

## کاربرد روش شبکه بولتزمن در شبیه سازی عددی جابجایی طبیعی نانوسیال در یک محفظه مربعی با مانع گرم

احمدرضا رحمتی<sup>۱\*</sup>، علی اکبر طاهری<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، ایران

<sup>۲</sup> کارشناسی ارشد رشته مهندسی مکانیک، گروه مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد شهر مجلسی، مجلسی، ایران

دریافت: بهار ۹۷ پذیرش: پائیز ۹۸

### چکیده

در کار حاضر انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانوسیال اطراف مانع گرم درون یک محفظه مربعی با دیواره‌های چپ و راست سرد، بالا عایق و پایین گرم با استفاده از روش شبکه بولتزمن شبیه سازی می شود. جریان، آرام و تراکم ناپذیر و نانوسیال مورد مطالعه آب-اکسید تیتانیم است، برای محاسبه سرعت جریان و دمای سیال از مدل شبکه D2Q9 استفاده می شود. بررسی انتقال حرارت جابجایی نانوسیال اطراف مانع گرم درون یک محفظه مربعی و تاثیر عدد رایلی، کسر حجمی نانوسیال، ابعاد مانع، ابعاد محفظه، تغییر مدل محاسبه ضریب لزجت و ضریب هدایت حرارتی و شکل نانوذره بر عدد ناسلت از اهداف این تحقیق می باشد و برای اولین بار در این تحقیق انجام شد. نتایج نشان می دهد که با افزایش عدد رایلی و کسر حجمی، متوسط عدد ناسلت افزایش می یابد. با اضافه شدن ابعاد مانع تا نصف ابعاد محفظه، متوسط عدد ناسلت افزایش یافته، سپس تا ۰/۷ ابعاد محفظه، کم می شود. در حالت ۰/۸ ابعاد محفظه ایجاد گردابه‌ها باعث افزایش انتقال حرارت می شود. انتقال حرارت با دو برابر شدن عرض مانع نسبت به وقتی که طول مانع دو برابر شود بهتر است. با دو برابر شدن طول محفظه متوسط عدد ناسلت به شدت افزایش می یابد و با دو برابر شدن عرض محفظه به شدت کاهش می یابد، متوسط عدد ناسلت در مدل بریکمن بیشتر از مدل وانگ است و در هر دو مدل ماکسول-گانت و همیلتون-کروز در صورتی که نسبت سطح برابر یک باشد با هم برابر است. با کم شدن نسبت سطح متوسط عدد ناسلت زیاد می شود.

\*عهده دار مکاتبات: ar\_rahmati@kashanu.ac.ir

کلمات کلیدی: جابجایی طبیعی، نانوسیال، ضریب لزجت، ضریب هدایت حرارتی، روش شبکه بولتزمن.

## Application of lattice Boltzmann method for simulation of nanofluid natural convection in a square cavity with a hot obstacle

Ahmad Reza Rahmati<sup>1\*</sup>, Ali Akbar Tahery<sup>2</sup>

1- Assistant Professor, Mechanical Engineering Department, University of Kashan, Kashan, Iran

2- Department of Mechanic, Faculty of Engineering, Majlesi branch, Islamic azad University, Majlesi, Iran

### Abstract

In this paper natural convection of nanofluid around a hot obstacle simulates in a square cavity with east and west cool walls and an adiabatic wall in north and a hot wall in south by Lattice Boltzmann Method. Flow is quiet and non-compressible and nanofluid is water-TiO<sub>2</sub>. We use D2Q9 LBM for velocity and fluid temperature. The purpose of this study is investigation of heat transfer around a hot obstacle in a square cavity and the effect of Rayleigh number, obstacle dimension, volume fraction of nanofluid, cavity dimensions, surface ratio and various models of computing heat transfer conductivity coefficient and viscosity coefficient on Nusselt number. This investigation is done for the first time. The results show that, by increasing of Rayleigh number and volume fraction, average of Nusselt number will increase. The average of Nusselt number will increase when obstacle dimensions increase to 0.5L but it will decrease when the obstacle dimensions increase to 0.7L. Vortexes will create in 0.8L and it causes to increase of heat transfer.

By reduplicating the obstacle width heat transfer is better than reduplicating the obstacle length. The average of Nusselt number increases by increasing of cavity's length and it will decrease by increasing of cavity's wide. All results are equal in Hamilton-crosser and Maxwell- Garnett model when the surface ratio is one. But heat transfer will increase by decreasing surface ratio. The average of Nusselt Number in Wang model is less than Nusselt Number in Brinkman model.

**Keywords:** Natural convection, Nanofluid, viscosity coefficient, conductivity coefficient, Lattice Boltzmann Method.

## ۱- مقدمه

یکی از مسائل مهمی که در صنعت و مهندسی قابل حل است، شبیه سازی انتقال حرارت و جریان سیال است. راه‌های زیادی برای افزایش انتقال حرارت وجود دارد؛ مثل اضافه کردن پره‌ها، مغشوش کردن جریان، افزایش ضریب رسانایی سیال، استفاده از مواد متخلخل، استفاده از نانوسیال و غیره.

جابجایی طبیعی نوعی از انتقال حرارت است که در آن حرکت سیال فقط توسط اختلاف چگالی در سیال که عامل آن گرادین دما است، تامین می‌شود نه توسط یک منبع خارجی مثل پمپ و یا فن و دستگاه‌های مکش. در جابجایی طبیعی سیال منبع گرم را احاطه کرده و گرما دریافت می‌کند. و بدین صورت چگالی سیال پایین می‌آید و سیال سرد جای آن را می‌گیرد و گرم می‌شود و این چرخه ادامه پیدا می‌کند. این عملکرد انرژی حرارتی را از سلول پایینی به بالا هدایت می‌کند. نیروی راننده برای جابجایی طبیعی همان اختلاف چگالی بین سیال گرم و سرد است. جابجایی طبیعی در سالهای اخیر به دلیل موجود بودن آن در طبیعت و نیز کاربردهای آن در مهندسی مورد توجه محققان قرار گرفته است. یکی از روش‌های افزایش انتقال حرارت، استفاده از نانوسیال است که از مخلوط کردن سیال‌هایی نظیر آب، اتیلن گلیکول و روغن به عنوان سیال پایه و ذرات جامد با ابعاد نانومتری، حاصل می‌شود. برای انتقال حرارت در تجهیزاتی نظیر مبدل‌های حرارتی، سیال‌هایی مانند هوا، آب، روغن و اتیلن گلیکول استفاده می‌شود. با افزایش رقابت جهانی در صنایع مختلف و نقش انرژی در هزینه‌ی تولید، این صنایع به شدت به سمت توسعه سیال‌های پیشرفته و جدید با شاخص‌های حرارتی بالا پیش می‌روند. یکی از خواص مهم نانوذرات نسبت سطح به حجم بالای این مواد است که در تکنولوژی نانو اولین اثر کاهش اندازه ذرات، افزایش سطح است. افزایش نسبت سطح به حجم نانوذرات باعث می‌شود که اتم‌های واقع در سطح، اثر بسیار بیشتری نسبت به اتم‌های درون حجم ذرات، بر خواص فیزیکی ذرات داشته باشند. این ویژگی واکنش‌پذیری نانوذرات را به شدت افزایش می‌دهد، علاوه بر این افزایش سطح ذرات فشار سطحی را تغییر داده و منجر به تغییر فاصله بین ذرات یا فاصله بین اتم‌های ذرات می‌شود.

روشهای زیادی برای مدل‌سازی مسایل مختلف وجود دارد که محققان برای حل مسایل از آنها استفاده می‌کنند. از بین این روش‌ها روش شبکه بولتزمن در دهه گذشته در محدوده وسیعی از مسایل مربوط به جریان سیال و انتقال حرارت در مهندسی مکانیک به کار برده شده است.

