نحوه استناد به این مقاله: طهماسبی، علی؛ نقره‌آبادی، امین‌رضا؛ عظیمی، عزیز (۱۳۹۵). آنالیز تأثیر رسانش حرارتی دیواره‌های محفظه بر انتقال حرارت جابجایی طبیعی همبسته در یک محفظه مربعی پر شده از یک ماده متخلخل در حالت عدم تعادل حرارتی. تبدیل انرژی، ۲(۲)، ۷-۱۵.

آنالیز تأثیر رسانش حرارتی دیواره‌های محفظه بر انتقال حرارت جابجایی طبیعی همبسته در یک محفظه مربعی پر شده از یک ماده متخلخل در حالت عدم تعادل حرارتی

علی طهماسبی[۱و*]، امین رضا نقره ابادی[۲]، عزیز عظیمی[۳]

[۱،۲،۳] دانشکده مهندسی، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز

دریافت: اردیبهشت ۱۳۹۵، بازنگری: خرداد ۱۳۹۵، پذیرش: خرداد ۱۳۹۵

چکیده

در این مقاله، انتقال حرارت جابجایی طبیعی همبسته در یک محفظه مربعی متخلخل اشباع شده با سیال که توسط دو دیوار جامد عمودی با ضخامت یکسان احاطه شده، به‌صورت عددی بررسی شده است. دیواره‌های عمودی محفظه به‌طور جزئی در دو دمای متفاوت گرم شده و دیواره‌های افقی عایق می‌باشند. از مدل دارسی - بریکمن توسعه‌یافته و مدل عدم تعادل حرارتی برای شبیه‌سازی جریان و انتقال حرارت در محیط متخلخل استفاده شده است. معادلات حاکم پس از بی‌بعدسازی با روش المان محدود گالرکین حل شده‌اند. تأثیر پارامترهای مهم شامل عدد رایلی، عدد دارسی، عدد پرانتل، نسبت ضریب هدایت حرارتی سیال به فاز جامد محیط متخلخل، ضریب انتقال حرارت جابجایی بین سیال و فاز جامد محیط متخلخل و خصوصیات همبسته همچون ضخامت دیوار و نسبت ضریب هدایت حرارتی دیوار به سیال بر میزان انتقال حرارت درون محفظه بررسی شد. نتایج نشان داد که به غیر از عدد پرانتل، تمامی پارامترهای مذکور تأثیر قابل توجهی بر عدد ناسلت متوسط دارند. همچنین مشاهده شد که در مقادیر بالای نسبت ضریب هدایت حرارتی سیال به فاز جامد و ضریب انتقال حرارت جابجایی بین آن‌ها، مقادیر عدد ناسلت متوسط مدل تعادل حرارتی با مدل عدم تعادل حرارتی برابر شده و فرض تعادل حرارتی بین فازهای محیط متخلخل معتبر می‌شود.

* **عهده‌دار مکاتبات:** tahmasebi.a89@gmail.com

کلمات کلیدی: انتقال حرارت همبسته، انتقال حرارت جابجایی طبیعی، محفظه بسته، محیط متخلخل، عدم تعادل حرارتی

۱- مقدمه

انتقال حرارت جابجایی طبیعی در محفظه‌های بسته، به سبب کاربردهای متنوع آن در علوم و مهندسی، از سال‌ها پیش مورد توجه فراوان پژوهشگران قرار گرفته است. از جمله این کاربردها می‌توان به خنک‌کاری وسایل الکترونیکی، مبدل‌های حرارتی، انرژی خورشیدی و طراحی حرارتی ساختمان‌ها اشاره کرد. بر همین اساس، تحقیقات مختلفی با در نظر گرفتن شرایط مرزی و میدان‌های جریان مختلف [۱-۳] در این زمینه انجام شده است. علاوه بر این، بعضی از محققان توجه خود را به اثرات حرارتی محفظه‌های پرشده با محیط متخلخل معطوف کرده‌اند. والکر و هامسی [۴] انتقال حرارت جابجایی طبیعی در یک محفظه متخلخل را با ارزیابی عدد دارسی- رایلی و نسبت ابعاد محفظه بررسی کردند. بیژن [۵] انتقال حرارت جابجایی طبیعی در یک محفظه باریک عمودی متخلخل را با استفاده از ثابت‌های شناوری در حل لایه مرزی وبر با رویکردی جدید مطالعه کرده است. پراساد و کولاچکی [۶] انتقال حرارت جابجایی طبیعی پایا در یک محفظه مستطیلی را برای نسبت ابعاد کمتر از واحد و اعداد رایلی مختلف بررسی کردند. اخیراً در همین زمینه، قلمباز و همکاران [۷] تأثیر استفاده از نانوسیال را بر انتقال حرارت جابجایی طبیعی درون محفظه متوازی‌الاضلاع پر شده با محیط متخلخل به‌صورت عددی بررسی کردند.

برهمکنش انتقال حرارت جابجایی طبیعی در یک سیال و انتقال حرارت هدایتی در یک ماده جامد که در تماس باهم هستند، در اصطلاح انتقال حرارت جابجایی طبیعی همبسته نامیده می‌شود. این نوع از انتقال حرارت کاربردهای متفاوتی در بحث خنک‌کاری میکروالکترونیک‌ها و طراحی حرارتی ساختمان‌ها داشته و مورد توجه زیاد محققان قرارگرفته است. کیم و ویسکانتا [۸] به بررسی تجربی و عددی تأثیر دیوار هدایتی جامد بر انتقال حرارت جابجایی طبیعی در محفظه‌ای مستطیل شکل پرداختند. کوزنتسوف و شرمت [۹] انتقال حرارت جابجایی- تشعشعی را در

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-09]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1395.3.3.3.6]

محفظه‌ای با دیوارهای ضخیم هدایتی که از کف گرم می‌شود، بررسی کردند.

