

بررسی تاثیر زاویه نیروی مغناطیسی بر انتقال حرارت درون یک محفظه پر شده از نانوسیال

محمد یوری^۱، محمد قلم باز^{۲*}

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، واحد دزفول، دانشگاه آزاد اسلامی، دزفول، ایران
^۲ استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، واحد دزفول، دانشگاه آزاد اسلامی، دزفول، ایران

دریافت: پاییز ۹۶ پذیرش: پاییز ۹۷

چکیده

هدف از انجام پژوهش حاضر، بررسی تاثیر زاویه نیروی مغناطیسی بر انتقال حرارت درون یک محفظه مربعی شکل پر شده از نانوسیال می باشد. محفظه به شکل مربعی بوده و نانوذرات به شکل همگن درون محفظه پراکنده شده اند. دیواره های بالا و پایین به صورت عایق حرارتی و دمای دیواره عمودی سمت چپ بیشتر از دیواره عمودی سمت راست می باشد. معادلات حاکم بر جریان و انتقال حرارت نانوسیال با استفاده از روش شبکه لاگرانژی-ویلری (ALE) ارایه شده و سپس به شکل بی بعد خود انتقال یافتند. معادلات به دست آمده با استفاده از روش المان محدود حل شدند. صحت نتایج به دست آمده در مقایسه با پژوهش های معتبر پیشین آزموده شده است. نتایج نشان داد میدان مغناطیسی می تواند موجب افزایش و یا کاهش انتقال حرارت شود. تاثیر حضور میدان مغناطیسی با پارامترهایی از قبیل زاویه میدان مغناطیسی و عدد هارتمن سنجیده می شود. افزایش زاویه میدان مغناطیسی از ۰ درجه (در جهت محور افقی) سبب افزایش انتقال حرارت می شود. این امر به جهت تغییر در رژیم جریان درون محفظه به واسطه تغییر در زاویه میدان مغناطیسی صورت می پذیرد. با رسیدن به زاویه ۳۰ درجه انتقال حرارت به بیشینه خود می رسد و با افزایش مجدد زاویه میدان مغناطیسی، انتقال حرارت کاهش خواهد یافت. رسیدن به زاویه ۹۰ درجه نتایج مشابه با زاویه ۰ درجه را نشان می دهد.

* عهده دار مکاتبات: m.ghalambaz@iaud.ac.ir

کلمات کلیدی: محفظه بسته، نانو سیال، نیروی مغناطیسی

۱- مقدمه

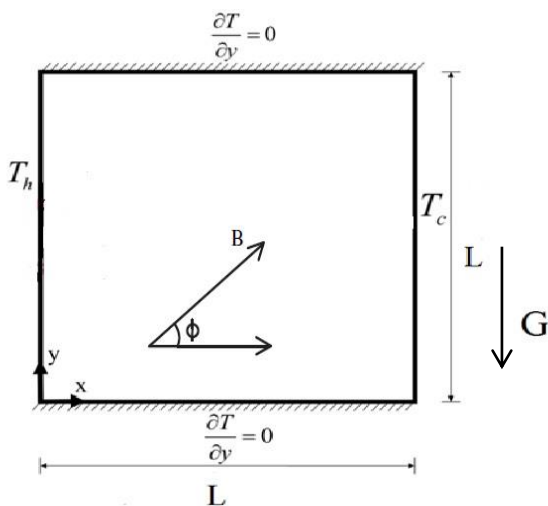
شود. تاثیر وجود میدان مغناطیسی بر سیالات مبحث بسیار جدیدی است که در پژوهش های بسیار کمی مدلسازی شده و مورد توجه قرار گرفته است. لذا در پژوهش حاضر انتقال حرارت جابجایی طبیعی درون محفظه مربعی شکل پر شده از نانوسیال در حضور میدان مغناطیسی مورد مدلسازی و مطالعه قرار خواهد گرفت. خانافر و همکاران [۱]، به نوعی اولین محققانی بودند که به صورت عددی انتقال حرارت نانوسیال را در محفظه های مربعی شکل، شبیه سازی نمودند. آنها از مدل و سپس برای رسانش حرارتی و از مدل برینکمن برای لزجت استفاده کردند. نتایج آنها نشان می داد با افزایش کسر حجمی نانوذرات، انتقال حرارت نیز افزایش می یافت. جانگ و چوی [۲]، مشخصه های حرارتی انتقال حرارت جابجایی آزاد در محفظه های مستطیلی را به صورت تک فاز مطالعه کردند. آنها در پژوهش خود از نانوذرات مس و الماس بهره بردند. نتایج این پژوهش نشان می داد که در محفظه های مستطیلی، نانوسیال ها دارای پایداری و ضریب انتقال حرارت بزرگ تری نسبت به سیال های خالص می باشند. هوانگ و همکاران [۳]، مشخصه های حرارتی انتقال حرارت جابجایی طبیعی در محفظه های بسته را از مدل تک فاز بررسی کردند. آنها برای سیال پایه از آب و برای نانوسیال از آلومینا بهره بردند. نتایج این پژوهش حاکی از آن است که اگر، کسر حجمی نانوذرات و دمای متوسط نانوسیال

در دو دهه گذشته به علت کاربردهای فراوان محققان توجه زیادی به جابه جایی آزاد داشته اند. تاکنون مطالعات عددی و تجربی بسیاری در مورد جنبه های مختلف کاربرد انتقال حرارت جابه جایی آزاد در محفظه ها صورت گرفته است. امروزه جابجایی طبیعی در محفظه های بسته پردهار به علت تنوع گسترده ای که در کاربردهای مهندسی پیدا کرده مورد بررسی و پژوهش محققان و مهندسان قرار گرفته است. این نوع تکنولوژی در خنک سازی قطعات الکترونیکی و کامپیوترها، تهویه اتاق، ایزوله سازی راکتورها و کلکتورهای خورشیدی و رشد کریستال ها از پدیده های مهم محسوب می شود. وجود میدان های مغناطیسی نیز در بسیاری از جریان های طبیعی و صنایع تأثیرگذار هستند. وجود میدان مغناطیسی و اثر آن بر جریان سیال باعث ایجاد جریان هایی از نوع مگنتوهیدرودینامیک می گردد. مگنتو هیدرودینامیک دینامیک شاره های رسانای الکتریکی همانند پلاسما و فلزات مایع را مورد مطالعه قرار می دهد. وجود میدان مغناطیسی می تواند به صورت خواسته و در نقش کنترل کننده جریان و انتقال حرارت وارد سیستم شود و یا اینکه ناخواسته و در اثر وجود المنت و دیگر اجزای پر توان در سیستم ظاهر

کردند که در نتیجه آن دریافتند که میدان مغناطیسی با زاویه متمایل بر جریان و نرخ انتقال حرارت در محفظه تاثیر دارد. آنها به این نتیجه رسیدند که با افزایش عدد هارتمن با هر زاویه‌ای عدد ناسلت متوسط به صورت غیر خطی کاهش می‌یابد. رایلی، در حضور یک پره رسانا، انتقال حرارت نیز دست‌خوش تغییر معنادار خواهد شد. هدف از پژوهش حاضر بررسی تاثیر زاویه نیروی مغناطیسی بر انتقال حرارت درون یک محفظه مربعی شکل پر شده از نانوسیال می‌باشد. در بخش حاضر، اثرات نیروی مغناطیسی با توجه به پارامترهای مهم و اثرگذار از جمله مقدار نیروی مغناطیسی و زاویه بر انتقال حرارت درون یک محفظه پر شده از نانوسیال می‌باشد.