از دلایل استفاده از این روش می‌توان به کاربرد راحت، توانایی شبیه سازی جریان‌های چندفازی و با هندسه پیچیده و سادگی الگوریتم حل، امکان اعمال نیروهای بین ذره‌ای در سیالات دو یا چندجزیی، توانایی استفاده از محاسبات موازی و درنهایت بی‌نیازی از استفاده از معادله پواسون برای بدست آوردن فشار اشاره کرد. معادله بولتزمن یک معادله آماری از حرکت و برخورد ذرات است که در واقعیت خصوصیات میکروسکوپی مولکول‌ها را بررسی می‌کند. هولسز و ریچتمن [۱] در سال ۲۰۱۳ انتقال حرارت جابجایی

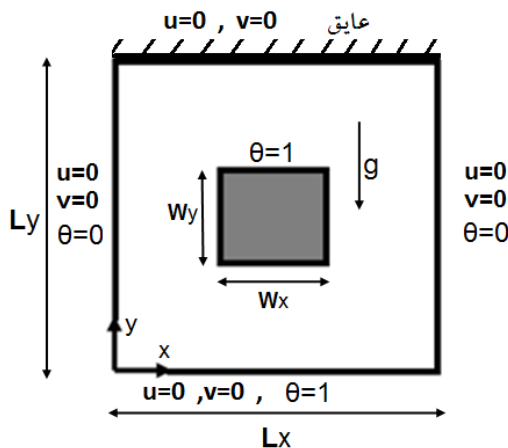
طبیعی هوا را در یک حفره مربعی به طور عددی با استفاده از روش شبکه بولتزمن مطالعه کردند. آنها تاثیر عدد رایلی و زاویه شیب محفظه را بر انتقال حرارت بررسی کردند. پاشایی و همکاران [۲] در سال ۲۰۱۳ عدد ناسلت را در جابجایی ترکیبی در طول دیواره موجی شکل یک محفظه شیب دار دو بعدی با دریچه متحرک بررسی کردند. یانگ هو و همکاران [۳] در سال ۲۰۱۳ روش شبکه بولتزمن را برای جابجایی طبیعی بین یک سیلندر بیرونی مربعی و یک سیلندر داخلی مدور هم‌مرکز شبیه سازی کردند. آنها از روش مرز شناور برای حل میدان جریان و میدان دما استفاده کردند. خزایی و همکاران [۴] در سال ۲۰۱۳ انتقال حرارت جابجایی طبیعی و اجباری را با استفاده از روش شبکه بولتزمن در هندسه‌های پیچیده و در اعداد رایلی مختلف و در شبکه‌های مختلف بررسی کردند. عشوری نژاد و همکاران [۵] در سال ۲۰۱۳ روش شبکه بولتزمن را برای جابجایی طبیعی آب نمک در یک سیلندر دوار افقی تحت میدان مغناطیسی به کار بردند. آنها تاثیر میدان مغناطیسی را بر جریان و انتقال حرارت بررسی کردند. عشوری نژاد و همکاران [۶] در سال ۲۰۱۳ جابجایی طبیعی نانوسیال را در دو حلقه هم مرکز با استفاده از روش شبکه بولتزمن بررسی کردند. عبدالویی و همکاران [۷] در سال ۲۰۱۳ روش شبکه بولتزمن را برای شبیه‌سازی جابجایی طبیعی نانو سیال آب- اکسیدمس در یک محفظه مربعی شیب‌دار به کار بردند. در دو دیواره روبروی این محفظه یکی به اندازه نصف طول دیواره از وسط گرم و دیگری به همین اندازه سرد است. سجادی و همکاران [۸] در سال ۲۰۱۳ روش شبکه بولتزمن را برای شبیه‌سازی جابجایی طبیعی جریان مغشوش نانوسیال آب- مس در یک محفظه مربعی بررسی کردند. کفایتی [۹] در سال ۲۰۱۳ تاثیر میدان مغناطیسی بر روی جابجایی طبیعی نانوسیال در یک محفظه را با استفاده از روش شبکه بولتزمن بررسی کرد. او تاثیر عدد رایلی و کسرحجمی نانو ذره و عدد هارتمن را بر روی انتقال حرارت مطالعه کرد. محمد ابو طاهر و همکاران [۱۰] در سال ۲۰۱۳ جریان سیال و انتقال حرارت نانو سیال آب- مس را در یک محفظه مربعی با استفاده از روش شبکه بولتزمن و مدل شبکه D2Q9 بررسی کردند. کفایتی [۱۱] در سال ۲۰۱۳ تاثیر میدان مغناطیسی بر جابجایی طبیعی را در یک محفظه باز دارای نانوسیال آب- اکسیدآلومینیم با روش شبکه بولتزمن بررسی کرد. داش و لی [۱۲] در سال ۲۰۱۴ جابجایی طبیعی اطراف یک سیلندر مربعی شیب دار گرم درون یک محفظه سرد را با استفاده از روش شبکه بولتزمن مورد بررسی قرار دادند. گوکهاال و فرناندس [۱۳] در سال ۲۰۱۴ روش شبکه بولتزمن را برای شبیه‌سازی جریان سیال در مواد متخلخل در یک محفظه مربعی به کار بردند. سجادی و کفایتی [۱۴] در سال ۲۰۱۴ روش شبکه بولتزمن را برای شبیه‌سازی جابجایی طبیعی مغشوش در یک محفظه بلند به کار بردند. ژنگ لی و همکاران [۱۵] در سال ۲۰۱۴ جابجایی طبیعی را با ترکیب روش شبکه بولتزمن و روش حجم محدود در یک محفظه مربعی شبیه‌سازی کردند. آنها عددهای رایلی مختلف را بررسی کردند و این روش را با روش شبکه بولتزمن

ضریب لزجت و ضریب هدایت حرارتی نانوسیال در محاسبه متوسط عدناسلت تاثیر دارد. کارایی روش شبکه بولتزنم با توجه به اینکه روشی کاربردی و جدید است در بررسی این گونه جریانها در این تحقیق مورد مطالعه قرار می گیرد.

برای حل این مساله با استفاده از روش شبکه بولتزنم از زبان برنامه نویسی فترن ۹۰ و برای نمایش نمودارها و کانتورها از نرم افزار تک پلات ۱۰ استفاده شده است.

### ۳- روش شبکه بولتزنم

روش شبکه بولتزنم برخلاف روش های دینامیک سیالات محاسباتی رایج که خواص ماکروسکوپیکی سیال را بیان می کند، رفتار سیال را در سطح مزوسکوپیکی تعیین می نماید. روش شبکه بولتزنم از ماشین سلولی شبکه گاز استخراج شد، اولین بار روش شبکه گاز توسط فریش<sup>۲</sup> و همکاران [۲۱] در سال ۱۹۸۶ ارایه شد و مک نامارا و زانتی<sup>۳</sup> [۲۲] نخستین بار در سال ۱۹۸۸ به منظور فایق آمدن بر مشکلات شبکه گاز روش شبکه بولتزنم را پیشنهاد دادند. در این روش فرض بر این است که درجات آزادی ذرات تشکیل دهنده محیط در جهات مشخصی و فقط در موقعیت های نقاط شبکه قرار دارند.



شکل ۱ هندسه مساله مورد نظر

### ۳-۱- معادله جریان شبکه بولتزنم

در روش شبکه بولتزنم برای توصیف ذرات از یک متغیر به نام تابع توزیع ذرات به شکل زیر استفاده می شود [۲۳]:

$$f_i(\vec{x} + \vec{c}_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(\vec{x}, t) + \Omega_i(f) \quad (1)$$

که  $\Omega_i(f)$  عملگر برخورد است. این معادله شامل دو مرحله عمده برخورد و انتشار است. در مرحله برخورد توابع توزیع در هر گره با هم برخورد می کنند و مرحله انتشار توابع توزیع ذره از یک گره به گره مجاور منتقل می شوند. عملگر برخورد با استفاده از تقریب بی-جی-کی به صورت زیر است [۲۳]:

$$\Omega_i = -\frac{1}{\tau_p} (f_i(\vec{x}, t) - f_i^{eq}(\vec{x}, t)) \quad (2)$$

که در آن  $f_i^{eq}$  تابع توزیع تعادلی و  $\tau_p$  ضریب تخفیف بدون بعد است. بنابراین معادله بولتزنم را می توان به صورت زیر نوشت [۲۳]:

$$\tilde{f}_i(\vec{x} + \vec{c}_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(\vec{x}, t) - \frac{1}{\tau_p} [f_i - f_i^{eq}] + F_i \Delta t \quad (3)$$

