه فاز افزایش یافته است. علت این امر، مثلثی بودن هندسه محفظه بسته است. چراکه در بالای محفظه مثلثی، دیواره‌های عمودی و مورب به هم نزدیک‌تر می‌شوند. همچنین، شکل (۷) نشان می‌دهد، هنگامی که گرم‌کن در پایین دیواره عمودی و در مجاورت دیواره افقی قرار دارد (Y_p=۰/۲۵)، فاز سیال دارای نرخ انتقال حرارت بالاتری نسبت به دو فاز دیگر می‌باشد. در عوض، هنگامی که گرم‌کن در

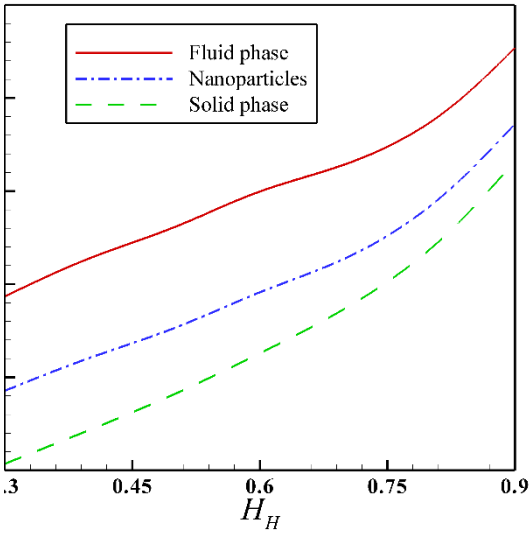
[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20089813.1395.3.3.2.5]

بالای دیواره عمودی و در مجاورت دیواره سرد قرار می‌گیرد (Y_p=۰/۷۵)، فاز جامد دارای بیشترین نرخ انتقال حرارت است. در واقع وقتی که گرم‌کن در پایین و بالای دیواره عمودی قرار می‌گیرد، به ترتیب، گرادیان‌های حرارتی فاز سیال و فاز جامد قوی‌تر از دو فاز دیگر می‌شوند. این مشاهدات با شکل (۶) نیز در توافق می‌باشند.



شکل ۷: اثر تغییر مکان گرمکن روی دیواره سمت چپ بر روی عدد ناسلت متوسط.

در شکل (۸)، اثر افزایش اندازه گرم‌کن بر روی عدد ناسلت متوسط فاز سیال، نانوذرات و فاز جامد نشان داده شده است. در شکل (۸)، اندازه گرم‌کن به صورت متقارن، از بالا و پایین افزایش یافته است. از این رو، مرکز گرم‌کن همواره بر روی مرکز دیواره عمودی قرار گرفته است.



شکل (۸): عدد ناسلت موضعی به عنوان تابعی از اندازه گرمکن

همان‌طور که مشخص است با افزایش اندازه گرم‌کن، عدد ناسلت متوسط برای هر سه فاز بهبود یافته است. در واقع با افزایش اندازه گرم‌کن، امکان ایجاد گرادیان‌های حرارتی بیشتری بین هر فاز با دیواره گرم (گرم‌کن) فراهم شده و به تبع آن، نرخ انتقال حرارت برای فاز سیال، نانوذرات و فاز جامد بیشتر شده است. همچنین عدد ناسلت متوسط بر فاز سیال بهتر از نانوذرات و فاز جامد می‌باشد. همان طور که گفته شد، علت این امر در گردش بودن فاز سیال است. در حالی که فاز جامد ثابت و بدون حرکت درون محفظه بسته قرار گرفته است. از طرف دیگر، میزان انتقال حرارت نانوذرات نیز بهتر از فاز جامد است. نانوذرات همراه فاز سیال درون محفظه بسته در حال گردش هستند. از این رو، اختلاف حرارتی بیشتری بین نانوذرات و گرم‌کن در مقایسه با فاز جامد و گرم‌کن ایجاد شده است.

۶- نتیجه‌گیری

انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانوسیال در یک محفظه بسته مثلثی اشباع شده با محیط متخلخل در حضور یک گرم‌کن در دیواره سمت چپ مورد ارزیابی قرار گرفت. مدل عدم تعادل حرارتی بین فاز سیال، نانوذرات و فاز جامد در محیط متخلخل لحاظ شد. همچنین از مدل بونجیورنو برای بررسی رفتار نانوذرات درون فاز سیال بهره گرفته شد. معادلات حاکم به شکل بی‌بعد خود انتقال یافتند و با استفاده از روش المان محدود حل شدند. مهم‌ترین نتایج در پژوهش حاضر به شرح ذیل هستند:

۱- به علت در گردش بودن نانوسیال (فاز سیال + نانوذرات)، میزان انتقال حرارت نانوسیال بهتر از فاز جامد است. کما این‌که فاز جامد بدون حرکت و به صورت ثابت درون محفظه بسته قرار گرفته است.