۲- بیان مسئله

در پژوهش حاضر انتقال حرارت طبیعی یک حفره پر شده از نانو ذرات که تحت تاثیر نیروی مغناطیسی با زاویای متفاوت می‌باشد، مورد بررسی قرار می‌گیرد. سیال مورد نظر تراکم ناپذیر، نیوتنی و جریان بصورت دو بعدی در نظر گرفته شده است. جهت آسان نمودن مدل‌سازی، از یک محفظه مربع شکل با طول ضلع L استفاده شده است. دمای دیواره سمت چپ (دمای بالا) T_h و دمای دیواره سمت راست (دمای پایین) T_c می‌باشند. ضمن اینکه دیواره‌های بالا و پایین عایق در نظر گرفته شده‌اند. اختلاف دمای مرزهای محفظه محدود است و ابعاد محفظه نسبتاً کوچک است. بنابراین، در مدل‌سازی نیروهای شناوری فرض مدل بوزینسک در نظر گرفته خواهد شد و از اثرات تشعشع صرف‌نظر خواهد شد. از طرفی، به دلیل کوچک بودن ابعاد محفظه و در نظر گرفتن اختلاف دمای محدود، معادلات حاکم بر جریان نانوسیال از نوع آرام خواهد بود. نیروی مغناطیسی به بزرگی B و با زاویه ϕ به محفظه وارد می‌شود که این مقادیر متغییر بوده و مورد مطالعه قرار خواهند گرفت.



شکل ۱: شماتیک مسئله پژوهش حاضر

۳- معادلات حاکم

برای فاز نانو سیال درون محفظه بسته معادلات پیوستگی سیال (بقای جرم)، مومنتوم در راستای افقی و عمودی و بقای انرژی، ساختار اصلی معادلات حاکم در دیدگاه لاگرانژی-اولیاری راتشکیل می‌دهند [۹]:

افزایش و اندازه نانوذرات کاهش یابند، پایداری نانوسیال آب-آلومینا از سیال خالص آب بیشتر خواهد شد. ژوو و ژنگ [۴]، بهبود انتقال حرارت جابجایی طبیعی در محفظه‌های بسته را به‌صورت عددی و از روش تک‌فازی مورد مطالعه قرار دادند. آنها در پژوهش خود برای تحلیل عملکرد انتقال حرارت، پارامترهایی همچون کسر حجمی، عدد گراشف و نسبت متناظر محفظه را بررسی کردند. از نتایج این پژوهش می‌توان به افزایش متوسط انتقال حرارت در اثر افزایش ترم شناوری و کسر حجمی نانوذرات، اشاره نمود. رودرایه و همکاران [۵] انتقال حرارت جابجایی طبیعی یک سیال رسانای الکتریکی را در محفظه مستطیلی با در نظر گرفتن میدان مغناطیس به صورت عددی مورد بررسی قرار دادند. دیواره‌های عمودی به صورت دماثابت و در دماهای گرم و سرد و همچنین دیواره‌های افقی بالا و پایین به صورت عایق در نظر گرفته شد. انتقال حرارت در محفظه به ازای اعداد مختلف گراشف و هارتمن با در نظر گرفتن عدد پرانتل $0.7/33$ مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان می‌داد با افزایش عدد گراشف میزان انتقال حرارت از محفظه، افزایش می‌یافت و این در حالی است که با افزایش عدد هارتمن از میزان نرخ انتقال حرارت کاسته می‌شود و بدین ترتیب می‌توان گفت که تاثیر مغناطیس در تضعیف انتقال حرارت است. پیرمحمدی و قاسمی [۶] انتقال حرارت جابجایی طبیعی در محفظه شیب دار را با در نظر گرفتن میدان مغناطیس را مورد تحلیل عددی قرار دادند. حل به صورت پایا و با در نظر گرفتن جریان آرام انجام گرفته بود. ضلع پایین و بالایی محفظه به ترتیب در دمای گرم و سرد به صورت دماثابت فرض شده و از طرفی محفظه از گالیوم پر شده است. نتایج حاکی از آن است که با در نظر گرفتن زاویه شیب برای محفظه، با افزایش عدد هارتمن، میزان انتقال حرارت رو به تضعیف خواهد رفت. این در حالیست که در عدد رایلی 10^4 (جایی که رژیم آرام است) عدد ناسلت به شدت تحت تاثیر زاویه شیب و به میزان کمی تحت تاثیر عدد هارتمن است. بیشترین میزان انتقال حرارت در عدد رایلی 10^5 Ra در زاویه شیب 45° است. شیخ الاسلامی و همکاران [۷] همچنین تاثیر میدان مغناطیسی بر انتقال حرارت همرفت طبیعی درون محفظه مربعی با در نظر گرفتن یک استوانه در مرکز را مورد بررسی قرار دادند. استوانه درون محفظه به صورت شار ثابت فرض شد. در حالی که دیواره‌های محفظه در دمای سرد به صورت دماثابت در نظر گرفته شده بود. نانوسیال استفاده شده نیز اکسید آلومینیوم-آب است. نتایج نشان می‌داد که افزایش عدد هارتمن، کاهش عدد ناسلت را در پی دارد. در حالی که افزایش عدد رایلی، کسر حجمی نانوذرات و همچنین نسبت اندازه استوانه به دیواره موجب افزایش عدد ناسلت است. مالوندی و گنجی [۸] تاثیر میدان مغناطیسی را بر نانوسیال عبوری از کانال مورد بحث قرار دادند. نانوسیال مورد استفاده اکسید آلومینیوم-آب بود و دیواره کانال به صورت شار ثابت در نظر گرفته شده است. نتایج نشان می‌داد نانوذرات از مجاورت دیواره گرم به مرکز کانال سوق پیدا می‌کنند و توزیع به صورت ناهمگن می‌شود. از طرفی حضور میدان مغناطیسی گرادیان سرعت در مجاورت دیواره‌ها افزایش پیدا کرده و بدین ترتیب نرخ انتقال حرارت و افت فشار در کانال نیز افزایش پیدا می‌کند. ساتیامورتی و چمخا [۹] انتقال حرارت جابجایی طبیعی در محفظه مربعی بسته با وجود نیروی مغناطیسی را مورد بررسی قرار داده‌اند. آنها عدد ناسلت را با وجود نیروی مغناطیسی در دو زاویه بررسی

می‌گردد، دمای نانوسیال موجود درون محفظه در لحظه ابتدایی برابر دمای میانگین (T_p) دو دیواره سرد و گرم در نظر گرفته شده؛ ضمن اینکه سرعت سیال در لحظه ابتدایی نیز برابر صفر لحاظ شده است:

$$T(x^*, y^*, 0) = \frac{T_h + T_c}{2} = T_p \quad 0 < x^*, y^* < L \quad (7)$$

$$\psi^*(x^*, y^*, 0) = 0 \quad 0 < x^*, y^* < L \quad (8)$$

۴-بی بعد سازی معادلات حاکم

به منظور دستیابی به شکل استاندارد و بی بعد معادلات پیوستگی، مونتوم و حرارت فاز سیال یعنی معادلات (۱-۳) و نیز معادلات حرارت می‌بایست این مجموعه معادلات را به شکل بی بعد خود تبدیل نمود. بدین منظور از روابط ذیل برای بی بعد سازی معادلات یاد شده استفاده شده است:

$$x = \frac{x^*}{L}, y = \frac{y^*}{L}, u = \frac{u^* L}{\alpha_f}, v = \frac{v^* L}{\alpha_f}, \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c},$$

$$P = \frac{L^2 P^*}{\rho_f \alpha_f^2}, Ra = \frac{g \beta_f (T_h - T_c) L^3}{\alpha_f \nu_f}, Ha = LB \sqrt{\frac{\rho_f}{\mu_f}} \quad (9)$$

$$\psi = \frac{\psi^*}{\alpha_f}, t = \frac{t^* \alpha_f}{L^2}, Pr = \frac{\nu_f}{\alpha_f}$$