و روش حجم محدود مقایسه کردند که نتایج قابل قبولی به دست آمد. مجری و همکاران [۱۶] در سال ۲۰۱۴ انتقال حرارت جابجایی طبیعی درون یک محفظه مربعی شیب دار همراه با نانوسیال آب-اکسید آلومینیم در معرض میدان مغناطیسی را با استفاده از روش شبکه بولتزنم بررسی کردند. کفایتی [۱۷] در سال ۲۰۱۴ تاثیر اتلاف حرارت سیال فرومغناطیس را بر جابجایی طبیعی در یک محفظه شیب دار پر از نانوسیال نفت-کوبالت با استفاده از روش شبکه بولتزنم بررسی کرد. شیخ الاسلامی و همکاران [۱۸] در سال ۲۰۱۴ روش شبکه بولتزنم را برای بررسی انتقال حرارت جابجایی طبیعی جریان هیدرودینامیک مغناطیسی در بین دایره های هم مرکز با استفاده از نانوسیال آب-مس به کار بردند. کلتی و حسنی [۱۹] در سال ۲۰۱۴ انتقال حرارت جابجایی آزاد نانوسیال را در یک محفظه ال شکل با استفاده از روش شبکه بولتزنم شبیه سازی کردند. کفایتی [۲۰] در سال ۲۰۱۴ تاثیر اتلاف حرارت سیال مغناطیسی بر انتقال حرارت جابجایی طبیعی در یک محفظه پر از نانوسیال نفت-کوبالت با توزیع دمای خطی در حضور میدان مغناطیسی با استفاده از روش شبکه بولتزنم بررسی کرد.

با توجه به مطالعات صورت گرفته در گذشته روش شبکه بولتزنم برای بررسی انتقال حرارت جابجایی طبیعی در یک محفظه باز یا بسته با استفاده از نانوسیال های مختلف و همچنین بدون استفاده از نانوسیال به کار گرفته شده است، اما این روش برای شرایط مرزی مورد نظر و ایجاد مانع گرم در مرکز و تغییر ابعاد مانع و ابعاد محفظه همراه با نانوسیال آب-اکسید تیتانیوم تاکنون به کار گرفته نشده است، که در این تحقیق مورد بررسی قرار می گیرد. همچنین اثر نسبت سطح، اثر تغییر عدد رایلی و کسر حجمی نیز مورد بررسی قرار می گیرد. در ضمن با تغییر مدل های مختلف محاسبه ضریب هدایت حرارتی و ضریب لزجت نانوسیال، تاثیر این مدل ها نیز مورد بررسی قرار می گیرد.

### ۲- شرح مساله

در این تحقیق مساله انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانوسیال اطراف یک مانع گرم درون یک محفظه مربعی با استفاده از روش شبکه بولتزنم بصورت دو بعدی مورد مطالعه عددی قرار می گیرد. در هندسه این مساله (شکل ۱) دیواره های سمت چپ و راست سرد، بالا عایق و پایین گرم است و یک مانع مربعی گرم در وسط محفظه قرار دارد. جریان آرام و تراکم ناپذیر و سیال مورد مطالعه نانوسیال آب-اکسید تیتانیوم در نظر گرفته شده است. دیواره های محفظه بدون حرکت است و برای محاسبه سرعت جریان و دمای سیال از مدل شبکه D2Q9 استفاده می شود. تغییر پارامترهایی از قبیل عدد رایلی، کسر حجمی نانوسیال، ابعاد مانع، ابعاد محفظه، نسبت سطح (نسبت سطح کره هم حجم با نانوذره به سطح نانوذره) و مدل های مختلف محاسبه ضریب هدایت حرارتی و ضریب لزجت، تاثیرات مهمی بر جریان و انتقال حرارت در هندسه مورد نظر می گذارد که این موضوع می تواند در خیلی از کاربردهای مهندسی از قبیل خنک کاری تجهیزات الکترونیکی، هسته ای و راکتورهای شیمیایی، سیستم های ذخیره سازی حرارت و غیره تاثیر گذار باشد. و به همین دلیل در این تحقیق تاثیر تغییر این پارامترها مورد بررسی قرار می گیرد. با تغییر ابعاد مانع و ابعاد محفظه می توان وضعیت محفظه را برای انتقال حرارت بهتر به دست آورد و با تغییر عدد رایلی و کسر حجمی می توان انتقال حرارت را بهبود بخشید. شکل نانوذرات که به نسبت سطح بستگی دارد نیز در انتقال حرارت بهتر موثر است. همچنین مدل محاسبه

که  $\varphi$  کسر حجمی نانو ذره و زیر نویس  $f$  مربوط به سیال،  $s$  مربوط به ماده جامد و  $nf$  مربوط به نانوسیال می باشد. لزجت نانوسیال که شامل یک سوسپانسیون رقیقی از ذرات کروی جامد است با استفاده از رابطه بریکمن [۲۶] به دست می آید:

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1-\varphi)^{2.5}} \quad (20)$$

وانگ و موجودار [۲۷] برای محاسبه ضریب لزجت نانوسیال از رابطه زیر استفاده کردند:

$$\mu_{nf} = \mu_f(123\varphi^2 + 7.3\varphi + 1) \quad (21)$$

ضریب هدایت گرمایی نانوسیال با فرض یک شکل و کروی بودن نانوذرات توسط روش ماکسول- گارنت [۲۸] به صورت زیر به دست می آید:

$$k_{nf} = k_f \left( \frac{k_s + 2k_f - 2\varphi(k_f - k_s)}{k_s + 2k_f + \varphi(k_f - k_s)} \right) \quad (22)$$

برای مخلوط های جامد- مایع که در آن نسبت هدایت دو فاز بزرگتر از ۱۰۰ باشد می توان از رابطه همیلتون- کروزر [۲۹] استفاده کرد که انحراف از کروی بودن ذرات را نیز در نظر می گیرد:

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \left( \frac{k_s + (n-1)k_f + (n-1)\varphi(k_f - k_s)}{k_s + (n-1)k_f + \varphi(k_f - k_s)} \right) \quad (23)$$

$$n = \frac{3}{\psi}, \quad 0.5 < n < 6$$

که در آن  $n$  فاکتور شکل تجربی است و  $\psi$  به صورت نسبت سطح کره هم حجم با ذره به سطح ذره تعریف می شود. برای ذرات کروی  $\psi = 1$  است. عدد ناسلت محلی [۱۶]:

$$Nu = - \frac{k_{nf} L}{k_f \Delta T} \frac{\partial T}{\partial x} \quad (24)$$

عدد ناسلت متوسط [۱۶]:

$$Nu_{avg} = \frac{1}{L} \int_0^L Nu_y dy \quad (25)$$

خصوصیات ترموفیزیکی نانوسیال آب- اکسید تیتانیوم در جدول ۱ آمده است.

جدول ۱ خصوصیات ترموفیزیکی نانوسیال آب- اکسید تیتانیوم

ماده	$\rho$ (Kg/m <sup>3</sup> )	$c_p$ (J/Kg.m)	$k$ (W/mk)	$\beta$ (1/k)	$\mu$ (Kg/ms)
آب	۹۹۷/۱	۴۱۷۹/۰	۰/۶۱۳	$۲۱ \times 10^{-۵}$	۱
اکسید تیتانیوم	۴۲۵۰/۰	۶۸۶/۲	۸/۹۵۳۸	$۹ \times 10^{-۵}$	-

#### ۴- تفسیر و تحلیل نتایج

در این بخش مساله انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانوسیال آب- اکسید تیتانیوم در یک محفظه مربعی اطراف یک مانع گرم با روش شبکه بولتزمن بررسی می شود. دیواره های چپ و راست سرد، پایین گرم و بالا عایق است. جریان آرام و تراکم ناپذیر و دیواره های محفظه بدون حرکت است برای محاسبه سرعت جریان و دمای سیال از مدل شبکه بولتزمن نه سرعت استفاده می شود. ابتدا برای صحت سنجی برنامه کامپیوتری نتایج انتقال حرارت جابجایی طبیعی در یک محفظه مربعی مانع دار با سیال آب شیشه سازی و با نتایج راگویی و همکاران [۳۰] مقایسه شد. مستقل بودن نتایج از شبکه حل نیز بررسی خواهد شد و سپس نتایج حاصل از شبیه سازی عددی نانوسیال در هندسه و شرایط مورد بررسی، همراه با نانوسیال آب- اکسید تیتانیوم ارائه خواهد شد.