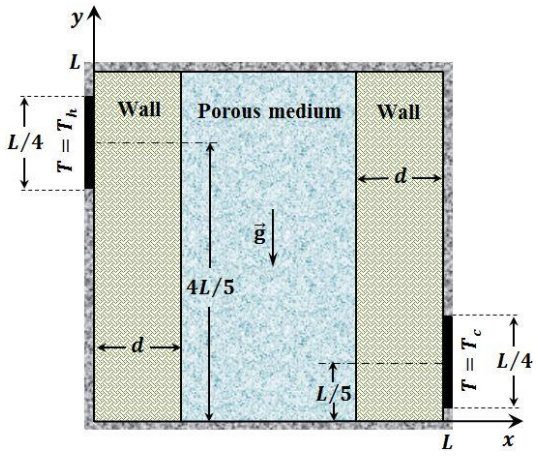
در این بین، بیشتر مطالعات انجام شده در زمینه‌ی انتقال حرارت جابجایی طبیعی همبسته در محیط متخلخل با فرض تعادل حرارتی بین فازهای سیال و جامد آن صورت گرفته است. این فرض برای محیط‌هایی با خلل و فرج کوچک مانند مخازن زمین‌گرمایی و عایق‌های حرارتی مناسب می‌باشد. اما در کاربردهایی همچون مدفون کردن زباله‌های سوخت هسته‌ای در خاک و اثرات زیست‌محیطی آن، راکتورهای شیمیایی، سیستم‌های انتقال و ذخیره انرژی حرارتی و خنک‌کاری وسایل الکترونیکی که اختلاف دمای زیاد بین ماتریس جامد متخلخل و سیال اشباع شده در آن‌ها وجود دارد، شرط عدم تعادل حرارتی باید لحاظ شود. سعید [۱۰] با فرض تعادل حرارتی بین فاز سیال و جامد محیط متخلخل به حل عددی انتقال حرارت هدایت- جابجایی طبیعی همبسته درون یک محفظه متخلخل دارسی و دو بعدی که دارای یک دیوار با ضخامت محدود می‌باشد، پرداخت. چمخا و اسماعیل [۱۱] انتقال حرارت همبسته در یک حفره متخلخل را که با یک دیوار ضخیم مثلثی شکل گرم می‌شود، با استفاده از مدل تک دمایی مورد مطالعه قرار دادند. جنبه‌های دیگری از انتقال حرارت همبسته در محیط متخلخل شامل نانوسیالات [۱۲]، تولید آنتروپی [۱۳]، تولید حرارت داخلی [۱۴] و شرایط مرزی مختلف [۱۵، ۱۶] با این فرض که تعادل حرارتی بین فازهای محیط متخلخل برقرار است، توسط محققان مختلف انجام شده است.

انتقال حرارت همبسته در محیط متخلخل با در نظر گرفتن شرایط عدم تعادل حرارتی از اهمیت بالایی در کاربردهای انتقال حرارت با توان بالا برخوردار است. در این نوع از انتقال حرارت، حرارت می‌تواند از دو راه مختلف در سطح مشترک جسم جامد و محیط متخلخل به‌طور هم‌زمان منتقل شود. یک راه، انتقال حرارت از طریق هدایت بین سیال و سطح جامد و دیگری از طریق هدایت بین محیط متخلخل و سطح جامد انجام می‌شود. بیتاس و پاپ [۱۷] انتقال حرارت جابجایی طبیعی در یک محفظه مربعی متخلخل را برای اولین بار با مدل عدم تعادل حرارتی بررسی کردند. سعید [۱۸] پژوهش انجام شده توسط بیتاس و پاپ [۱۷] را به مسئله انتقال حرارت جابجایی طبیعی همبسته تحت شرایط عدم تعادل حرارتی گسترش داد.

با این‌حال، تاکنون انتقال حرارت جابجایی طبیعی همبسته درون یک محفظه مربعی متخلخل تحت شرایط عدم تعادل حرارتی که دیواره‌های جانبی محفظه به‌طور جزئی در دو دمای متفاوت گرم شده باشند، بررسی نشده است. بنابراین، نویسندگان پژوهش حاضر بر این اعتقادند که این کار با ارزش است. هدف از انجام پژوهش حاضر، بررسی انتقال حرارت همبسته در یک محفظه بسته متخلخل غیر دارسی و ارزیابی اثرات پارامترهای بی-بعد مختلف همچون ضخامت دیوار (D)، ضریب انتقال حرارت جابجایی بین فاز سیال و فاز جامد محیط متخلخل (H)، اعداد دارسی (Da) و رایلی (Ra) و بسیاری دیگر بر میزان انتقال حرارت درون محفظه در قالب عدد ناسلت متوسط می‌باشد.

۲- مدل‌سازی ریاضی و معادلات حاکم

مطابق با شکل ۱ محفظه‌ای مربعی و دو بعدی با طول L را درنظر بگیرید که از یک لایه‌ی متخلخل پر شده با سیال که بین دو لایه‌ی دیوار جامد هدایتی با ضخامت‌های یکسان قرار دارد، تشکیل شده است. بخشی از سطح عمودی سمت چپ دیوار جامد به طول $L/4$ واقع در سمت چپ محفظه و ارتفاع $4L/5$ تحت دمای ثابت T_h گرم شده و بخشی از سطح عمودی سمت راست دیوار جامد واقع در سمت راست محفظه و ارتفاع $L/5$ تحت دمای ثابت T_c سرد شده است. بقیه‌ی دیواره‌های محفظه عایق نگه داشته شده‌اند.



شکل ۱: شکل شماتیک مدل فیزیکی و مختصات سیستم

تمام خواص ترموفیزیکی سیال در میدان جریان به‌جز تغییرات چگالی در نیروی حجمی در معادله اندازه حرکت در راستای عمودی ثابت در نظر گرفته شده و مدل تقریب بوزینسک[1] برای تغییرات چگالی با دما استفاده شده است. برای شبیه‌سازی جریان سیال در محیط متخلخل از مدل بریکمن- فورچهمیر- دارسی توسعه‌یافته[2] بدون جمله اینرسی فورچهمیر استفاده شده است. همچنین فرض شده که محیط متخلخل همگن و ایزوتروپ بوده و جریان سیال پایا، آرام، تراکم‌ناپذیر و لزج می‌باشد. بنابراین، با درنظر گرفتن این فرضیات، معادلات بقای جرم، اندازه حرکت و انرژی در محیط متخلخل در حالت دو بعدی و با استفاده از مدل عدم تعادل حرارتی بین فازهای سیال و جامد محیط متخلخل به‌صورت زیر ارائه می‌شوند [۱۹، ۲۰، ۲۱]:

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \qquad (۱)$$

[1] Boussinesq
[2] Brinkman–extended Darcy model

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20089813.1395.3.3.3.6]

$$\frac{\rho_f}{\varepsilon^2}\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)=-\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\mu_f}{\varepsilon}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)-\frac{\mu_f}{K}u \quad (۲)$$

$$\frac{\rho_f}{\varepsilon^2}\left(u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}\right)=-\frac{\partial p}{\partial y}+\frac{\mu_f}{\varepsilon}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)-\frac{\mu_f}{K}v+\rho_{f,0}\beta\left(T_f-T_c\right)g \quad (۳)$$

$$\frac{1}{\varepsilon}\left(u\frac{\partial T_f}{\partial x}+v\frac{\partial T_f}{\partial y}\right)=\alpha_f\left(\frac{\partial^2 T_f}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T_f}{\partial y^2}\right)+\frac{h_{fs}\left(T_s-T_f\right)}{\varepsilon\left(\rho c\right)_f} \quad (۴)$$

$$0=\alpha_s\left(\frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T_s}{\partial y^2}\right)+\frac{h_{fs}}{(1-\varepsilon)(\rho c)_s}\left(T_f-T_s\right) \quad (۵)$$

و معادله انرژی برای دیوارها عبارت است از:

$$\frac{\partial^2 T_w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T_w}{\partial y^2}=0 \quad (۶)$$

که $\mu_{eff}=\mu_f/\varepsilon$ به‌عنوان لزجت دینامیکی مؤثر محیط متخلخل تعریف می‌شود.