پس از اعمال روابط (۹) در معادلات (۱) تا (۵) معادلات بی بعد زیر به دست می‌آیند [۹]:

$$\nabla v = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -\frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{\partial p}{\partial x} + \left(\frac{\rho_f}{\rho_{nf}}\right) \left(\frac{\mu_{nf}}{\mu_f}\right) Pr \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) + \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{\partial \theta}{\partial y} Pr Ha^2 (v \sin \varnothing \cos \varnothing - u \sin^2 \varnothing) \quad (11)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + v \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = -\frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{\partial p}{\partial y} + \left(\frac{\rho_f}{\rho_{nf}}\right) \left(\frac{\mu_{nf}}{\mu_f}\right) Pr \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) + \frac{(\rho \beta)_{nf}}{\rho_{nf} \beta_f} Pr Ra \theta + \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{\partial \theta}{\partial x} Pr Ha^2 (u \sin \varnothing \cos \varnothing - v \cos^2 \varnothing) \quad (12)$$

$$\frac{(\rho c_p)_{nf}}{(\rho c_p)_f} \frac{\partial \theta}{\partial t} \left[u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} \right] = \frac{k_{nf}}{k_f} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) \quad (13)$$

در این معادلات اعداد بی بعد رایلی (Ra) و پرانتل (Pr) نقش بسزایی در درک بهتر و آسان نمودن نمایش نتایج دارند. همچنین عدد هارتمن (Ha) بیانگر میزان نیروی مغناطیسی می‌باشد.

همانگونه که در رابطه (۱۱) و (۱۲) مشاهده می‌کنید رسانندگی الکتریکی سیال با افزودن نانو ذره تغییر می‌کند که در رابطه فوق نسبت رسانندگی الکتریکی نانوسیال به سیال پایه به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = \frac{1}{\rho_{nf}} \left[-\frac{\partial p^*}{\partial x^*} + \mu_{nf} \left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \right) + \epsilon_{nf} B^2 (u^* \sin \varnothing \cos \varnothing - v^* \cos^2 \varnothing) \right] \quad (2)$$

$$\frac{\partial v^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial v^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = \frac{1}{\rho_{nf}} \left[-\frac{\partial p^*}{\partial y^*} + \mu_{nf} \left(\frac{\partial^2 v^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial y^{*2}} \right) + (\rho \beta)_{nf} g (T - T_c) + \epsilon_{nf} B^2 (u^* \sin \varnothing \cos \varnothing - v^* \cos^2 \varnothing) \right] \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial T}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial T}{\partial y^*} = \alpha_{nf} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^{*2}} \right) \quad (4)$$

تابع جریان نیز به صورت زیر قابل تعریف خواهد بود:

$$\frac{\partial u^*}{\partial y^*} - \frac{\partial v^*}{\partial x^*} = \nabla^2 \psi^* \quad (5)$$

که در روابط فوق u^* مولفه افقی سرعت سیال، v^* مولفه عمودی سرعت سیال، x^* مولفه افقی مکان و y^* مولفه عمودی مکان می‌باشد. ضمناً α_{nf} و μ_{nf} و ρ_{nf} و β به ترتیب ضریب پخش حرارتی نانو سیال، لزجت دینامیکی نانو سیال، چگالی نانو سیال، ضریب انبساط حجمی و ψ^* تابع جریان می‌باشند. همچنین نیروی مغناطیسی به بزرگی B با زاویه \varnothing به نانوسیال با رسانندگی الکتریکی ϵ_{nf} وارد می‌شود. همان‌طور که می‌دانیم عامل اصلی ایجاد جریان همرفت طبیعی در محفظه وجود ترم نیروی شناوری می‌باشد که در معادله (۳) ترم $(\rho \beta)_{nf} g (T - T_c)$ معرف این نیرو می‌باشد.

۳-۳. شرایط مرزی

از جمله شرایط مرزی حاکم بر مسئله می‌توان به دمای T_h در دیواره گرم سمت چپ و دمای T_c در دیواره سرد سمت راست اشاره نمود. از طرفی دو دیواره افقی بالا و پایین محفظه عایق می‌باشند:

$$T^*(0, y^*, t) = T_h, T^*(L, y^*, t) = T_c$$

$$\left. \frac{\partial T^*}{\partial y^*} \right|_{(x^*, 0, t)} = 0, \left. \frac{\partial T^*}{\partial y^*} \right|_{(x^*, L, t)} = 0 \quad (6)$$

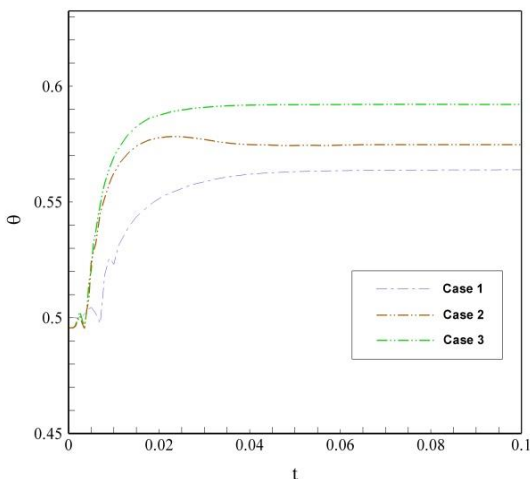
از آنجایی که حل مسئله به صورت ناپایا و وابسته به زمان می‌باشد، می‌بایست شرایط اولی (در لحظه اول حل) را نیز تعیین نمود. روابط زیر شرایط اولیه حاکم بر مسئله را تشکیل می‌دهند. همان‌طور که مشاهده

محدود اشاره کرد. در روش تفاضل محدود، روش حل به صورت شبکه‌ای از نقاط گسسته و یا به صورت گره‌هایی، تقسیم‌بندی می‌شود. سپس معادلات دیفرانسیل پاره ای برای هر گره نوشته شده و مشتقش توسط تفاضلات طبقه بندی شده محدود، جایگزین می‌گردد.

در ادامه به منظور اعتبار سنجی شبکه، محاسبات در چند شبکه مختلف صورت گرفته است. جزئیات مربوط به هر نمونه شبکه حل در جدول (۱) گزارش شده است. سپس برای بررسی کیفیت هر شبکه نقطه‌ای با مختصات معلوم (۰/۶۵ ، ۰/۲۵) فرض شده است و دمای بی‌بعد آن در طول زمان ثبت می‌شود. شکل (۲) دمای بی‌بعد نقطه (۰/۶۵ ، ۰/۲۵) را در طول زمان در نمونه های مختلف شبکه به تصویر می‌کشد. همانطور که از شکل (۲) بر می‌آید نتایج در نمونه اول و پس از آن نمونه دوم، اختلاف معناداری مابین آنها قابل مشاهده است. پس از آن نمونه سوم اختلاف در نتایج کمتر کرده و می‌توان مشاهده کرد که نتایج نمونه دوم و سوم نزدیک به یکدیگر می‌باشند. بدین ترتیب نمونه سوم به عنوان شبکه حل مناسب و پیش فرض در استخراج نتایج انتخاب شده است.