#### ۴-۱- اعتبارسنجی

که  $F_i$  معرف نیروی خارجی وارد بر ذرات است و می توان در مسایل انتقال حرارت جابجایی طبیعی در روش شبکه بولتزمن به صورت  $3\rho w_i c_p g \beta \Delta T$  در نظر گرفت. با داشتن معادله بولتزمن کمیات ماکروسکوپی چگالی، بردار سرعت و انرژی داخلی را می توان محاسبه نمود [۲۴]:

$$\rho(\vec{x}, t) = \int f(\vec{x}, \vec{c}, t) d\vec{c} \quad (4)$$

$$\rho \vec{u}(\vec{x}, t) = \int \vec{c} f(\vec{x}, \vec{c}, t) d\vec{c} \quad (5)$$

$$\rho e(\vec{x}, t) = \int \vec{c}^2 f(\vec{x}, \vec{c}, t) d\vec{c} \quad (6)$$

که در آن،  $\vec{u}$  بردار سرعت ماکروسکوپی و  $\vec{c}$  سرعت ذرات می باشد. همچنین انرژی داخلی سیستم را می توان به صورت زیر محاسبه کرد [۲۳]:

$$e = \frac{3}{2} \frac{k_B T}{m} \quad (7)$$

که  $T$  دما،  $m$  جرم مولکولی و  $k_B$  ثابت بولتزمن می باشد. در کار حاضر از روش شبکه بولتزمن D2Q9 استفاده شد که تابع توزیع تعادلی برای این شبکه به صورت زیر است [۲۳]:

$$f_i^{eq} = w_i \rho \left[ 1 + \frac{1}{c_s^2} \vec{c}_i \cdot \vec{u} + \frac{1}{2c_s^4} (\vec{c}_i \cdot \vec{u})^2 - \frac{1}{2c_s^2} u^2 \right] \quad (8)$$

که سرعت صوت در این مدل،  $c_s = c/\sqrt{3}$  است و  $w_i$  ضرایب وزنی به صورت  $w_{5,6,7,8} = 1/36$  و  $w_{1,2,3,4} = 1/9$  و  $w_0 = 4/9$  هستند. بردارهای سرعت به صورت زیر است [۲۵]:

$$\vec{c}_i = \begin{cases} (0,0) & i = 0 \\ \vec{c} \left( \cos \left[ (i-1) \frac{\pi}{2} \right], \sin \left[ (i-1) \frac{\pi}{2} \right] \right) & i = 1-4 \\ \sqrt{2} \vec{c} \left( \cos \left[ (2i-9) \frac{\pi}{4} \right], \sin \left[ (2i-9) \frac{\pi}{4} \right] \right) & i = 5-8 \end{cases} \quad (9)$$

که  $\vec{c} = \delta x / \delta t$  می باشد،  $\delta x$  طول المان های شبکه و  $\delta t$  مرحله زمانی می باشد. همچنین چگالی و سرعت های ماکروسکوپی از روابط زیر به دست می آیند [۲۳]:

$$\rho = \sum_{i=0}^8 f_i \quad (10)$$

$$\rho \cdot u = \sum_{i=0}^8 \vec{c}_i f_i \quad (11)$$

با استفاده از بسط چابمن- انزکوگ رابطه بین لزجت و ضریب تخفیف به صورت زیر است [۲۳]:

$$\nu = c_s^2 \Delta t (\tau_v - 0.5) \quad (12)$$

فشار از رابطه زیر به دست می آید [۲۳]:

$$p = c_s^2 \rho \quad (13)$$

۳-۲- معادله گرمایی شبکه بولتزمن

تابع توزیع گرمایی به صورت زیر است [۲۳]:

$$g_i(\vec{x} + \vec{c}_i \Delta t, t + \Delta t) - g_i(\vec{x}, t) = - \frac{1}{\tau_h} (g_i - g_i^{eq}) \quad (14)$$

که  $\tau_h$  ضریب تخفیف مربوط به دما است و  $g_i^{eq}$  تابع توزیع تعادلی مربوط به دما است که از رابطه زیر به دست می آید [۲۳]:

$$g_i^{eq} = T w_i \left( 1 + \frac{\vec{c}_i \cdot \vec{u}}{c_s^2} \right) \quad (15)$$

دما و ضریب پخش گرمایی از روابط زیر به دست می آید [۲۳]:

$$T = \sum_{i=0}^8 g_i \quad (16)$$

$$\alpha = \frac{(\Delta x)^2}{3\Delta t} (\tau_h - 0.5) \quad (17)$$

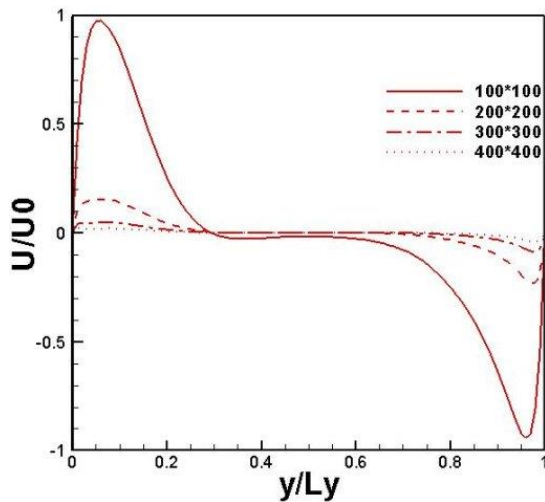
#### ۳-۳- مدل سازی نانوسیال

خصوصیات ترموفیزیکی نانوسیال بجز چگالی که با استفاده از تقریب بوزینسک به دست می آید، ثابت فرض می شوند، که در جدول ۱ آمده است.

چگالی نانوسیال، ظرفیت گرمایی ویژه نانوسیال به صورت زیر است [۲۵]:

$$\rho_{nf} = (1 - \varphi)\rho_f + \varphi\rho_s \quad (18)$$

$$(\rho c_p)_{nf} = (1 - \varphi)(\rho c_p)_f + \varphi(\rho c_p)_s \quad (19)$$



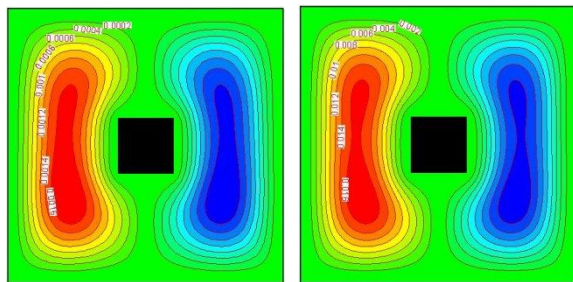
شکل ۴ توزیع عمودی مولفه X سرعت در عدد رایلی  $10^6$  و اندازه‌های شبکه مختلف

### ۳-۴- انتقال حرارت جابجایی طبیعی در یک محفظه مربعی با مانع گرم همراه با نانوسیال

در این بخش برای حل مساله مورد نظر تحقیق به هندسه مساله نانوسیال آب- اکسید تیتانیوم اضافه کرده و تاثیر تغییر عدد رایلی، کسر حجمی نانوسیال، ابعاد مانع و ابعاد محفظه، تغییر مدل محاسبه ضریب لزجت و ضریب هدایت حرارتی و نیز تغییر نسبت سطح بر خطوط جریان، خطوط هم‌دما، انتقال حرارت و عدد ناسلت، بررسی خواهد شد. شبکه حل  $300 \times 300$  است و مدل‌های همیلتون - کرورز [۲۹] و ماکسول- گارنت [۲۸] برای محاسبه ضریب هدایت حرارتی نانوسیال و مدل‌های وانگ [۲۷] و بریکمن [۲۶] برای محاسبه ضریب لزجت نانوسیال با هم مقایسه شدند.

### ۳-۴-۱- اثر تغییر عدد رایلی

در این قسمت کسر حجمی نانوسیال برابر  $0.04$  و ابعاد مانع  $0.2$  طول محفظه مربعی فرض شد. با توجه به شکل ۵ با افزایش عدد رایلی خطوط جریان به نقاط مرزی محفظه نزدیک می‌شوند و این مساله در اعداد رایلی بزرگ‌تر بیشتر به چشم می‌خورد. با توجه به شکل ۶ با افزایش عدد رایلی سهم جابجایی بیشتر شده، خطوط هم‌دما از حالت عمودی به حالت افقی تبدیل می‌شود و گرادیان دما در نزدیک دیواره‌ها بیشتر می‌شود. با توجه به شکل ۷ عدد ناسلت متوسط در دیواره سمت راست با افزایش عدد رایلی زیاد می‌شود که علت آن را می‌توان افزایش سهم جابجایی دانست و این افزایش در اعداد رایلی کمتر با شیب بیشتری به چشم می‌خورد.