با توجه به تعریف مسئله، شرایط مرزی برای معادلات (۱) تا (۶) عبارت‌اند از:

$$T_w=T_h \quad \text{at} \quad x=0,\ 0.675L\le y\le 0.925L \quad (۷)$$

$$T_w=T_c \quad \text{at} \quad x=L,\ 0.075L\le y\le 0.325L \quad (۸)$$

$$\frac{\partial T_f}{\partial y}=\frac{\partial T_s}{\partial y}=0,\quad u=v=0 \quad \text{at} \begin{cases} d\le x\le L-d \\ y=0,\quad y=L \end{cases} \quad (۹)$$

$$\frac{\partial T_w}{\partial y}=0 \quad \text{at} \begin{cases} 0\le x\le d,\quad L-d\le x\le L \\ y=0,\quad y=L \end{cases} \quad (۱۰)$$

$$\frac{\partial T_w}{\partial y}=0 \quad \text{at} \begin{cases} x=0, 0\le y\le 0.675L, 0.925L\le y\le L \\ x=L, 0\le y\le 0.075L, 0.325L\le y\le L \end{cases} \quad (۱۱)$$

$$T_f=T_s=T_w,\quad u=v=0 \quad \text{at} \begin{cases} x=d,\quad x=L-d \\ 0\le y\le L \end{cases} \quad (۱۲)$$

$$k_w\frac{\partial T_w}{\partial x}=\varepsilon k_f\frac{\partial T_f}{\partial x}+(1-\varepsilon)k_s\frac{\partial T_s}{\partial x} \quad \text{at} \quad x=d,\quad x=L-d,\quad 0\le y\le L \quad (۱۳)$$

به منظور بی‌بعدسازی معادلات فوق متغیرهای بی‌بعد زیر را تعریف می‌کنیم:

$$X=\frac{x}{L},\quad Y=\frac{y}{L},\quad D=\frac{d}{L},\quad Pr=\frac{\upsilon_f}{\alpha_f},\quad P=\frac{pL^2}{\rho_f\alpha_f{}^2},\quad U=\frac{uL}{\alpha_f},\quad V=\frac{vL}{\alpha_f},\quad \theta_f=\left(T_f-T_c\right)/\Delta T,\quad \theta_s=\left(T_s-T_c\right)/\Delta T,\quad \theta_w=\left(T_w-T_c\right)/\Delta T \quad (۱۴)$$

که $\Delta T=T_h-T_c$ می‌باشد.

بنابراین، با به‌کارگیری متغیرهای بی‌بعد و ساده‌سازی، معادلات حاکم (۱) تا (۶) به فرم بی‌بعد زیر تبدیل می‌شوند:

$$\frac{\partial U}{\partial X}+\frac{\partial V}{\partial Y}=0 \quad (۱۵)$$

$$\frac{1}{\varepsilon^2}\left(U\frac{\partial U}{\partial X}+V\frac{\partial U}{\partial Y}\right)=-\frac{\partial P}{\partial X}+\frac{Pr}{\varepsilon}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}\right)-\frac{Pr}{Da}U \quad (۱۶)$$

$$\frac{1}{\varepsilon^2}\left(U\frac{\partial V}{\partial X}+V\frac{\partial V}{\partial Y}\right)=-\frac{\partial P}{\partial Y}+\frac{Pr}{\varepsilon}\left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial Y^2}\right)-\frac{Pr}{Da}V+Ra\cdot Pr\cdot\theta_f \quad (۱۷)$$

$$\frac{1}{\varepsilon}\left(U\frac{\partial \theta_f}{\partial X}+V\frac{\partial \theta_f}{\partial Y}\right)=\frac{\partial^2\theta_f}{\partial X^2}+\frac{\partial^2\theta_f}{\partial Y^2}+H\left(\theta_s-\theta_f\right) \quad (۱۸)$$

$$0=\frac{\partial^2\theta_s}{\partial X^2}+\frac{\partial^2\theta_s}{\partial Y^2}+H\cdot K_r\left(\theta_f-\theta_s\right) \quad (۱۹)$$

$$\frac{\partial^2\theta_w}{\partial X^2}+\frac{\partial^2\theta_w}{\partial Y^2}=0 \quad (۲۰)$$

که پارامترهای ظاهر شده در فرآیند بی‌بعدسازی شامل عدد دارسی، عدد رایلی، ضریب انتقال حرارت جابجایی بی‌بعد و نسبت ضریب هدایتی سیال به جامد به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$Da=\frac{K}{L^2},\quad Ra=\frac{g\beta\Delta TL^3}{\upsilon_f\alpha_f},\quad H=\frac{h_{fs}L^2}{\varepsilon k_f},\quad K_r=\frac{\varepsilon k_f}{(1-\varepsilon)k_s} \quad (۲۱)$$

بنابراین شرایط مرزی بی‌بعد نیز به فرم زیر به‌دست می‌آیند:

(۲۲)

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-09]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1395.3.3.3.6]

$$\theta_w = 1 \quad \text{at} \quad X = 0, \quad 0.675 \le Y \le 0.925$$
$$\theta_w = 0 \quad \text{at} \quad X = 1, \quad 0.075 \le Y \le 0.325 \qquad (۲۳)$$

$$\frac{\partial \theta_f}{\partial Y} = \frac{\partial \theta_s}{\partial Y} = 0, \quad U = V = 0$$
$$\text{at} \begin{cases} D \le X \le 1-D \\ Y = 0, \quad Y = 1 \end{cases} \qquad (۲۴)$$

$$\frac{\partial \theta_w}{\partial Y} = 0$$
$$\text{at} \begin{cases} 0 \le X \le D, \quad 1-D \le X \le 1 \\ Y = 0, \quad Y = 1 \end{cases} \qquad (۲۵)$$

$$\frac{\partial \theta_w}{\partial Y} = 0 \quad \text{at}$$
$$\begin{cases} X = 0, \ 0 \le Y \le 0.675, \ 0.925 \le Y \le 1 \\ X = 1, \ 0 \le Y \le 0.075, \ 0.325 \le Y \le 1 \end{cases} \qquad (۲۶)$$

$$\theta_f = \theta_s = \theta_w, \quad U = V = 0$$
$$\text{at} \begin{cases} X = D, \ X = 1-D \\ 0 \le Y \le 1 \end{cases} \qquad (۲۶)$$

$$\frac{\partial \theta_f}{\partial X} = R_k \frac{\partial \theta_w}{\partial X} - K_r^{-1} \frac{\partial \theta_s}{\partial X} \qquad (۲۷)$$
$$\text{at} \quad X = D, \quad X = 1-D, \quad 0 \le Y \le 1$$