جدول ۱: جزئیات مربوط به هر نمونه شبکه

نمونه ها	تعداد گره دامنه ای	تعداد گره مرزی
نمونه ۱	۱۴۹۴	۱۱۶
نمونه ۲	۲۵۰۲	۱۴۴
نمونه ۳	۶۵۷۶	۳۰۸



شکل ۲: مقایسه مقادیر دمای بی بعد در طول زمان برای نقطه (۰/۶۵ ، ۰/۲۵) در نمونه شبکه مختلف در زمان ابتدایی آغاز حل با در نظر گرفتن $Pr=6/161$ ، $Ra=10^6$ ، $\phi=0.02$

$$\dot{\theta}_r = \frac{\dot{\theta}_{nf}}{\dot{\theta}_f} \quad (14)$$

ذکریا و همکاران [۱۰] در مطالعه‌ای به بررسی رسانندگی الکتریکی نانوذرات پرداختند و به این نتیجه رسیدند که رسانندگی الکتریکی با توجه به کسر حجمی نانو ذره قابل محاسبه می‌باشد که در نتیجه آن روابط زیر را ارائه دادند:

$$\dot{\theta}_r = \frac{\dot{\theta}_{nf}}{\dot{\theta}_f} = 1 - \frac{3}{2}\phi \rightarrow \dot{\theta}_{nf} \ll \dot{\theta}_f$$

$$\dot{\theta}_r = \frac{\dot{\theta}_{nf}}{\dot{\theta}_f} = 1 \rightarrow \dot{\theta}_{nf} = \dot{\theta}_f \quad (15)$$

$$\dot{\theta}_r = \frac{\dot{\theta}_{nf}}{\dot{\theta}_f} = 1 + 3\phi \rightarrow \dot{\theta}_{nf} \gg \dot{\theta}_f$$

که با توجه به نوع نانو ذره و رسانندگی الکتریکی آن و سیال پایه قابل محاسبه می‌باشد. یکی از نکات حائز اهمیت در مطالعه حاضر در روابط (۱۲) و (۱۳)، ترم‌های لزجت دینامیکی نانوسیال (μ_{nf}) و ضریب رسانندگی حرارتی نانوسیال (k_{nf}) می‌باشند که از طریق روابط زیر تعریف می‌شوند [۱۱]:

$$\frac{\mu_{nf}}{\mu_f} = 1 + N\nu C \quad (16)$$

$$\frac{K_{nf}}{K_f} = 1 + NcC \quad (17)$$

قلم باز و همکاران [۱۱] در مطالعه ای برای محاسبه نسبت لزجت دینامیکی نانوسیال به سیال پایه و همچنین نسبت ضریب رسانندگی نانوسیال به سیال پایه دو پارامتر بی بعد به نام عدد لزجت حرارتی ($N\nu$) و عدد رسانندگی حرارتی (Nc) را بدست آوردند که به جنس ، شکل و اندازه نانوذرات، دمای کارکرد و همچنین نوع سیال پایه بستگی داشته، که باتوجه به شرایط می‌تواند متغیر باشد. این عدد عموماً به روش آزمایشگاهی اندازه گیری می‌گردد [۱۱].

در اینجا نیز می‌توان شرایط مرزی را پس از اعمال روابط (۹) به صورت بی‌بعد بازنویسی نمود:

$$\theta(0, y, t) = 1, \theta(1, y, t) = 0$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial y} \right|_{(x,0,t)} = 0, \left. \frac{\partial \theta}{\partial y} \right|_{(x,1,t)} = 0 \quad (18)$$

علاوه بر اعداد بدون بعدی که تاکنون تعریف شده‌اند، عدد بدون بعد ناسلت در بحث انتقال حرارت نیز در نمایش و درک نتایج نقش بسزایی دارد. در اینجا عدد ناسلت برای نانوسیال مورد بررسی قرار گرفته است.

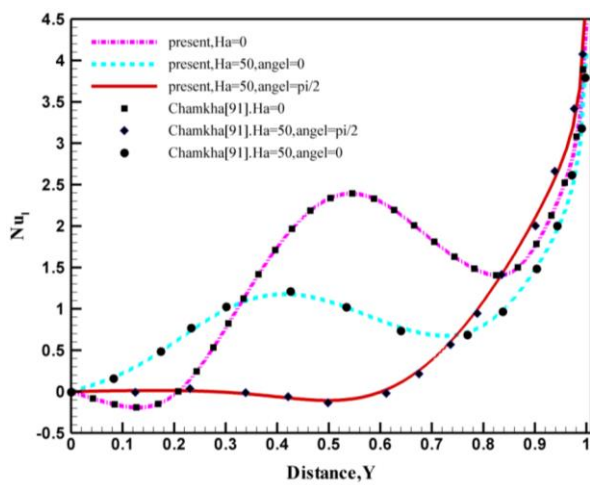
$$Nu_f = \frac{hl}{k_f} \quad (31)$$

که در رابطه بالا h ضریب انتقال حرارت جابجایی، L طول محفظه بسته و k ضریب رسانش حرارتی می‌باشد.

۴- روش حل و اعتبارسنجی

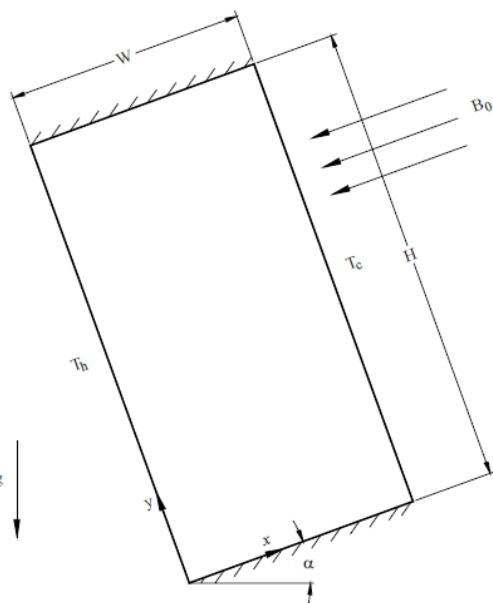
برای حل معادلات دیفرانسیل پاره‌ای که در قسمت قبل ارائه شد از روش‌های محاسباتی و تقریبی مختلفی می‌توان استفاده کرد. از جمله روش‌های رایج و معتبر می‌توان به روش‌های تفاضل محدود و المان

خطی کاهش می یابد. در ادامه، نتایج حاصل از پروژه حاضر در مقایسه با ساتیامورتی و چمخا [۹]، در شکل (۴) گزارش شده است.



شکل ۴: مقایسه نتایج حاصل از پروژه حاضر با مطالعه ساتیامورتی و چمخا [۹]

همان طور که در شکل (۴) دیده می شود، تطابق بسیار مناسبی بین نتایج گزارش شده توسط چمخه [۹] و نتایج پژوهش حاضر وجود دارد. در گام بعدی در مطالعه دیگر از چمخه [۱۲]، همرفت طبیعی فلزات مایع در یک محفظه اریب در حضور یک میدان مغناطیسی بررسی کردند که نتایج بیانگر تاثیر زاویه محفظه و عدد هارتمن برای رایلی های متفاوت می باشد. علاوه بر این، نتایج برای عدد ناسلت متوسط برای شرایط مختلف پارامتری ارائه شده و مورد بحث قرار گرفته است. شکل (۵) شماتیک برای مطالعه فوق را به نمایش می گذارد.

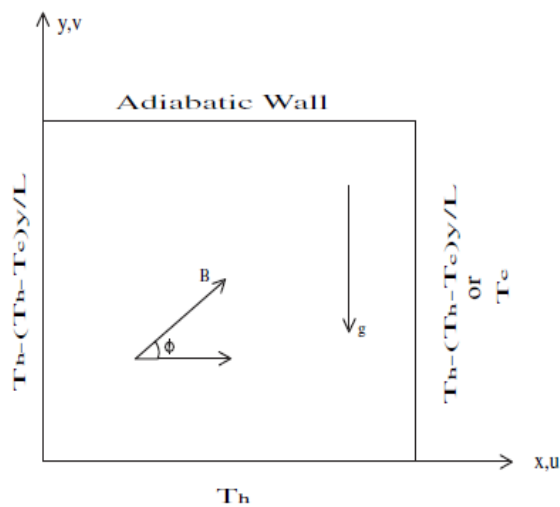


شکل ۵: شماتیک مطالعه چمخه [۱۲]

جدول (۲) تاثیر زاویه محفظه متمایل بر مقادیر عدد ناسلت متوسط در دیواره گرم محفظه را برای گالیوم مایع بیان می کند که مقادیر ناسلت با افزایش مقادیر زاویه محفظه α افزایش پیدا می کند بجز $\alpha=45^\circ$ که در

نرم افزار مورد استفاده در پروژه حاضر، نرم افزار کامسول^۱ بوده است. این نرم افزار یک مجموعه کامل شبیه سازی است که می تواند معادلات دیفرانسیل سیستم های غیر خطی را توسط مشتق های جزئی به روش المان محدود (FEM)^۲ در فضاهای یک، دو و سه بعدی حل نماید. به منظور بررسی دقت و صحت کد مورد استفاده، نتایج پژوهش حاضر در چند مورد با نتایج گزارش شده توسط پژوهش های معتبر پیشین مقایسه گردیده است.