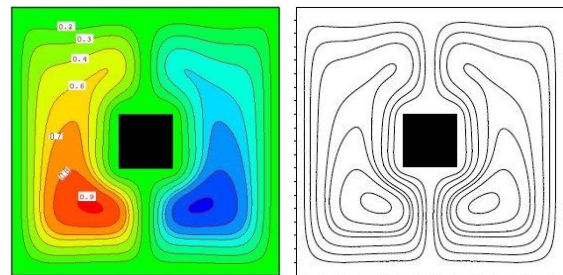
(ب): رایلی  $10^4$

(الف): رایلی  $10^3$

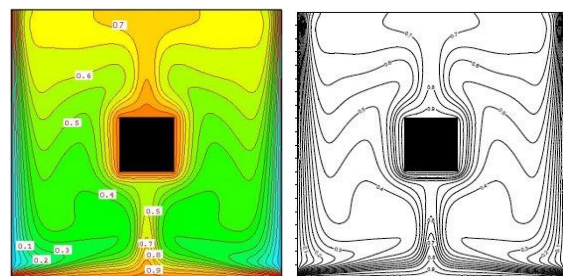
برای اعتبار سنجی برنامه کامپیوتری انتقال حرارت جابجایی طبیعی در یک محفظه مربعی با مانع گرم حل شد. دیواره‌های سمت چپ و راست سرد، دیواره پایین گرم و دیواره بالایی عایق می‌باشد. عدد پرانتل ۷ و در رایلی  $10^6$  با نتایج مقاله راگویی و همکاران [۳۰] مقایسه شد. در شکل‌های ۲ و ۳ خطوط جریان و خطوط هم‌دما در کار حاضر با نتایج مقاله راگویی و همکاران [۳۰] مقایسه شد. همانطور که مشاهده می‌شود خطوط جریان و خطوط هم‌دما تطابق خوبی با نتایج کار راگویی و همکاران [۳۰] دارد.

### ۲-۴- استقلال نتایج از شبکه حل

نتایج مولفه X بردار سرعت در انتقال حرارت جابجایی طبیعی در یک محفظه مربعی مانع دار در عدد رایلی  $10^6$  و با اندازه‌های متفاوت  $100 \times 100$  و  $200 \times 200$  و  $300 \times 300$  و  $400 \times 400$  باهم مقایسه شد، این مقایسه نشان داد که نتایج در شبکه‌بندی ریزتر دقیق‌ترند و در شبکه‌بندی درشت وابسته به شبکه حل است. شکل ۴ توزیع عمودی مولفه X سرعت را در اندازه‌های شبکه مختلف را نشان می‌دهد. همانطور که از این شکل می‌توان دید نتایج در شبکه‌های  $200 \times 200$  و  $300 \times 300$  و  $400 \times 400$  اختلاف ناچیزی باهم دارند. لذا شبکه‌بندی  $300 \times 300$  شبکه‌ای مناسب است.

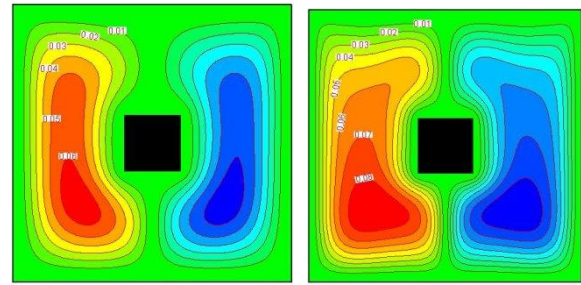


شکل ۲ خطوط جریان در مقاله راگویی [۳۰] (سمت راست) و خطوط جریان کار حاضر (سمت چپ) در عدد رایلی  $10^6$



شکل ۳ خطوط هم‌دما در مقاله راگویی [۳۰] (سمت راست) و خطوط هم‌دما کار حاضر (سمت چپ) در عدد رایلی  $10^6$

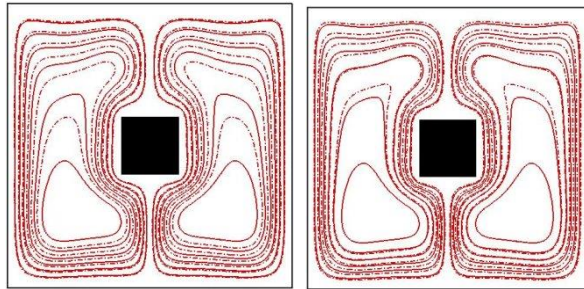
مقایسه شد. با افزایش کسر حجمی نانوسپال خطوط جریان به مرزهای محفظه نزدیک می‌شوند. شکل ۹ خطوط هم دما را در عدد رایلی  $10^6$  و ابعاد مانع  $0.2$  طول محفظه نشان می‌دهد. کسر حجمی‌های  $0.2$  و  $0.4$  و  $0.6$  با کسر حجمی  $0.0$  مقایسه شد. با توجه به شکل ۹ با افزایش کسر حجمی گرادینان دما در نزدیک دیواره‌ها بیشتر می‌شود. با توجه به شکل ۱۰ عدد ناسلت متوسط در دیواره سمت راست با افزایش کسر حجمی زیاد می‌شود که این افزایش به صورت خطی است.



(د): رایلی  $10^6$

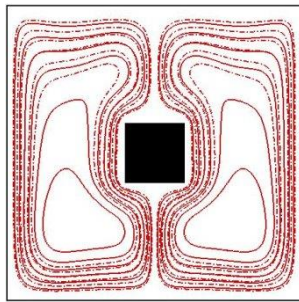
(ج): رایلی  $10^5$

شکل ۵ خطوط جریان در  $\phi = 0.04$  و عدد رایلی مختلف



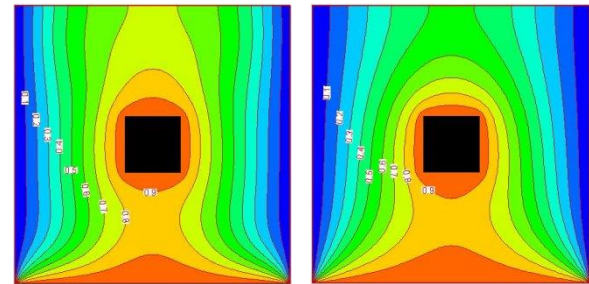
(الف):  $\phi = 0.0$  (-) و  $\phi = 0.02$  (- - -) و  $\phi = 0.04$  (- · -)

$\phi = 0.04$  (- · -)



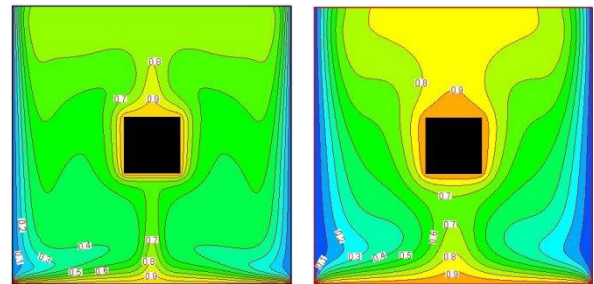
(ج):  $\phi = 0.0$  (-) و  $\phi = 0.06$  (- · -)