که در رابطه (۲۷) پارامتر بی‌بعد نسبت ضریب هدایتی دیوار به سیال به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$R_k = \frac{k_w}{\varepsilon k_f} \qquad (۲۸)$$

پارامترهای فیزیکی مهم انتقال حرارت شامل انتقال حرارت محلی از طریق دیوارها Q_{wy}، اعداد ناسلت محلی فازهای سیال Nu_{fy} و جامد Nu_{sy} به‌صورت زیر به‌دست می‌آیند:

$$Q_{wy} = \left(-\frac{\partial \theta_w}{\partial X} \right)_{X=0,1},$$
$$Nu_{fy} = \left(-\frac{\partial \theta_f}{\partial X} \right)_{X=D,1-D}, \qquad (۲۹)$$
$$Nu_{sy} = \left(-\frac{\partial \theta_s}{\partial X} \right)_{X=D,1-D}$$

همچنین مقادیر متوسط پارامترهای فوق با انتگرال‌گیری موضعی بر روی دیواره‌های عمودی به‌صورت زیر به‌دست می‌آیند:

$$Q_w = \int_0^1 Q_{wy} dY,$$
$$Nu_f = \int_0^1 Nu_{fy} dY, \quad Nu_s = \int_0^1 Nu_{sy} dY \qquad (۳۰)$$

با اقتباس از رابطه (۲۷)، رابطه‌ی زیر بین مقادیر ناسلت متوسط در فازهای محیط متخلخل و انتقال حرارت متوسط در دیوارها برقرار است:

$$Q_w = R_k^{-1} Nu_f + R_k^{-1} K_r^{-1} Nu_s \qquad (۳۱)$$

۳- روش حل عددی و اعتبارسنجی

معادلات حاکم و شرایط مرزی مربوطه بر اساس روش عددی المان محدود گالرکین[1] و با استفاده از کدهای کامپیوتر سلوشن[2] حل شده است. جزئیات مربوط به روش حل المان محدود در مرجع [۲۲] آمده است. با توجه به طبیعت تکرار روش حل عددی از معیار همگرایی زیر استفاده شده است:

$$\frac{\sum \left| \kappa_{i,j}^{n+1} - \kappa_{i,j}^{n+1} \right|}{\sum \left| \kappa_{i,j}^{n+1} \right|} \le 10^{-6} \qquad (۳۴)$$

که κ بیان‌گر هر یک از متغییرهای وابسته سرعت و دما و n معرف تعداد تکرار می‌باشد.

برای تعیین اندازه شبکه بهینه، آزمون استقلال شبکه برای مسئله مورد نظر انجام شده است. جدول ۱ تأثیر اندازه شبکه بر مقادیر اعداد ناسلت متوسط فاز سیال را در سطح مشترک دیوار و محیط متخلخل برای ترکیب‌های متفاوت از پارامترهای بی‌بعد نشان می‌دهد. با در نظر گرفتن دو فاکتور مهم دقت و زمان محاسباتی، اندازه شبکه غیر یکنواخت ۲۰۰×۲۰۰ برای حل عددی مسئله حاضر انتخاب گردید.

جدول ۱: آزمون استقلال شبکه برای Ra=۱۰^3 ، Da=۱۰$^{-3}$، Pr=۷/۲ ،D=۰/۱ ،H=۱۰ ،ε=۰/۵

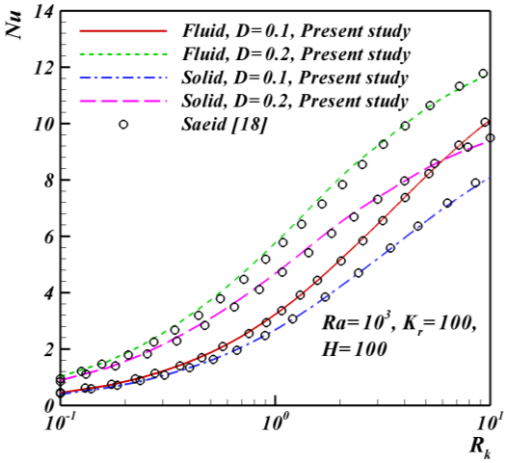
K_r	R_k	عدد ناسلت متوسط؛ $\overline{Nu_f}$			
		اندازه شبکه			
		۱۰۰×۱۰۰	۱۵۰×۱۵۰	۲۰۰×۲۰۰	۲۵۰×۲۵۰
۱	۱	۰/۷۳۱	۰/۷۲۸	۰/۷۲۶	۰/۷۲۷
۱	۱۰	۲/۵۴۵	۲/۵۴۱	۲/۵۳۹	۲/۵۳۹
۱۰	۱	۰/۷۵۰	۰/۷۴۷	۰/۷۴۶	۰/۷۴۶
۱۰	۱۰	۲/۶۱۹	۲/۶۱۶	۲/۶۱۴	۲/۶۱۴

برای اعتبارسنجی و بررسی صحت روش حل عددی، مسئله انتقال حرارت جابجایی طبیعی در محفظه‌ای متخلخل با دیوارهای عمودی جامد در سمت چپ و راست محفظه با ضخامت یکسان تحت مدل عدم تعادل حرارتی با روش عددی حاضر حل شده

[1] Galerkin's finite element method
[2] Computer solution codes

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20089813.1395.3.3.3.6]

است. در شکل ۲ نتایج به‌دست آمده از حل حاضر با نتایج عددی سعید [۱۸] مقایسه گردیده است. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود، نتایج حاصل از روش عددی حاضر با نتایج عددی سعید [۱۸] تطابق خوبی داشته و بیان‌گر درستی و دقت روش عددی حاضر می‌باشد.