چمخه و ساتیامورتی [۹]، انتقال حرارت جابجایی طبیعی در محفظه مربعی بسته با وجود نیروی مغناطیسی را مورد بررسی قرار داده اند. میزان میدان مغناطیسی با استفاده از عدد بدون بعد هارتمن در بازه $Ha=0-100$ می باشد که با دو زاویه $\theta = 0, \pi/2$ تاثیر این دو پارامتر مورد بررسی قرار گرفت. چمخه و همکاران [۹]، دیواره سمت راست و چپ را دمای سرد، دیواره پایین را دمای گرم و دیواره بالا را عایق فرض نمودند که در شکل (۳) شماتیکی از مسئله نمایش داده شده است.



شکل ۳: شماتیک مطالعه چمخه و ساتیامورتی [۹]

آنها عدد ناسلت را با وجود نیروی مغناطیسی در دو زاویه بررسی کردند که در نتیجه آن دریافتند که میدان مغناطیسی با زاویه متمایل بر جریان و نرخ انتقال حرارت در محفظه تاثیر دارد. آنها به این نتیجه رسیدند که با افزایش عدد هارتمن با هر زاویه ای عدد ناسلت متوسط به صورت غیر

¹ - Comsol Multiphysics
² - Finite Element Method
³ - Sathiyamoorthy and Chamkha

آن اندکی کاهش در مقادیر ناسلت به وجود می‌آید که نتایج نشان از تطابق مناسب میان پروژه حاضر و مطالعه چمخه [۱۲] می‌باشد.

جدول ۲: تاثیر زاویه متمایل محفظه بر عدد ناسلت متوسط برای مقادیر

$Ha=50, Pr=0.025, Ra=10^5$		
زاویه	مطالعه چمخه [۱۲]	مطالعه حاضر
$\alpha=0$	۱/۴۰۲۵	۱/۴۰۰۱
$\alpha=30$	۱/۴۴۱۶	۱/۴۳۹۸
$\alpha=45$	۱/۴۲۹۷	۱/۴۲۶۸
$\alpha=60$	۱/۵۳۸۲	۱/۵۳۵۲
$\alpha=90$	۱/۷۶۸۴	۱/۷۶۳۵

بررسی قرار گیرد. این امر موجب خواهد شد نانوسیالات بیشتری در کار استفاده شود و نتایج گستره به دست آید. از طرفی سیال پایه، آب انتخاب شده است. در ادامه به منظور بررسی اثر نانوذرات بر انتقال حرارت، چهار نوع نانوذره با شکل کروی، یعنی آلومینا (Al_2O_3)، تیتانیا (TiO_2)، اکسید روی (ZnO) و اکسید منیزیم (MgO) بکار گرفته خواهد شد. خواص ترموفیزیکی نانوذرات نیز در جدول (۴) ارائه شده‌اند. همچنین مقادیر Nc و Nv مرتبط با آنها در جدول (۵)، نمایش داده شده‌اند. باید خاطر نشان کرد که با توجه به دمای کارکرد در مطالعه حاضر ($25-30^\circ C$)، خواص فوق در دمای یاد شده توسط مراجع معتبر گزارش شده است.

جدول ۴: خواص ترمودینامیکی نانوذرات آلومینا، تیتانیا، اکسید روی و اکسید منیزیم [۱۴].

نوع نانوذرات	ρ (kg/m^3)	K ($W/m.K$)	α (m^2/s) $\times 10^{-5}$	β ($1/K$) $\times 10^{-6}$
آلومینا	۳۹۵۰	۴۰	۱/۱۳۰	۱۷/۴
تیتانیا	۴۲۵۰	۸/۴	۰/۲۸۶	۱۲/۲
اکسید روی	۵۷۰۰	۲۵	۰/۵۸۱	۸/۷
اکسید منیزیم	۳۵۸۰	۳۰	۰/۹۵۳	۳۳/۶

جدول ۵: ارزیابی مقادیر گوناگون پارامترهای رسانش حرارتی (Nc) و لزجت دینامیکی (Nv) برای نمونه‌های مختلفی از نانوسیال.

Nc	Nv	اندازه نانوذرات (nm)	نوع نانوذرات	مرجع
۳/۳۷	۱/۶۶۸	۴۳	آلومینا	[۱۵]
۳/۸۷	۷/۶۵	۲۱	تیتانیا	[۱۶]
۳/۲۶	۱۰/۸۸	۴۰	اکسید روی	[۱۷]
۷/۷۰	۱۲/۰۵	۴۰	اکسید منیزیم	[۱۸]

حال برآنیم که اثر نانوسیال، نانوذرات مختلف و پارامترهای تاثیرگذار و اثر هرکدام را بر انتقال حرارت از محفظه بسنجیم. همچنین شایان ذکر است که نانوسیال خود دارای خصوصیات و پارامترهای مهمی بوده که به صورت پیش فرض در نظر گرفته خواهد شد و شامل $\phi=2$ و $Ra=10^6$ می‌باشد. این مقادیر ثابت بوده مگر اینکه خلاف آن در عنوان آورده شود. با توجه به شکل ۶ (ب)، عدد ناسلت مرتبط با نانوسیال MgO دارای بیشترین میزان نسبت به دیگر نانوسیالات است. دلیل آن را باید در خواص این نانوسیال جست. با توجه به جدول (۵) برای نانوسیال آب- MgO داریم، $Nc=7/70$ و $Nv=12/05$. میزان رسانش حرارتی (Nc) بیشترین مقدار را نسبت به دیگر نانوسیالات دارد. همین امر سبب افزایش ظرفیت انتقال حرارت توسط این نانوسیال گردیده است. از طرفی پس از MgO ، TiO_2 بیشترین میزان پارامتر رسانش حرارتی را به خود اختصاص داده است ($Nc=3/87$ و $Nv=7/65$). بدیهی است همین امر سبب کاهش ظرفیت انتقال حرارت نسبت به MgO و افزایش آن نسبت به دیگر نانوسیالات باشد. نکته جالب توجه در اختلاف منحنی عدد ناسلت به ازای دو نانوذره ZnO و Al_2O_3 است. با توجه به جدول (۵) برای ZnO ($Nc=3/26$ و $Nv=10/88$) و برای Al_2O_3 ($Nc=3/37$ و

در گام آخر و در زمینه نانوسیال و نیروی مغناطیسی، قاسمی و همکاران [۱۳] یک محفظه پر شده از نانوسیال آب- Al_2O_3 را که تحت تاثیر یک میدان مغناطیسی می‌باشد و پارامترهای تاثیرگذار مانند عدد هارتمن، رایلی و کسرحجمی جامد روی میدان جریان و دما و همچنین انتقال حرارت در محفظه را بررسی کردند. نتایج نشان داد که نرخ انتقال حرارت با افزایش عدد رایلی افزایش و با افزایش عدد هارتمن کاهش می‌یابد. افزایش کسر حجمی در افزایش و با کاهش عملکرد انتقال حرارت وابسته به عدد هارتمن و رایلی می‌باشد. جدول زیر نشان دهنده تاثیر عدد هارتمن با کسرحجمی جامد متفاوت روی عدد ناسلت برای رایلی 10^5 می‌باشد. همانطور که در جدول زیر مشاهده می‌کنید با افزایش عدد هارتمن متوسط ناسلت کاهش می‌یابد که این رفتار در تراکم بالاتر از نانوذرات جامد در سیال به دلیل افزایش اثر میدان مغناطیسی و در نتیجه آن سرکوب قوی تر نیروی شناوری نانو سیال اتفاق می‌افتد. جدول (۳) میانگین عدد ناسلت و کسر حجمی جامد برای اعداد هارتمن متفاوت توصیف می‌کند که با توجه به مقایسه مدل انجام شده و مدل حاضر، نتایج پژوهش حاضر نیز با دقت و صحت فراوانی بدست آمده‌اند.