۲- تغییر مکان گرم‌کن بر روی نرخ انتقال حرارت هر سه فاز نقش تعیین کننده‌ای دارد. در صورتی که گرم‌کن در پایین دیواره سمت چپ قرار گیرد، عدد ناسلت متوسط برای فاز سیال افزایش می‌یابد و هنگامی که گرم‌کن به بالای دیواره عمودی منتقل شود، عدد ناسلت متوسط برای فاز جامد بهبود خواهد یافت.

۳- افزایش اندازه گرم‌کن، با ایجاد گرادیان‌های حرارتی بیشتر درون محفظه بسته مثلثی، باعث تقویت میزان انتقال حرارت فاز سیال، نانوذرات و فاز جامد می‌گردد.

۷- تقدیر و تشکر

با تشکر ویژه از ستاد نانو ریاست جمهوری که این پژوهش تحت حمایت آن‌ها به انجام رسیده است و همچنین کمال قدردانی از مرکز ابر رایانش شیخ بهایی (SBNHOCC) که مورد حمایت علمی و فناوری ریاست جمهوری و دانشگاه صنعتی اصفهان می‌باشد، بابت امکان فراهم ساختن انجام محاسبات مقاله بعمل می‌آید.

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-09]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1395.3.3.2.5]

۸- فهرست علائم

علائم انگلیسی

نسبت متناظر	AR
کسر حجم نانوذرات	C
ضریب پخش براونی	D_B
ضریب پخش ترموفورسیس	D_T
ضریب شتاب گرانش، ms^{-2}	g
عدد ناسلت	Nu
ارتفاع محفظه، m	H
ارتفاع بی‌بعد گرم شده، m	H_H
ضریب انتقال حرارت سطحی یا واسطه‌ای بین فاز سیال و نانوذرات، $Wm^{-3}K$	H_{fp}
ضریب انتقال حرارت سطحی یا واسطه‌ای بین فاز سیال و ماتریس جامد، $Wm^{-3}K$	H_{fs}
قابلیت نفوذ محیط متخلخل	K
طول محفظه، m	L
عدد لوئیس	Le
پارامتر حرکت براونی	Nb
عدد نیلد رابط بین سیال پایه/ نانوذرات	Nhp
عدد نیلد رابط بین سیال پایه/ فاز جامد	Nhs
پارامتر نسبت شناوری	Nr
پارامتر حرکت ترموفورسیس	Nt
عدد ناسلت متوسط	Nu
فشار، atm	P
عدد حرارت رایلی	Ra
عدد شروود موضعی	Sh
دمای نانوسیال، K	T
دمای دیواره مورب، K	T_C
دمای دیواره سمت چپ، K	T_h
سرعت دارسی، ms^{-1}	V
مختصات کارتزین	$\bar{x}, \bar{y}$
مرکز گرم‌کن	Y_p
مولفه‌های سرعت در مختصات کارتزین	$\bar{u}, \bar{v}$

علائم یونانی

ضریب پخش حرارتی، m^2s^{-1}	α
ضریب انبساط حجمی، K^{-1}	β
نسبت ظرفیت حرارتی ویژه اصلاح شده برای نانوذرات	γ_p
نسبت ضریب رسانش حرارتی اصلاح شده برای فاز جامد	γ_s
تخلخل	ε
نسبت اصلاح شده‌ی پخش حرارتی	ε_p
نانوذرات	
دمای بی‌بعد	θ
لزجت دینامیک، $kgm^{-1}s^{-1}$	μ
چگالی، kgm^{-3}	ρ
ظرفیت حرارتی موثر، $Jm^{-3}K^{-1}$	(ρc_p)
پارامتر تعریف شده به صورت $\tau = (\rho c)_p/(\rho c)_f$	τ
تابع جریان، m^2s^{-1}	$\bar{\psi}$
بعدتابع جریان بی	ψ
هدایت حرارتی موثر	κ

زیرنویس

فاز سیال	f
موضعی	l
نانوذرات	p
فاز جامد	s

۹- مراجع

[1] Choi, S. U. S., Zhang, Z. G., Yu, W., Lockwood F. E. and Grulke, E. A., "Anomalous Thermal Conductivity Enhancement on Nanotube Suspensions", Applied Physics Letters, Vol. 79, No. 14, pp. 2252-2254, 2011.

[2] Amiri, A. and Vafai, K., "Analysis of dispersion effects and nonthermal equilibrium, non–Darcian, variable porosity incompressible flow through porous media", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 37, No. 6, pp. 939– 954, 1994.

[3] Breuer, K. S., Park, J. and Henoch, C., "Actuation and control of a turbulent channel flow using Lorentz forces", Physics of fluids, Vol. 16, No. 6, pp. 897– 907, 2004.