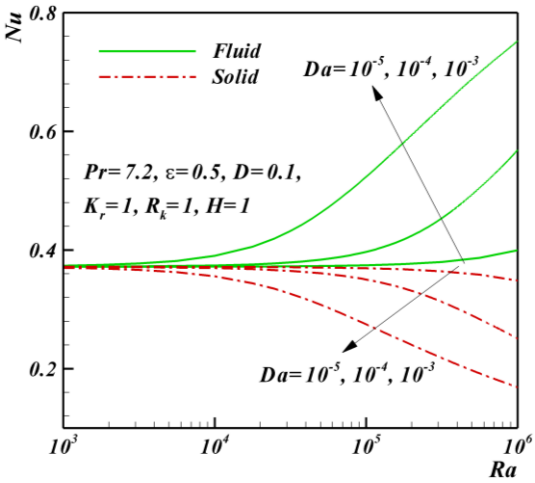


شکل ۲: تغییرات عدد ناسلت متوسط فازهای سیال و جامد حاصل از پژوهش حاضر و سعید [۱۸] با R_k برای مقادیر مختلف D

۴- نتایج و بحث

در این بخش اثرات تغییر پارامترهای بی‌بعد مختلف بر میزان انتقال حرارت درون محفظه مربعی متخلخل با دیواره‌های جانبی قسمتی گرم شده تحت شرایط عدم تعادل حرارتی بررسی شده است. نتایج به‌دست آمده به فرم نمودارهای تغییرات اعداد ناسلت متوسط برای فازهای سیال و جامد محیط متخلخل با پارامترهای مختلف به تصویر کشیده شده‌اند. مقادیر پارامترهای بی‌بعد مورد بررسی در این مسئله که شامل عدد رایلی، عدد دارسی، عدد پرانتل، نسبت ضریب هدایت حرارتی سیال به جامد در محیط متخلخل، نسبت ضریب هدایت حرارتی دیوار به سیال، ضریب انتقال حرارت جابجایی بی‌بعد و نسبت ضخامت لایه‌ی دیوار به طول محفظه می‌باشند؛ به‌ترتیب در محدوده‌ی Ra=۱۰۳-۱۰۶، Da=۱۰-۵-۱۰-۳، Pr=۰/۰۲۶-۱۰۰۰، K_r=۰/۱-۱۰۰، R_k=۰/۱-۱۰ و H=۰/۱-۱۰۰۰ و D=۰/۰۵-۰/۴ قرار دارند. این در حالی است که پارامتر بی‌بعد ضریب تخلخل در ε=۰/۵ ثابت نگه داشته شده است.

شکل ۳ تغییرات عدد ناسلت متوسط برای فازهای سیال و جامد محیط متخلخل با عدد رایلی را برای مقادیر مختلف عدد دارسی نشان می‌دهد. نتایج بیان‌گر افزایش عدد ناسلت متوسط فاز سیال با افزایش هر یک از اعداد رایلی و دارسی با هم و به‌طور جداگانه است، درحالی‌که این روند برای فاز جامد به‌صورت کاهشی است. افزایش عدد رایلی باعث افزایش نیروی شناوری شده و در نتیجه عدد ناسلت متوسط سیال افزایش می‌یابد. همچنین از آن‌جا که عدد دارسی معرف نفوذپذیری محیط متخلخل است، افزایش آن باعث تشدید جریان در محیط متخلخل شده و عدد ناسلت متوسط سیال افزایش می‌یابد. تغییرات هر دو عدد ناسلت متوسط با عدد رایلی در مقادیر پایین عدد دارسی تقریباً ثابت است، ولی با افزایش عدد دارسی این تغییرات بیشتر می‌شود. همچنین این حالت برای مقادیر کم عدد رایلی نیز وجود دارد و با افزایش عدد رایلی تغییرات هر دو عدد ناسلت متوسط افزایش می‌یابد.



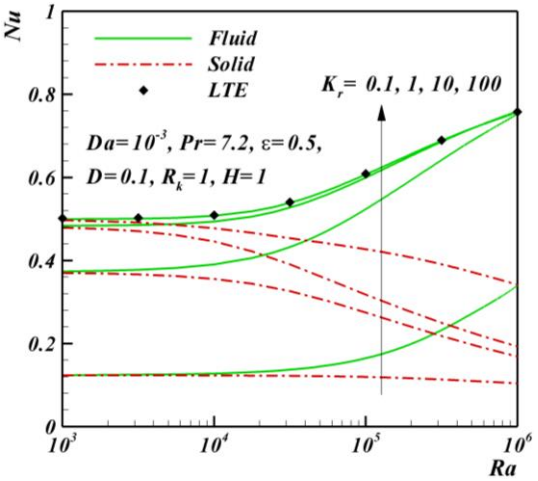
شکل ۳:تغییرات عدد ناسلت متوسط فازهای سیال و جامد محیط متخلخل با Ra برای مقادیر مختلف Da

شکل ۴ تغییرات عدد ناسلت متوسط فازهای سیال و جامد محیط متخلخل با عدد رایلی را برای مقادیر مختلف K_r در مقادیر پارامترهای مورد نظر نشان می‌دهد. افزایش K_r باعث افزایش ضریب هدایت حرارتی سیال نسبت به جامد شده و مقاومت حرارتی آن را کاهش می‌دهد. در نتیجه عدد ناسلت متوسط فاز سیال با افزایش K_r افزایش می‌یابد. همچنین مشخص است که تغییرات دمایی سیال بر گرادیان دمای فاز جامد تأثیر مثبت می‌گذارد. بنابراین، مقدار ناسلت متوسط فاز جامد نیز با افزایش K_r بیشتر می‌شود. این افزایش در مقادیر ناسلت متوسط هر دو فاز با K_r در تمامی محدوده‌ی اعداد رایلی برقرار است، ولی میزان این افزایش با بیشتر شدن مقدار عدد رایلی کاهش می‌یابد، تا جایی‌که در Ra=۱۰۶، افزایش نسبت ضرایب هدایت حرارتی K_r تأثیر چشم‌گیری بر نرخ انتقال حرارت در فاز سیال نخواهد داشت؛ البته این شرایط فقط برای مقادیر K_r بزرگتر از واحد برقرار می‌باشد. در شکل ۴ نتایج حاصل از مدل تعادل حرارتی برای مقایسه با مدل عدم تعادل حرارتی نیز ارائه شده است. نتایج مدل تعادل حرارتی با نتایج مدل عدم تعادل حرارتی در مقادیر بالای نسبت ضریب هدایت حرارتی سیال به جامد (K_r=۱۰۰) یکسان می‌باشد. بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت که مدل تعادل حرارتی برای محیط متخلخل فقط در مقادیر بالای K_r، یعنی جایی‌که تغییرات ناسلت متوسط فاز سیال بیشترین مقدار خود را دارد، معتبر است.