شکل ۸ خطوط جریان در عدد رایلی  $10^6$  و کسر حجمی مختلف



(ب): رایلی  $10^4$

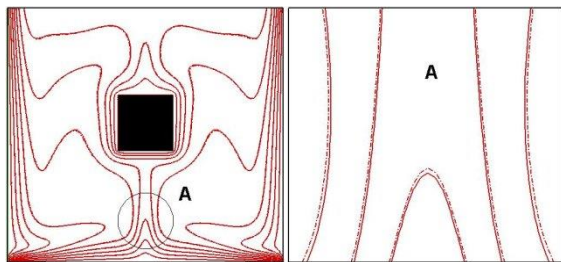
(الف): رایلی  $10^3$



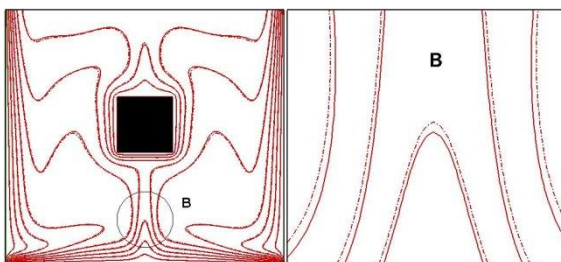
(د): رایلی  $10^6$

(ج): رایلی  $10^5$

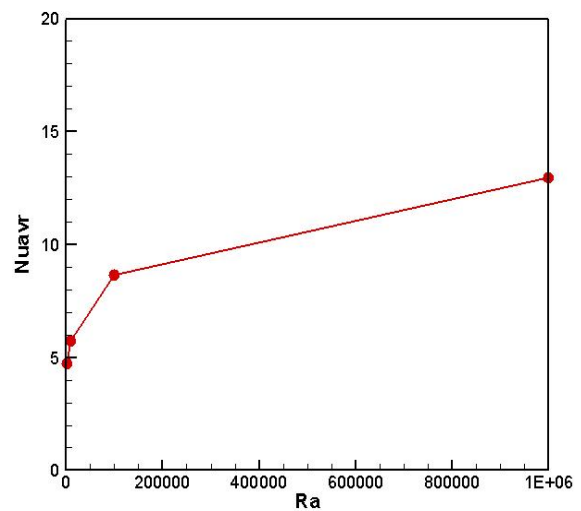
شکل ۶ خطوط هم‌دما در  $\phi = 0.04$  و عدد رایلی مختلف



(الف):  $\phi = 0.0$  (-) و  $\phi = 0.02$  (- · -)



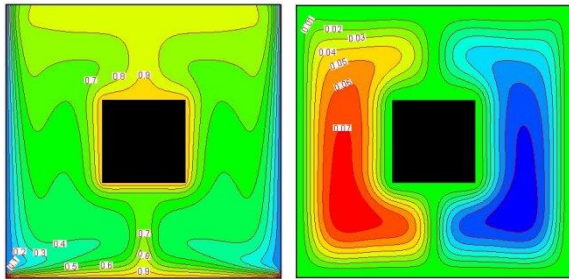
(ب):  $\phi = 0.0$  (-) و  $\phi = 0.04$  (- · -)



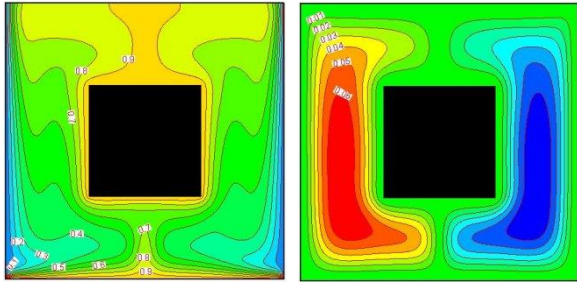
شکل ۷ تغییر عدد ناسلت متوسط برحسب عدد رایلی در کسر حجمی  $0.4$

#### ۴-۳-۲- اثر تغییر کسر حجمی نانوسپال

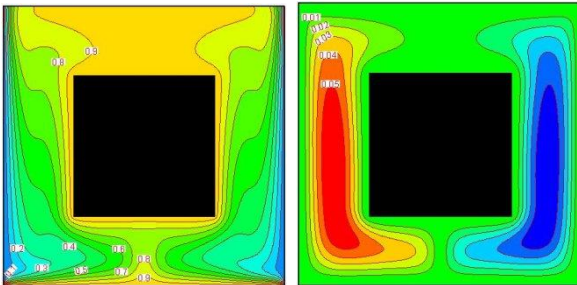
شکل ۸ خطوط جریان را در عدد رایلی  $10^6$  و ابعاد مانع  $0.2$  طول محفظه نشان می‌دهد. کسر حجمی‌های  $0.2$  و  $0.4$  و  $0.6$  با کسر حجمی  $0.0$



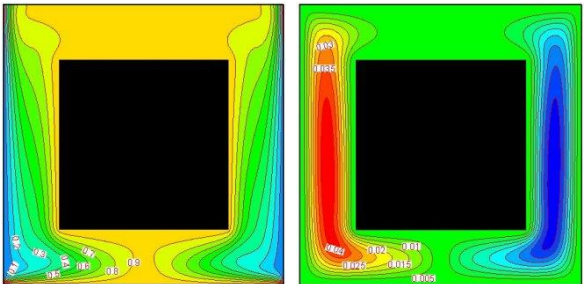
W = 0.3L : (ب)



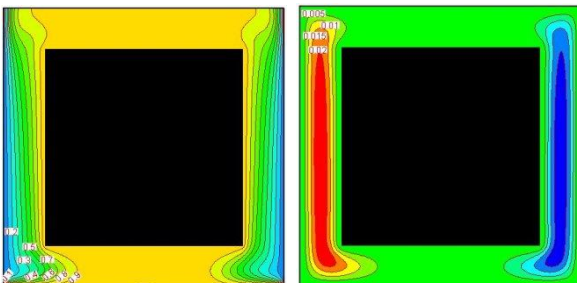
W = 0.4L : (ج)



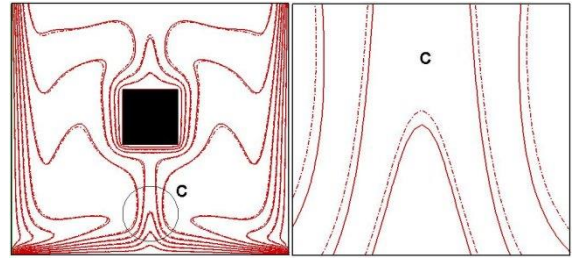
W = 0.5L : (د)



W = 0.6L : (ه)

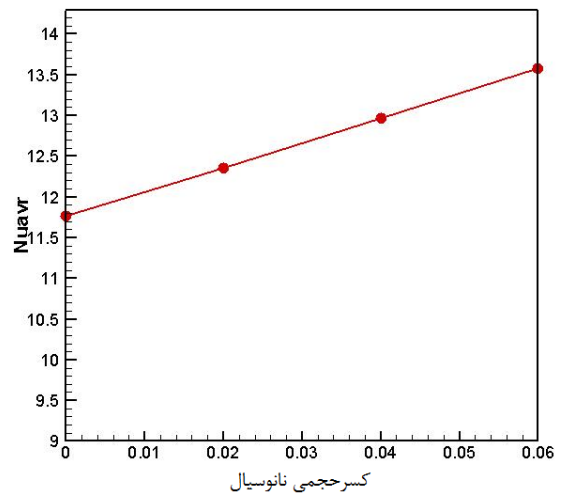


W = 0.7L : (و)



$\varphi = 0.06$  (---) و  $\varphi = 0.0$  (-): (ج)

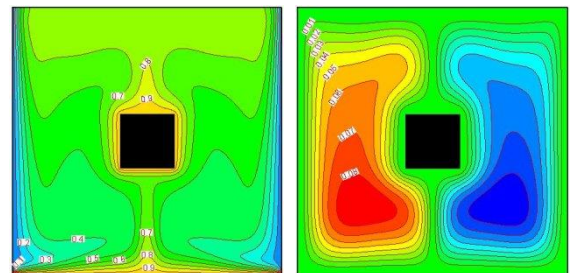
شکل ۹ خطوط هم‌دما در عدد رایلی  $10^6$  و کسر حجمی مختلف



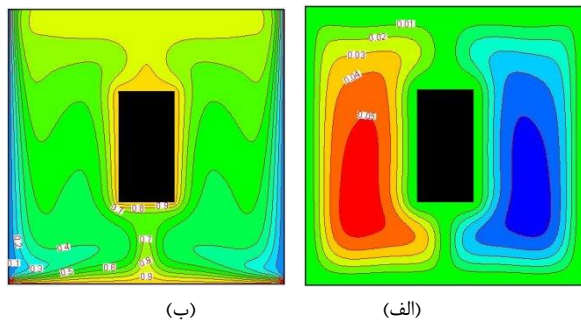
شکل ۱۰ تغییر عدد ناسلت متوسط برحسب کسر حجمی در عدد رایلی  $10^6$