[4] Cierpka, C., Weier, T. and Gerbeth, G., "Electromagnetic Control of Separated Flows Using periodic excitation with Different Wave Forms", Active Flow Control, Springer Berlin Heideberg, Vol. 95, pp. 27– 41, 2007.

[5] Sun, Q. and pop, I., "Free convection in a triangle cavity filled with a porous medium saturated with nanofluids with flush mounted heater on the wall", International Journal of Thermal Science,Vol. 50, No. 11, pp. 2141– 53, 2011.

[6] Noghrehabadi, A., Ghalambaz, M., Ghanbarzadeh, A., "Effects of Variable Viscosity and Thermal Conductivity on Natural–Convection of Nanofluids Past a Vertical Plate In Porous Media", Journal of Mechanics, Vol. 30, No. 3, pp. 265– 275, 2013.

[7] Zargartalebi, H., Noghrehabadi, A., Ghalambaz, M. and Pop, I., "Natural Convection Boundary Layer Flow over a Horizontal Plate Embedded in a Porous Medium Saturated with a Nanofluid: Case of Variable Thermophysical Properties", Transport in Porous Media, Vol. 107, No. 1, pp. 153170, 2015.

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-09]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1395.3.3.2.5]

[8] Buongiorno, J., "convective transport in nanofluieds", Journal of Heat Transfer,Vol.128, No. 3,pp, 240, 2006.
[9] Nield, D. A. and Kuznetsov, A. V., "The Cheng–Minkowycz, problem for natural convective boundary layer flow in a porous medium saturated by a nanofluid", International Journal of Heat and Mass Transfer,Vol. 52, No. 25, pp. 5792-5795, 2009.
[10] Ghalambaz, M., Sheremet, M. A. and Pop I., "Free Convection in a Square Porous Cavity Filled with a Nanofluid using Thermal Non Equilibrium and Buongiorno Models", International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow, Vol. 12, pp. 222-235, 2015.
[11] Rao, S., The finite element method in engineering, Butterworth-Heinemann, 2005.
[12] Wriggers, P., Nonlinear finite element methods, Springer Science & Business Media, 2008.
[13] Amestoy, P. R., Duff, I. S. and L'Excellent, J. Y., "Multifrontal parallel distributed symmetric and unsymmetric solvers", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 184, No. 2, pp. 501-52, 2000.
[14] Baytas, A. C. and Pop, I., "Free convection in oblique enclosures filled with a porous medium", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 42, No. 6, pp. 1047–1057, 1999.
[15] Beckermann, C., Viskanta, R. and Ramadhyani, S., "A numerical study of non-Darcian natural convection in a vertical enclosure filled with a porous medium", Numerical of Heat Transfer, Vol. 10, No. 6, pp. 446–469, 1986.
[16] Gross, R., Bear, M. R. and Hickox, C. E., "The application of flux-corrected transport (FCT) to high Rayleigh number natural convection in a porous medium", Proc. 7 th, International Heat Transfer Conference, San Francisco, CA, 1986.
[17] Manole, D. M. and Lage, J. L., "Numerical benchmark results for natural convection in a porous medium cavity", Heat Mass Transfer Porous Media, ASME Conference, Vol. 105, pp. 55-55, 1992.
[18] Moya, S. L. Ramos, E. and Sen, M., "Numerical study of natural convection in a tilted rectangular porous material", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 30, No.4, pp. 630–645, 1987.
[19] Bejan, A., "On the boundary layer regime in a vertical enclosure filled with a porous medium", Letter Heat Mass Transfer, Vol. 6, No. 2, pp. 82–91, 1979.
[20] Walker, K. L. and Homsy, G. M., "Convection in a porous cavity", Journal of Fluid Mechanics, Vol. 87, No. 3, pp. 338–363, 1978.
[21] Behseresht, A., Noghrehabadi, A. and Ghalambaz, M., "Natural-convection heat and mass transfer from a vertical cone in porous media filled with nanofluids using the practical ranges of nanofluids thermo-physical properties", Chemical Engineering Research and Design, Vol. 92, No. 3, pp. 447-452, 2014.
[22] Noghrehabadi, A., Ghalambaz, M. and Ghanbarzadeh, A., "Effects of variable viscosity and thermal conductivity on natural-convection of nanofluids past a vertical plate in porous media", Journal of Mechanics, Vol. 30, No.03, pp. 265-275, 2014.
[23] Ghalambaz, M. and Noghrehabadi, A., "Effects of heat generation/absorption on natural convection of nanofluids over the vertical plate embedded in a porous medium using drift-flux model", Journal of Computational and Applied Research in Mechanical Engineering, Vol. 3, No. 2, pp. 113-123, 2014.
[24] Bhadauria, B. S. and Agarwal, S., "Convective transport in a nanofluid saturated porous layer with thermal non equilibrium model", Transport in Porous Media, Vol. 88, No. 1, pp. 107-131, 2011.

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-09]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1395.3.3.2.5]