تغییرات عدد ناسلت متوسط فازهای سیال و جامد محیط متخلخل با پارامتر نسبت ضریب هدایتی دیوار به سیال R_k برای

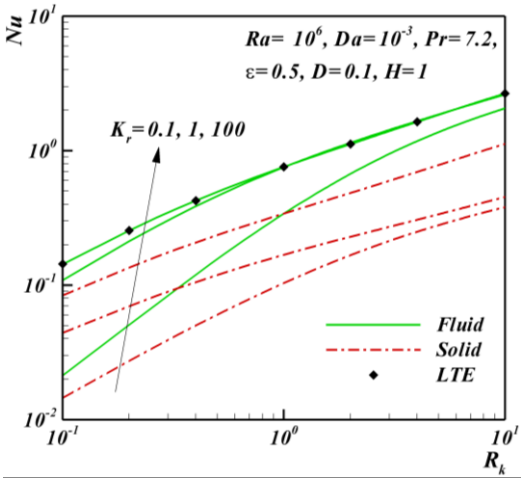
[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20089813.1395.3.3.3.6]

مقادیر مختلف K_r بررسی و نتایج حاصل در شکل ۵ به تصویر کشیده شده است. با افزایش R_k ضریب هدایت حرارتی دیوار به سیال بیشتر شده و مقاومت حرارتی دیوار کاهش می‌یابد. در این حالت، اختلاف دمای بین سطوح سمت چپ و راست محیط متخلخل کم شده و منجر به کاهش مقدار عدد رایلی مؤثر می‌شود. بر همین اساس، همان‌طور که در شکل ۵ مشاهده می‌شود، مقادیر عدد ناسلت متوسط فازهای سیال و جامد محیط متخلخل با افزایش R_k در تمامی مقادیر K_r بیشتر می‌شوند. این روند افزایشی برای مقادیر کمتر K_r از نرخ افزایشی بیشتری برخوردار است. همان‌طور که می‌دانیم، افزایش K_r باعث بهبود انتقال حرارت در محیط متخلخل می‌شود. اما این افزایش در مقادیر بالای R_k، به‌دلیل تأثیر بیشتر R_k در بهبود انتقال حرارت کمتر می‌شود. علاوه بر این، نتایج نشان می‌دهند که تغییرات عدد ناسلت متوسط فاز سیال با R_k برای مقادیر K_r=۱۰ و K_r=۱۰۰ تقریباً یکسان بوده و افزایش بیشتر K_r تأثیر قابل توجهی در افزایش انتقال حرارت توسط سیال ندارد. از طرفی، نتایج مدل تعادل حرارتی با حداکثر مقدار ناسلت متوسط فاز سیال که در K_r=۱۰۰ اتفاق می‌افتد، هم‌تراز می‌باشد. این هم‌ترازی نشان‌دهنده‌ی مناسب بودن فرض تعادل حرارتی در مقادیر بالای K_r می‌باشد.



شکل ۴: تغییرات عدد ناسلت متوسط فازهای سیال و جامد محیط متخلخل با *Ra* برای مقادیر مختلف K_r

شکل ۶ تغییرات عدد ناسلت متوسط فازهای سیال و جامد محیط متخلخل با R_k را برای مقادیر مختلف ضخامت دیوارها D نشان می‌دهد. همانند نتایج پیشین، مشاهده می‌شود که افزایش R_k عاملی بر افزایش مقدار اعداد ناسلت متوسط می‌باشد. این روند افزایشی به‌طور پیوسته در شکل ۶ برای هر یک از مقادیر D دیده می‌شود. لازم به ذکر است که نرخ افزایش اعداد ناسلت متوسط با R_k برای دیوارهای نازک (D=۰/۰۵) کم و برای دیوارهای ضخیم (D=۰/۲ و D=۰/۴) بیشتر می‌باشد؛ به عبارت دیگر، افزایش R_k تأثیر بیشتری بر بهبود انتقال حرارت در محفظه‌هایی با دیوارهای ضخیم‌تر دارد. نکته مهم دیگری که می‌توان از نتایج ارائه شده در شکل ۶ استخراج کرد، وجود نقطه بحرانی برای پارامتر R_k تقریباً در مقدار R_k=۳ می‌باشد که تأثیر به‌سزایی در تغییرات مقادیر اعداد ناسلت متوسط با D دارد. این تأثیر به‌گونه‌ای است که قبل از این نقطه بحرانی، اعداد ناسلت متوسط با افزایش مقدار D کاهش پیدا می‌کنند، ولی بعد از این مقدار، تغییرات اعداد ناسلت متوسط با D غیرمعمول می‌شود. برای روشن شدن علت چنین رفتاری باید در نظر داشت که افزایش مقاومت حرارتی دیوار که باعث کاهش اعداد ناسلت متوسط می‌شود، بستگی به کاهش مقدار R_k و افزایش مقدار D دارد. بر همین اساس، وقوع نقطه بحرانی به غلبه‌ی تأثیر R_k بر D وابسته است. هنگامی‌که R_k تقریباً بزرگتر از سه باشد، میزان ضریب هدایت حرارتی دیوار به‌اندازه‌ای است که بر مقاومت حرارتی ناشی از ضخامت دیوار غلبه کند. بنابراین، در این حالت، اعداد ناسلت متوسط برای محفظه‌هایی با دیوارهای ضخیم‌تر بیشتر می‌شود. همچنین با توجه به شکل ۶ می‌توان دریافت که مدل تعادل حرارتی برای محیط متخلخل در مقادیر بالای K_r و H، به‌دلیل نزدیکی مقادیر اعداد ناسلت متوسط فازهای سیال و جامد به هم با تقریب خوبی قابل قبول است.

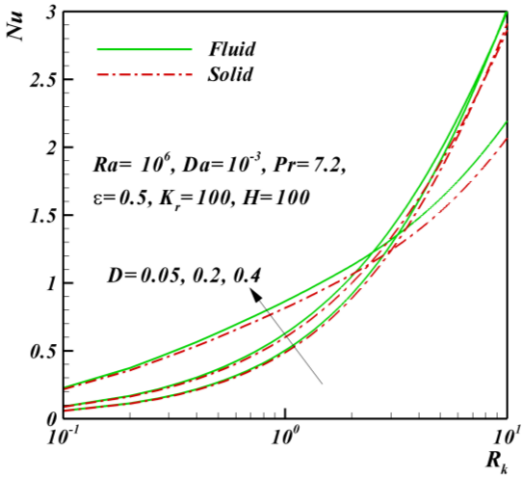


شکل ۵: تغییرات عدد ناسلت متوسط فازهای سیال و جامد محیط متخلخل با R_k برای مقادیر مختلف K_r