### ۳-۳-۴- اثر تغییر ابعاد مانع

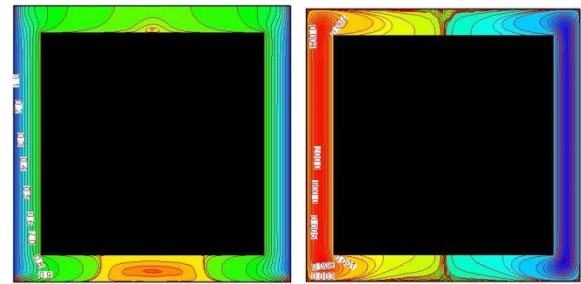
در این بخش عدد رایلی برابر  $10^6$  و کسر حجمی نانوسیال نیز برابر  $0.04$  فرض شد. ابعاد مانع به ترتیب در  $0.2$  و  $0.3$  و  $0.4$  و  $0.5$  و  $0.6$  و  $0.7$  و  $0.8$  ابعاد محفظه مربعی است. با توجه به شکل ۱۱ با افزایش ابعاد مانع خطوط جریان کشیده تر شده و خطوط هم‌دما از حالت افقی به حالت عمودی در می‌آیند. درحالی‌که ابعاد مانع  $0.8$  ابعاد محفظه هست گردابه‌هایی ایجاد می‌شوند که باعث افزایش انتقال حرارت می‌شوند. با توجه به شکل ۱۲ با اضافه شدن ابعاد مانع تا نصف ابعاد محفظه متوسط عدد ناسلت زیاد می‌شود و از آن به بعد تا  $0.7$  ابعاد محفظه متوسط عدد ناسلت کم می‌شود. و پس از آن دوباره تا  $0.8$  ابعاد محفظه متوسط عدد ناسلت زیاد می‌شود. پس بهترین عدد ناسلت متوسط وقتی است که ابعاد مانع نصف طول محفظه باشد یعنی  $W = 0.5L$ .



W = 0.2L : (الف)



شکل ۱۴ خطوط جریان (الف) و خطوط هم دما (ب) در اندازه مانع با  $W_y = 2W_x$ .

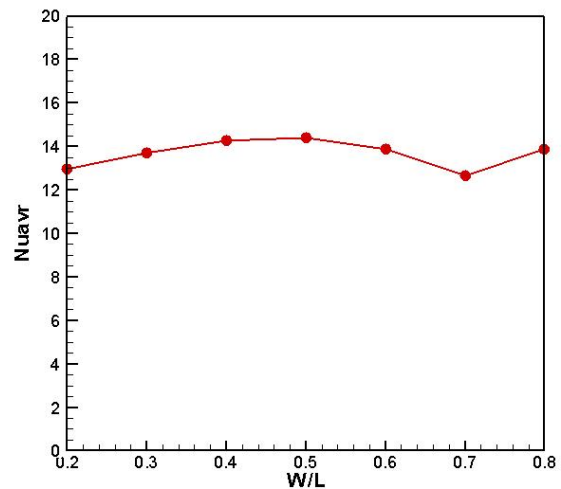


(ز):  $W = 0.8L$

شکل ۱۱ خطوط جریال (سمت راست) و خطوط هم دما (سمت چپ) در محفظه با اندازه موانع مختلف

جدول ۲ تاثیر ابعاد مانع در عدد ناسلت متوسط

ابعاد مانع	عدد ناسلت متوسط در دیوار سرد
$W_x = 2W_y$	۱۳/۲۲۱
$W_y = 2W_x$	۱۳/۳۳۹
مربعی $W = 0.2L$	۱۲/۹۶۵
مربعی $W = 0.3L$	۱۳/۷۲۱
مربعی $W = 0.4L$	۱۴/۲۶۰
مربعی $W = 0.5L$	۱۴/۴۲۱
مربعی $W = 0.6L$	۱۳/۸۵۹
مربعی $W = 0.7L$	۱۲/۶۵۶
مربعی $W = 0.8L$	۱۳/۸۹۸

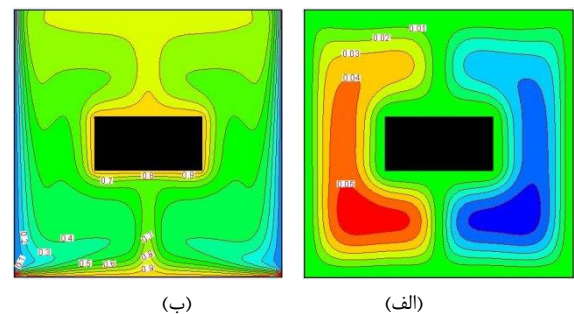
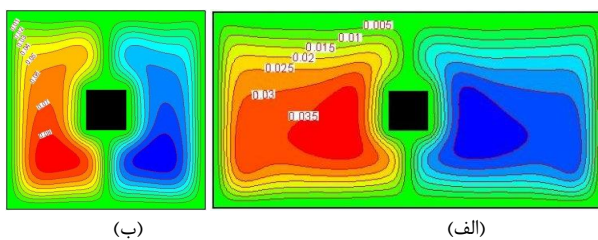


شکل ۱۲ تغییر عدد ناسلت برحسب ابعاد مانع

#### ۴-۳-۴- اثر تغییر ابعاد محفظه بر خطوط جریان و خطوط هم دما و عدد ناسلت

شکل ۱۵ و ۱۶ تاثیر اضافه شدن طول محفظه بر خطوط جریان و خطوط هم دما را نشان می دهد. عدد رایلی  $10^6$  و کسر حجمی نانو سیال  $0.4/0$  است. در شکل (ب) ابعاد محفظه برابر و به شکل مربع است و در شکل (الف) طول محفظه دو برابر عرض محفظه و به صورت افقی است. با توجه به شکل ۵ خطوط جریان در محفظه مربعی نسبت به محفظه افقی کشیده تر هستند. در شکل ۶ گرادیان دما نزدیک دیواره های محفظه در محفظه افقی بیشتر از محفظه مربعی است.

در شکل ۱۷ و ۱۸ تاثیر اضافه شدن عرض محفظه بر خطوط جریان و خطوط هم دما را نشان می دهد. عدد رایلی  $10^6$  و کسر حجمی نانو سیال  $0.4/0$  است. در شکل (الف) ابعاد محفظه برابر و به شکل مربع است و در شکل (ب) عرض محفظه دو برابر طول محفظه و به صورت عمودی است. با توجه به شکل ۱۷ خطوط جریان در محفظه عمودی در سمت چپ و راست محفظه به دو قسمت تقسیم شده است. در شکل ۱۸ گرادیان دما نزدیک دیواره پایین محفظه در محفظه عمودی کمتر از محفظه مربعی است.



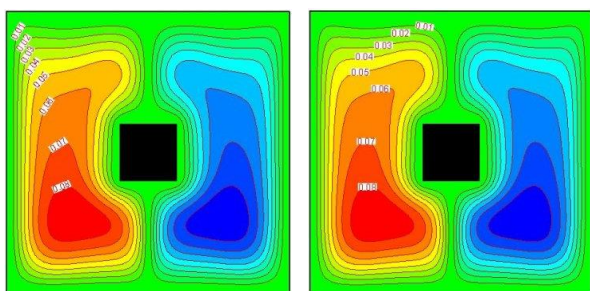
شکل ۱۳ خطوط جریان (الف) و خطوط هم دما (ب) در اندازه مانع با  $W_x = 2W_y$ .



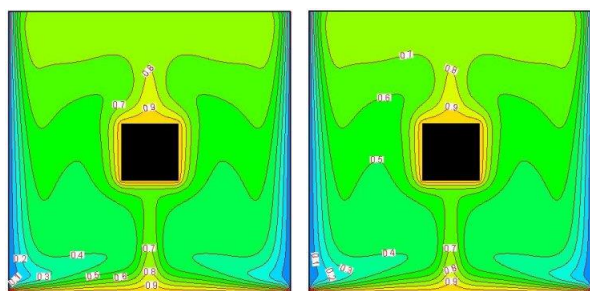
بریکمن [۲۶] برای محاسبه ضریب لزجت نانوسیال با هم مقایسه شدند. نانوسیال مورد مطالعه آب-اکسید تیتانیوم، عدد رایلی  $10^6$ ، کسر حجمی نانوسیال  $0.04$  و ابعاد مانع  $0.2$  ابعاد محفظه مربعی در نظر گرفته شد. شکل ۱۹ مقایسه خطوط جریان و شکل ۲۰ مقایسه خطوط هم‌دما در مدل‌های همیلتون [۲۹] و ماکسول [۲۸] را نشان می‌دهد. در این مساله نسبت سطح برابر یک و مدل محاسبه لزجت نانوسیال مدل بریکمن [۲۶] در نظر گرفته شد، بنابراین چون شکل نانو ذرات به صورت کروی است، هم خطوط جریان و هم خطوط هم‌دما منطبق بر مدل ماکسول - گارنت [۲۸] می‌شود و می‌توان گفت زمانی که نسبت سطح برابر یک باشد نتایج دقیقاً منطبق بر مدل ماکسول - گارنت [۲۸] است.