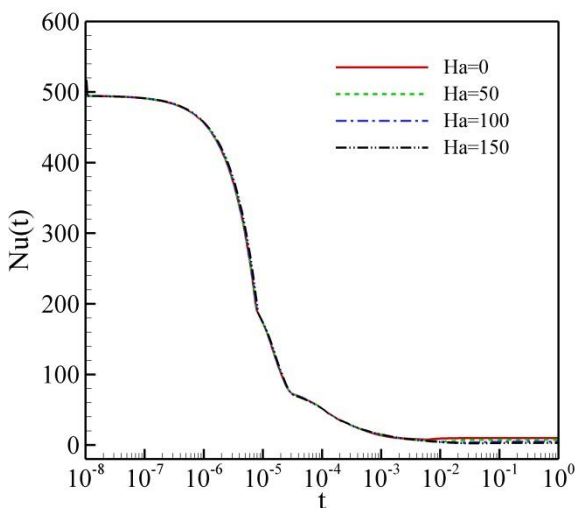
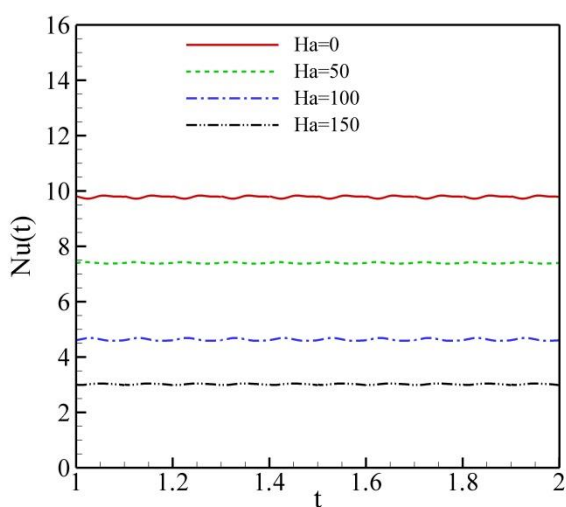
جدول ۳: عدد ناسلت متوسط و کسرحجمی جامد برای عدد هارتمن متفاوت

کسرحجمی هارتمن	مطالعه حاضر		مطالعه قاسمی [۱۳]	
	$\phi=0.02$	$\phi=0.06$	$\phi=0.02$	$\phi=0.06$
$Ha=0$	۴/۸۲۰	۴/۹۶۸	۴/۷۹۵	۴/۹۶۰
$Ha=15$	۴/۱۷۹	۴/۲۳۹	۴/۱۷۰	۴/۹۲۲
$Ha=30$	۳/۱۳۸	۳/۱۰۸	۳/۱۳۲	۳/۱۰۰
$Ha=45$	۲/۳۴۲	۲/۲۹۳	۲/۳۹۸	۲/۲۸۸
$Ha=60$	۱/۸۳۱	۱/۸۰۶	۱/۸۲۸	۱/۷۹۵

۵- بحث و نتایج

در ابتدای ارائه نتایج، می‌بایست نوع و خصوصیات نانوذرات معرفی و انتخاب شود. به جهت فراگیر بودن نتایج، برآنیم که چند نوع نانوذره مورد

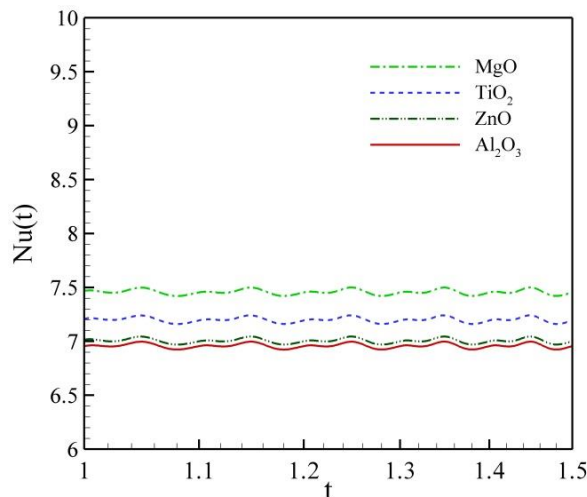
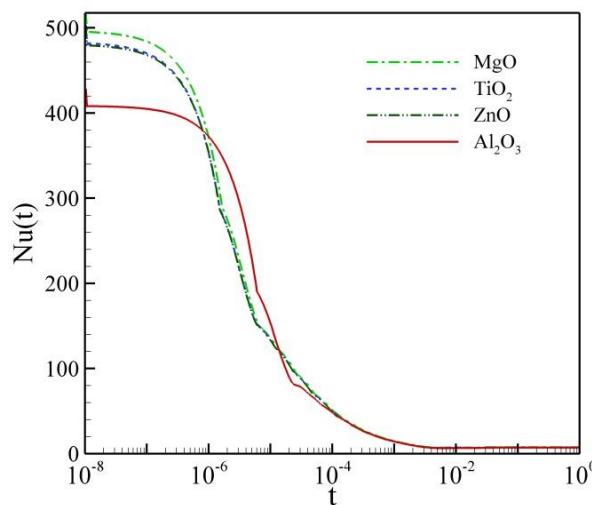
میزان عدد ناسلت را نسبت به دیگر مقادیر عدد هارتمن داراست. در نظر گرفتن زاویه فوق سبب تغییر در رژیم گردش نانوسیال داشته و این تغییر در رژیم گردش نانوسیال سبب تضعیف انتقال حرارت شده است. فرض زاویه $(\phi=90^\circ)$ میدان مغناطیس را دقیقاً در خلاف جهت محور عمودی و در خلاف جهت نیروی وزنی است. افزایش عدد هارتمن به معنی افزایش نیروی مغناطیس است. واضح است نیروی حجمی وارد بر نانوسیال حاصل برآیند همه نیروهای فرض شده است که با برآیند گیری از نیروی وزنی و مغناطیس، نیروی حجمی خالص بدست خواهد آمد. به این ترتیب افزایش عدد هارتمن در نهایت منجر به کاهش نیروی وزنی و در نتیجه کاهش انتقال حرارت خواهد شد.



شکل ۷: عدد ناسلت در طول زمان به ازای مقادیر مختلفی از عدد هارتمن برای نانوسیال آب-اکسید منیزیم $(Ra = 10^6, \phi = 2, \phi = 90^\circ)$