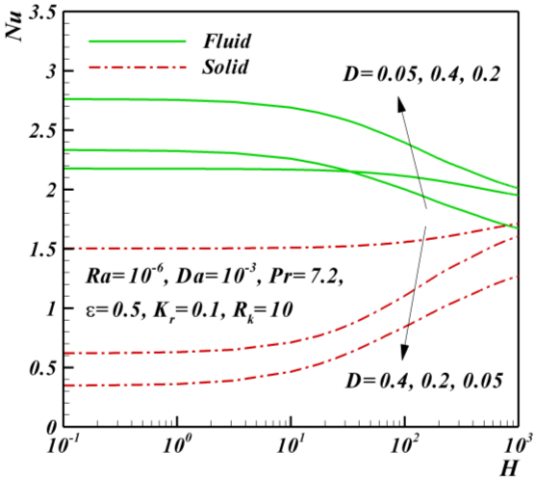
در نهایت، شکل ۷ تغییرات عدد ناسلت متوسط فازهای سیال و جامد محیط متخلخل با H را برای مقادیر مختلف ضخامت دیوارها D نشان می‌دهد. نتایج نشان می‌دهند که با افزایش H مقادیر عدد ناسلت متوسط فاز سیال و فاز جامد به‌ترتیب کاهش و افزایش می‌یابند. این تغییرات مربوط به افزایش ارتباطات و برهمکنش‌های حرارتی بین فازهای سیال و جامد محیط متخلخل و در نتیجه، کاهش اختلاف دما بین این دو فاز است. تغییرات اعداد ناسلت متوسط در مقادیر کم H چشم‌گیر نیست ولی این تغییرات در مقادیر بالاتر H بیشتر می‌شود. نتایج بار دیگر نشان می‌دهند که اعداد ناسلت متوسط در روندی غیرمعمول با افزایش ضخامت دیوار افزایش می‌یابند. این روند به این خاطر است که مقدار R_k مورد استفاده در این بررسی (R_k=۱۰) بیش از مقدار

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20089813.1395.3.3.3.6]

نقطه بحرانی بحث شده در شکل ۶ می‌باشد. اما با وجود این، عدد ناسلت متوسط فاز سیال برای حالتی که دیوارها ضخیم باشند (D=۰/۴)، رفتاری متفاوت داشته و مشاهده می‌شود که ناسلت متوسط فاز سیال برای محدوده‌ی H کمتر از ۳۰، کمترین مقدار در بین دیگر مقادیر D را دارد. همچنین مشاهده می‌شود که مقادیر ناسلت متوسط هر دو فاز با افزایش مقدار H به یکدیگر نزدیک می‌شوند. در چنین حالتی می‌توان نتیجه گرفت که در مقادیر بالای H، فرض تعادل حرارتی معتبر می‌باشد.



شکل ۶: تغییرات عدد ناسلت متوسط فازهای سیال و جامد محیط متخلخل با R_k برای مقادیر مختلف D



شکل ۷: تغییرات عدد ناسلت متوسط فازهای سیال و جامد محیط متخلخل با H برای مقادیر مختلف D

لازم به ذکر است که تأثیر عدد پرانتل بر میزان انتقال حرارت درون محفظه متخلخل در محدوده‌ی وسیعی از آن (۱۰۰۰-Pr=۰/۰۲۶) مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان داد که تغییرات عدد پرانتل تأثیر چشم‌گیری بر میزان انتقال حرارت درون محفظه ندارد و تغییرات اعداد ناسلت متوسط هر یک از فازهای محیط متخلخل در تمامی مقادیر عدد پرانتل یکسان می‌باشند. بنابراین، نمودار تغییرات عدد ناسلت متوسط فازهای سیال و جامد محیط متخلخل با عدد پرانتل به منظور اختصار در این مقاله به تصویر کشیده نشده است.

۵- نتیجه‌گیری

انتقال حرارت هدایت- جابجایی طبیعی همبسته در یک محفظه متخلخل غیر دارسی پر شده با سیال مورد بررسی قرار گرفت. دیواره‌های افقی عایق و دیواره‌های عمودی به‌صورت جزئی در دو دمای متفاوت گرم شدند. ساختار محیط متخلخل همگن فرض شد و مدل عدم تعادل حرارتی بین فازهای سیال و جامد محیط متخلخل اعمال شد. معادلات حاکم پس از بی‌بعدسازی با روش المان محدود گالرکین به‌صورت عددی حل شدند و اثرات پارامترهای مختلف بر میزان انتقال حرارت درون محفظه متخلخل مورد بررسی قرار گرفت. اصلی‌ترین نتایج برای پژوهش حاضر را می‌توان به‌صورت زیر خلاصه کرد:

۱- عدد ناسلت متوسط فازهای سیال و جامد با افزایش عدد رایلی به‌ترتیب افزایش و کاهش می‌یابند؛ البته در مقادیر پایین عدد رایلی، ناسلت متوسط هر دو فاز با افزایش عدد رایلی تغییر چشم‌گیری نداشته و مقادیر آن‌ها یکسان می‌باشد.

۲- افزایش عدد دارسی باعث افزایش عدد ناسلت متوسط سیال و کاهش عدد ناسلت متوسط فاز جامد محیط متخلخل می‌شود. همچنین تأثیر عدد دارسی بر اعداد ناسلت متوسط در مقادیر بالای عدد رایلی بیشتر می‌باشد.

۳- با افزایش نسبت ضریب هدایت حرارتی سیال به جامد K_r، عدد ناسلت متوسط برای هر یک از فازهای سیال و جامد افزایش می‌یابد. باید توجه داشت که تأثیر K_r بر اعداد ناسلت متوسط در مقادیر بالای K_r کمتر می‌شود. همچنین مقادیر عدد ناسلت متوسط در شرایط تعادل حرارتی و عدم تعادل حرارتی در مقادیر بالای K_r یعنی جایی‌که بیشترین نرخ انتقال حرارت به‌دست می‌آید، یکسان می‌باشند.

۴- افزایش نسبت ضریب هدایت حرارتی دیوار به سیال R_k باعث بهبود انتقال حرارت جابجایی و افزایش عدد ناسلت متوسط برای فازهای سیال و جامد محیط متخلخل می‌شود.

۵- به‌طور کلی، افزایش ضخامت دیوار D باعث کاهش عدد ناسلت متوسط در هر دو فاز محیط متخلخل می‌شود، ولی بسته به مقدار R_k، نرخ تغییرات عدد ناسلت متوسط با ضخامت دیوار می‌تواند متفاوت می‌باشد. هنگامی که تأثیر مثبت افزایش R_k بر بهبود انتقال حرارت بر تأثیر منفی افزایش D بر انتقال حرارت غالب

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-09]
[DOR: 20.1001.1.20089813.1395.3.3.3.6]

شود، نقطه بحرانی R_k=۳ در نمودار تغییرات عدد ناسلت متوسط با R_k برای مقادیر مختلف D ایجاد می‌شود که قبل از این مقدار همان حالت کاهشی مذکور برای ناسلت متوسط رخ می‌دهد ولی بعد از آن شاهد افزایش عدد ناسلت متوسط با ضخامت دیوار خواهیم بود.

۶- اعداد ناسلت متوسط در مقادیر پایین H ثابت بوده و مستقل از تغییرات H می‌باشند. اما، با افزایش هرچه بیشتر H در مقادیر بالای آن، عدد ناسلت متوسط فاز سیال بر خلاف فاز جامد کاهش می‌یابد. همچنین بسته به مقدار ضخامت دیوار، نرخ تغییرات اعداد ناسلت متوسط با H می‌تواند متفاوت باشد.