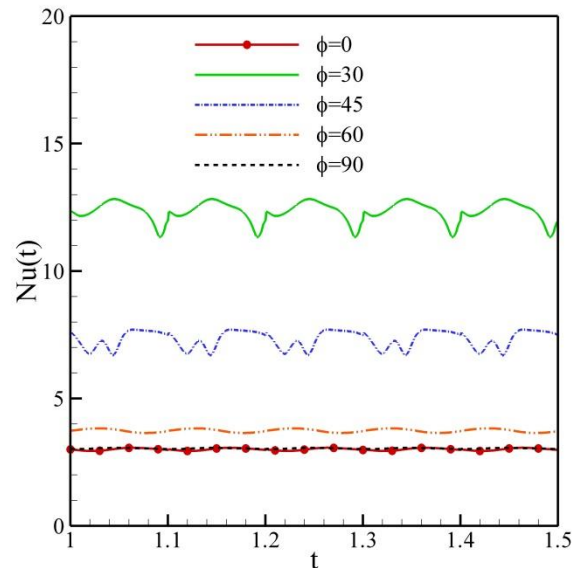
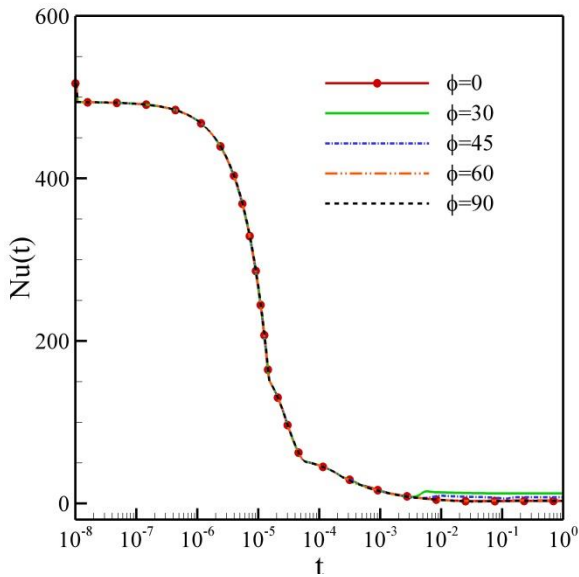
همانطور که گفته شد، افزایش عدد هارتمن موجب تضعیف انتقال حرارت شد. حال برآیند با تغییر زاویه میدان مغناطیسی و تغییر عدد هارتمن نتایج فوق را تکرار نماییم. شکل (۸) تاثیر عدد هارتمن بر عدد ناسلت در طول زمان را به ازای $(\phi=30^\circ)$ را به تصویر می کشید. برخلاف شکل (۷)، شکل (۸) نشان می دهد افزایش عدد هارتمن موجب افزایش عدد ناسلت خواهد شد. علت آن را باید در تغییر رژیم جریان درون محفظه با تغییر

$(Nu=16/68)$. هر چند میزان پارامتر رسانندگی حرارتی برای Al_2O_3 بیشتر است و بیشتر بودن میزان عدد ناسلت نسبت به ZnO انتظار می رود، اما پارامتر لزجت دینامیکی (ν) اثر خود را بر جای گذاشته و برخلاف انتظار، میان عدد ناسلت برای ZnO از Al_2O_3 بیشتر است. دلیل آن، رابطه میان لزجت دینامیکی و عدد رایلی و عدد پرانتل است. با توجه به نسبت عکس میان ازجت دینامیکی و عدد رایلی، افزایش لزجت دینامیکی، کاهش عدد رینولدز را به همراه دارد. از طرفی کاهش عدد رینولدز کاهش انتقال حرارت را در بر دارد. این امر در ادامه به صورت منحنی گزارش خواهد شد.



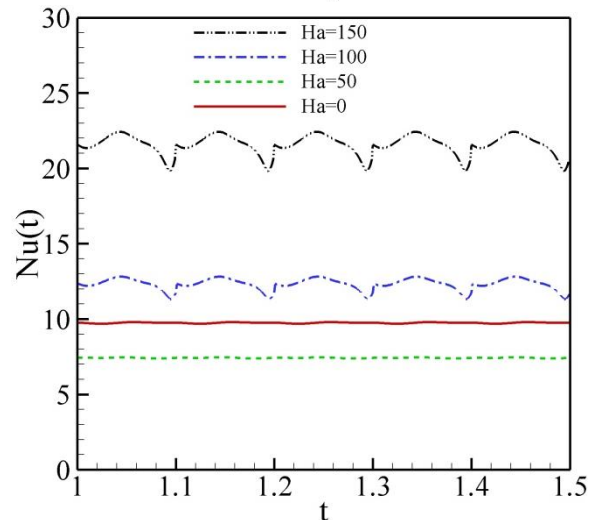
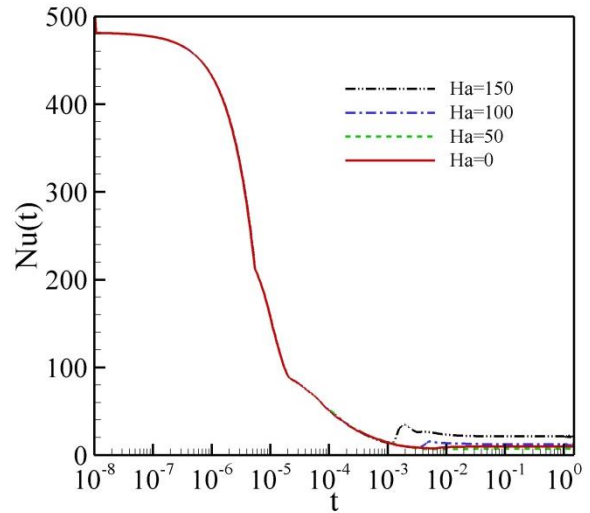
شکل ۹: تاثیر نانوذرات مختلف $(Ra = 10^6, \phi = 2, \phi = 30^\circ, Ha = 50)$

در ادامه به بررسی اثر مغناطیس پرداخته می شود و اثر پارامترهای تاثیرگذار به دقت مورد بررسی قرار می گیرد. شکل (۷) تاثیر عدد هارتمن بر عدد ناسلت در طول زمان را به تصویر می کشد. در شکل فوق زاویه میدان مغناطیسی برابر با $(\phi=90^\circ)$ در نظر گرفته شده است. نکته قابل توجه اثر افزایش عدد هارتمن و همچنین عدم حضور میدان مغناطیسی $(Ha=0)$ بر انتقال حرارت است. شکل (۷) نشان می دهد افزایش حضور میدان مغناطیسی و افزایش عدد هارتمن موجب تضعیف انتقال حرارت می شود. شکل (۷) نشان می دهد منحنی مربوط به $(Ha=0)$ بیشترین



شکل ۹: عدد ناسلت به ازای مقادیر مختلف زاویه‌ی میدان مغناطیسی برای نانوسیال آب-اکسید منیزیم مختلف ($Ra = 10^6, \phi = 2, Ha = 100$)

زاویه میدان مغناطیسی جست. به همین سبب در ادامه به تغییر زاویه میدان مغناطیسی بر انتقال حرارت پرداخته خواهد شد.



شکل ۸: عدد ناسلت در طول زمان به ازای مقادیر مختلفی از عدد هارتمن برای نانوسیال آب-اکسید منیزیم ($Ra = 10^6, \phi = 2, \psi = 30^\circ$)

شکل (۹) اثر تغییر زاویه میدان مغناطیس بر عدد ناسلت را به تصویر می‌کشد. همانطور که قبلا اشاره شد میدان مغناطیسی دارای پارامتر زاویه بوده و با تغییر زاویه جهت میدان مغناطیس تغییر خواهد نمود. با توجه به شکل شماتیک (شکل ۱) زاویه $(\phi = 0^\circ)$ ، میدان مغناطیس را کاملا در جهت افقی قرار می‌دهد. افقی شدن میدان مغناطیس به معنی عمود بودن کامل آن بر جهت نیروی وزنی است. به این ترتیب نیروی وزنی دچار کاهش نخواهد شد. از طرفی زاویه $(\phi = 90^\circ)$ ، به معنی جهت عمودی است که در خلاف جهت نیروی وزنی قرار میگیرد که سبب کاهش نیروی وزن خواهد شد. در این بین زوایای دیگری نیز مورد بررسی قرار گرفته است. شکل (۹) نشان می‌دهد بیشترین میزان انتقال حرارت در زاویه $(\phi = 30^\circ)$ رخ داده است. علت آن را باید در تغییرات رژیم گردش نانوسیال درون محفظه در زاویه فوق جست. مشابه با زاویه $(\phi = 30^\circ)$ ، در زاویه $(\phi = 45^\circ)$ نیز اتفاق مشابهی رخ می‌دهد و سبب افزایش انتقال حرارت نسبت به دیگر زوایا شده است. با افزایش مقدار زاویه تا $(\phi = 90^\circ)$ نتایج بر یکدیگر منطبق شده است.

۶- نتیجه گیری

در این پژوهش تاثیر زاویه نیروی مغناطیسی بر انتقال حرارت درون یک محفظه پر شده از نانوسیال برای نانو ذرات متفاوت مورد بررسی قرار گرفت. مهمترین نتایج این پژوهش را می‌توان بصورت زیر گزارش داد:

- ۱- اضافه نمودن نانوذرات به سیال خالص می‌تواند موجب افزایش و یا کاهش انتقال حرارت از محفظه شود. این امر به عواملی همچون نوع نانوذره، غلظت حجمی نانوذره و عدد رایلی دارد. اثر پارامتر رسانندگی حرارتی نانوسیال (Nc) و پارامتر لزجت دینامیکی نانوسیال (Nv) خود به طور موثری بر رفتار نانوسیال اثر می‌گذارد. می‌توان گفت با افزایش (Nc) انتقال حرارت نیز افزایش و با افزایش (Nv) انتقال حرارت کاهش می‌یابد.
- ۲- نانوذرات مختلفی در پژوهش حاضر مورد بررسی قرار گرفتند که شامل آلومینا (Al_2O_3)، تیتانیا (TiO_2)، اکسید روی (ZnO) و اکسید منیزیم (MgO) و نتایج نشان داد با توجه به خواص رئولوژیکی و حرارتی

1. K. Khanafer, K. Vafai, M. Lightstone, Buoyancy-Driven heat transfer enhancement in a two-dimensional enclosure utilizing nanofluids, *International journal of heat and mass transfer*, Vol.46, (2003) 3639-3653.
2. Z. Haddad, H. F. Oztop, E. Abu-Nada, A. Mataoui, A review on natural convective heat transfer of nanofluids. *Renewables and Sustainable Energy Reviews* 16: (2012) 5363-5378.
3. R. Y. Jou, S. C. Tzeng, Numerical research of nature convective heat transfer enhancement filled with nanofluids in rectangular enclosures. *International Communications in Heat and Mass Transfer* 33: (2006) 727-36.
4. K. S. Hwang, J. H. Lee, J. P. Jang, Buoyancy-driven heat transfer of Water-based Al₂O₃ nanofluids in a rectangular cavity. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 50: (2007) 4003-10.
5. N. Rudraiah, R. M. Barron, M. Venkatachalappa, C. K. Subbaraya, Effect of a magnetic field on free convection in a rectangular enclosure. *International Journal of Engineering Science*, 33(8), (1995) pp. 1075-1084.
6. M. Pirmohammadi, M. Ghassemi, Effect of magnetic field on convection heat transfer inside a tilted square enclosure. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 36(7), (2009) pp.776-780.
7. M. Sheikholeslami, M. Gorji-Bandpy, D. D. Ganji, S. Soleimani, Heat flux boundary condition for nanofluid filled enclosure in presence of magnetic field. *Journal of Molecular Liquids*, 193 (2014) pp.174-184.
8. A. Malvandi, D. D. Ganji, Magnetic field effect on nanoparticles migration and heat transfer of water/alumina nanofluid in a channel. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 362 (2014) pp.172-179.
9. M. Sathiyamoorthy, Ali. Chamkha, Effect of magnetic field on natural convection flow in a liquid gallium filled square cavity for linearly heated side wall(s), *International Journal of Thermal Sciences* 49: (2010) 1856-1865.
10. I. Zakaria, W. H. Azmi, W. A. N. W. Mohamed, R. Mamat, G. Najafi, Experimental Investigation of Thermal Conductivity and Electrical Conductivity of Al₂O₃ Nanofluid in Water - Ethylene Glycol Mixture for Proton Exchange Membrane Fuel Cell Application, *International Communications in Heat and Mass Transfer* xxx (2014).
11. A. Zarak, M. Ghalambaz, A. J. Chamkha, M. Ghalambaz, D. De. Rossi, Theoretical analysis of natural convection boundary heat and mass transfer of nanofluid: Effects of size, shape and type of nanoparticles, type of base fluid and working temperature, *Advanced Powder Technology* 26: (2015) 935-946.
12. A. Al-Mudhaf, A. J. Chamkha, Natural Convection of Liquid Metals in an Inclined Enclosure in the Presence of a Magnetic Field, *International Journal of Fluid Mechanics Research*, Vol. 31, No. 3 (2004).
13. B. Ghasemi, S. M. Aminossadati, A. Raisi, Magnetic field effect on natural convection in a nanofluid-filled square enclosure, *International Journal of Thermal Sciences* 50: (2011) 1748-1756.

نانوسیال حاصله از محلول آب و نانوذرات، به ترتیب نانوسیال آب-اکسید منیزیم، آب-تیتانیا، آب-اکسید روی و آب-آلومینا انتقال حرارت بیشتری داشتند. خواص اثرگذار فوق شامل دو پارامتر مهم رسانندگی حرارتی نانوسیال (Nc) و پارامتر لزجت دینامیکی نانوسیال (Nv) می‌باشد.

۳- میدان مغناطیسی می‌تواند موجب افزایش و یا کاهش انتقال حرارت شود. تاثیر حضور میدان مغناطیسی با پارامترهایی از قبیل زاویه میدان مغناطیسی و عدد هارتمن سنجیده می‌شود.

۴- افزایش زاویه میدان مغناطیسی از ۰ درجه (در جهت محور افقی) سبب افزایش انتقال حرارت می‌شود. این امر به جهت تغییر در رژیم جریان درون محفظه به واسطه تغییر در زاویه میدان مغناطیسی صورت می‌پذیرد. با رسیدن به زاویه ۳۰ درجه انتقال حرارت به بیشینه خود می‌رسد و با افزایش مجدد زاویه میدان مغناطیسی، انتقال حرارت کاهش خواهد یافت. رسیدن به زاویه ۹۰ درجه نتایج مشابه با زاویه ۰ درجه را نشان می‌دهد.

فهرست علامتها

علائم انگلیسی

نیروی مغناطیسی [T]	B
عدد هارتمن [-]	Ha
ضریب انتقال حرارت جابجایی	h
ضریب رسانش حرارتی [W/m.k]	K
طول ضلع مربع [m]	L
رسانندگی حرارتی [-]	Nc
لزجت حرارتی [-]	Nv
پرانتل [-]	Pr
عدد رابلی [-]	Ra

علائم یونانی

ضریب پراکندگی حرارتی [m^2/s]	α
ضریب انبساط حجمی [1/K]	β
لزجت دینامیکی [Kg/ms]	μ
کسر حجمی نانوذرات [-]	ϕ
چگالی [Kg/m^3]	ρ
زاویه [deg]	ϕ
رسانندگی الکتریکی [S]	ϵ

منابع

14. J. Sarkar, A critical review on convective heat transfer correlations of nanofluids, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 15 (2011) 3271-7.
15. M. Chandrasekar, S. Suresh, A. Chandra Bose, Experimental investigations and theoretical determination of thermal conductivity and viscosity of Al_2O_3 /Water nanofluid. *Experimental Thermal and Fluid Science* 34: (2010) 6.
16. D. C. Venerus, J. Buongiorno, R. Christianson, J. Townsend, I. C. Bang, G. Chen, Viscosity measurements on colloidal dispersions (nanofluids) for heat transfer applications. *Applied Rheology* 20: (2010) 445-82.
17. J. Jeong, C. Li, Y. Kwon, J. Lee, S. H. Kim, R. Yun, Particle shape effect on the viscosity and thermal conductivity of ZnO nanofluids. *International Journal of Refrigeration* 36: (2013) 2233-41.
18. H. M. Esfe, S. Saedodin, M. Mahmoodi, Experimental studies on the convective heat transfer performance and themophysical properties of MgO-Water nanofluid under turbulent flow. *Experimental Thermal and Fluid Science* 52: (2014) 68-78.