فهرست علائم

علائم انگلیسی	
d	ضخامت دیوار، m
D	ضخامت بی‌بعد دیوار
Da	عدد دارسی
g	شتاب جاذبه، m/s^2
h_{fs}	ضریب انتقال حرارت جابجایی بین فازهای سیال و جامد محیط متخلخل، $W/m^3 K$
H	ضریب انتقال حرارت جابجایی بی بعد
k	ضریب هدایت حرارتی، W/m K
K	ضریب نفوذپذیری محیط متخلخل، m^2
K_r	نسبت ضریب هدایت حرارتی سیال به فاز جامد محیط متخلخل
L	طول محفظه مربعی، m
Nu	عدد ناسلت متوسط
Nu_y	عدد ناسلت محلی
P	فشار، Pa
P	فشار بی‌بعد
Pr	عدد پرانتل
Q_w	انتقال حرارت متوسط بی‌بعد از طریق دیوار
Q_{wy}	انتقال حرارت محلی بی‌بعد از طریق دیوار
Ra	عدد رایلی
R_k	نسبت ضریب هدایت حرارتی دیوار به سیال
T	دما، K
u ،v	مولفه‌های سرعت در راستای x و y، m/s
U ،V	مولفه‌های سرعت بی‌بعد در راستای x و y
x ،y	مختصات کارتزین، m
X ،Y	مختصات بی‌بعد کارتزین
علائم یونانی	
α	ضریب نفوذ حرارتی، m^2/s
B	ضریب انبساط حرارتی سیال، 1/k
Δ	اختلاف مقدار
ε	ضریب تخلخل محیط متخلخل
Θ	دمای بی‌بعد
μ	لزجت دینامیکی، kg/m s
υ	لزجت سینماتیک، m^2/s
ρ	چگالی، kg/m^3
(ρc)	ظرفیت گرمایی مؤثر، $J/K\ m^3$
زیرنویس	
0	خصوصیات مرجع
c	سرد
eff	مؤثر
f	سیال
h	گرم
s	جامد
w	دیوار

مراجع

[1] M. Hortmann, M. Perić, G. Scheuerer, Finite volume multigrid prediction of laminar natural convection: Bench-mark solutions, International journal for numerical methods in fluids, 11(2) (1990) 189-207.

[2] G. Barakos, E. Mitsoulis, D. Assimacopoulos, Natural convection flow in a square cavity revisited: laminar and turbulent models with wall functions, International Journal for Numerical Methods in Fluids, 18(7) (1994) 695-719.

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-09]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1395.3.3.3.6]

[3] H.F. Oztop, E. Abu-Nada, Numerical study of natural convection in partially heated rectangular enclosures filled with nanofluids, International Journal of Heat and Fluid Flow, 29(5) (2008) 1326-1336.
[4] K.L. Walker, G.M. Homsy, Convection in a porous cavity, Journal of Fluid Mechanics, 87(03) (1978) 449-474.
[5] A. Bejan, On the boundary layer regime in a vertical enclosure filled with a porous medium, Letters in Heat and Mass Transfer, 6(2) (1979) 93-102.
[6] V. Prasad, F. Kulacki, Convective heat transfer in a rectangular porous cavity-effect of aspect ratio on flow structure and heat transfer, Journal of Heat Transfer, 106(1) (1984) 158-165.
[7] M. Ghalambaz, M.A. Sheremet, I. Pop, Free Convection in a Parallelogrammic Porous Cavity Filled with a Nanofluid Using Tiwari and Das' Nanofluid Model, PloS one, 10(5) (2015) e0126486.
[8] D. Kim, R. Viskanta, Study of the effects of wall conductance on natural convection in differently oriented square cavities, Journal of Fluid Mechanics, 144(1) (1984) 153-176.
[9] G.V. Kuznetsov, M.A. Sheremet, Conjugate natural convection with radiation in an enclosure, International Journal of Heat and Mass Transfer, 52(9) (2009) 2215-2223.
[10] N.H. Saeid, Conjugate natural convection in a porous enclosure: effect of conduction in one of the vertical walls, International Journal of Thermal Sciences, 46(6) (2007) 531-539.
[11] A.J. Chamkha, M.A. Ismael, Conjugate heat transfer in a porous cavity heated by a triangular thick wall, Numerical Heat Transfer, Part A: Applications, 63(2) (2013) 144-158.
[12] M.A. Sheremet, I. Pop, Conjugate natural convection in a square porous cavity filled by a nanofluid using Buongiorno's mathematical model, International Journal of Heat and Mass Transfer, 79 (2014) 137-145.
[13] M.A. Ismael, T. Armaghani, A.J. Chamkha, Conjugate heat transfer and entropy generation in a cavity filled with a nanofluid-saturated porous media and heated by a triangular solid, Journal of the Taiwan Institute of Chemical Engineers, 59 (2016) 138-151.
[14] A. Ben-Nakhi, A.J. Chamkha, Conjugate natural convection around a finned pipe in a square enclosure with internal heat generation, International Journal of Heat and Mass Transfer, 50(11) (2007) 2260-2271.
[15] M.A. Sheremet, I. Pop, Natural convection in a wavy porous cavity with sinusoidal temperature distributions on both side walls filled with a nanofluid: Buongiorno's mathematical model, Journal of Heat Transfer, 137(7) (2015) 072601.
[16] A. Alsabery, A. Chamkha, H. Saleh, I. Hashim, Heatline visualization of conjugate natural convection in a square cavity filled with nanofluid with sinusoidal temperature variations on both horizontal walls, International Journal of Heat and Mass Transfer, 100 (2016) 835-850.
[17] A.C. Baytas, I. Pop, Free convection in a square porous cavity using a thermal nonequilibrium model, International Journal of Thermal Sciences, 41(9) (2002) 861-870.
[18] N.H. Saeid, Conjugate natural convection in a porous enclosure sandwiched by finite walls under thermal nonequilibrium conditions, Journal of Porous Media, 11(3) (2008).
[19] K. Vafai, C. Tien, Boundary and inertia effects on flow and heat transfer in porous media, International Journal of Heat and Mass Transfer, 24(2) (1981) 195-203.
[20] K. Vafai, S. Kim, On the limitations of the Brinkman-Forchheimer-extended Darcy equation, International Journal of Heat and Fluid Flow, 16(1) (1995) 11-15.
[21] D.A. Nield, A. Bejan, Convection in porous media, fourth ed., Springer Science & Business Media, 2013.
[22] J.N. Reddy, An introduction to the finite element method, McGraw-Hill New York, 1993.

[Downloaded from jeed.dezful.iau.ir on 2026-11-09]

[DOR: 20.1001.1.20089813.1395.3.3.3.6]