جدول ۳ تاثیر اضافه شدن طول یا عرض محفظه در عدد ناسلت متوسط سمت راست

وضعیت محفظه	ناسلت متوسط دیوار سرد
طول محفظه دو برابر عرض محفظه	۲۵/۴۶۰
عرض محفظه دو برابر طول محفظه	۴/۹۰۰
محفظه مربعی	۱۲/۹۶۵

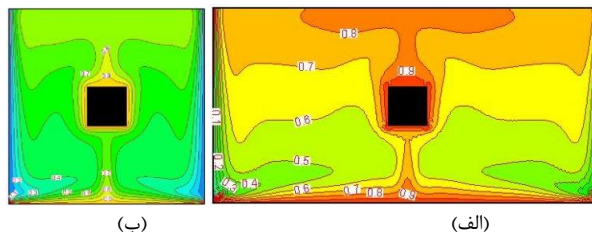


شکل ۱۹ مقایسه خطوط جریان مدل های همیلتون [۲۹] (الف) و ماکسول [۲۸] (ب)

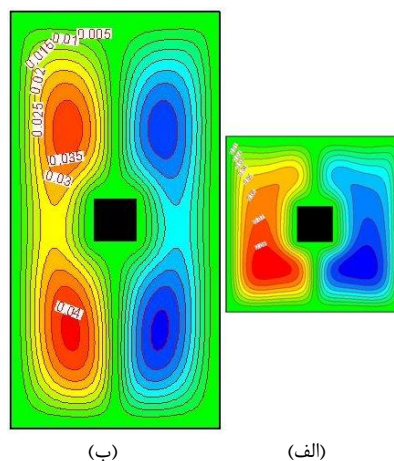


شکل ۲۰ مقایسه خطوط هم‌دما مدل های همیلتون [۲۹] (الف) و ماکسول [۲۸] (ب) متوسط عدد ناسلت در دیواره سمت راست نیز در دو مدل همیلتون [۲۹] و ماکسول [۲۸] در نسبت سطح یک در جدول ۴ مقایسه شده است. که این مقایسه هم به دلیل فوق در دو روش دقیقاً بر هم منطبق است. با توجه به شکل ۲۱ با کم شدن نسبت سطح کره هم حجم با نانوذره به سطح نانوذره، متوسط عدد ناسلت دیواره‌های سرد زیاد می‌شود که دلیل آنرا می‌توان در زیاد شدن سطح تماس نانوذره با سیال پایه دانست. هر چه شکل نانو ذره به کره نزدیک تر شود سطح تماس کم شده و در نتیجه متوسط عدد ناسلت کم می‌شود و هرچه از حالت کروی خارج شود سطح تماس زیادتر شده و متوسط عدد ناسلت زیاد می‌شود.

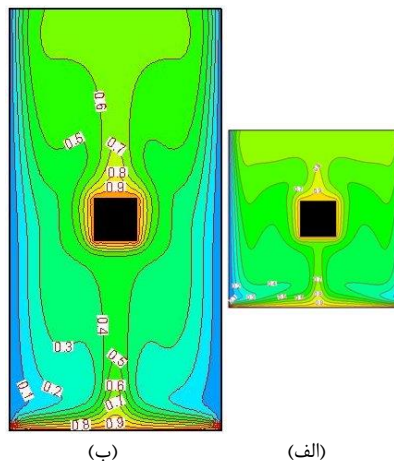
شکل ۱۵ تاثیر اضافه شدن طول محفظه در جهت خط افق بر خطوط جریان



شکل ۱۶ تاثیر اضافه شدن طول محفظه در جهت خط افق بر خطوط هم‌دما



شکل ۱۷ تاثیر اضافه شدن عرض محفظه در جهت عمود بر خط افق بر خطوط جریان



شکل ۱۸ تاثیر اضافه شدن عرض محفظه در جهت عمود بر خط افق بر خطوط هم‌دما

در جدول ۳ تاثیر اضافه شدن طول یا عرض محفظه بر روی عدد ناسلت متوسط در دیواره های سرد محفظه مشخص شده است. اعداد نشان می‌دهند که با دو برابر شدن طول محفظه متوسط عدد ناسلت در دیواره سمت راست به شدت افزایش می‌یابد و با دو برابر شدن عرض محفظه متوسط عدد ناسلت در دیواره سمت راست به شدت کاهش می‌یابد.

۴-۳-۵- مقایسه مدل‌های مختلف به دست آوردن ضریب هدایت حرارتی و ضریب لزجت در این بخش مدل‌های همیلتون - کرورز [۲۹] و ماکسول - گارنت [۲۸] برای محاسبه ضریب هدایت حرارتی نانوسیال و مدل‌های وانگ [۲۷] و

در این تحقیق انتقال حرارت جابجایی طبیعی اطراف یک مانع گرم درون یک محفظه مربعی با دیواره‌های سمت چپ و راست سرد، دیواره بالا عایق و دیواره پایین گرم با استفاده از روش شبکه بولتزمن بصورت دو بعدی شبیه سازی شد. جریان سیال آرام و تراکم ناپذیر و سیال مورد مطالعه نانوسیال آب-اکسید تیتانیوم در نظر گرفته شده است. دیواره‌های محفظه بدون حرکت است و برای محاسبه سرعت جریان و دمای سیال از مدل شبکه D2Q9 استفاده شد. برای محاسبه ضریب لزجت نانوسیال از مدل بریکمن [۲۶] استفاده شد و این مدل با مدل وانگ [۲۷] مقایسه شد. همچنین برای محاسبه ضریب هدایت حرارتی نانوسیال از مدل ماکسول-گارتنت [۲۸] استفاده شد و این مدل با مدل همیلتون-کروزر [۲۹] مقایسه شد. برای اعتبار سنجی برنامه کامپیوتری با استفاده از روش شبکه بولتزمن شبیه‌سازی و نتایج حاصل کار راگویی و همکاران [۳۰] مقایسه شد و کارایی روش شبکه بولتزمن بررسی شد. تاثیر تغییر عدد رایلی، کسر حجمی نانوسیال، ابعاد مانع، ابعاد محفظه، شکل نانوذرات و مدل‌های مختلف محاسبه ضریب هدایت حرارتی و ضریب لزجت نانوسیال بر روی عدد ناسلت و انتقال حرارت جابجایی در اطراف یک مانع گرم درون یک محفظه مربعی بررسی شد. نتایج به‌دست آمده از تحقیق حاضر نشان می‌دهد که:

الف. با اضافه شدن کسر حجمی در یک عدد رایلی ثابت عدد ناسلت متوسط دیواره سمت راست افزایش می‌یابد.  
ب. در یک کسر حجمی ثابت با افزایش عدد رایلی عدد ناسلت متوسط دیواره سمت راست نیز افزایش پیدا می‌کند.  
ج. با افزایش ابعاد مانع تا نصف ابعاد محفظه متوسط عدد ناسلت دیواره سمت راست زیاد می‌شود و از آن به بعد تا ۰/۷ ابعاد محفظه کم می‌شود و باز تا ۰/۸ ابعاد محفظه زیاد می‌شود. بنابراین می‌توان گفت که حالت بهینه ابعاد مانع همان نصف طول دیواره محفظه است.  
د. با اضافه شدن طول یا عرض مانع، متوسط عدد ناسلت نسبت به مانع مربعی افزایش می‌یابد و این افزایش وقتی عرض مانع افزایش یابد بیشتر است.

ه. روش شبکه بولتزمن به عنوان روشی جدید، مناسب و کارآمد در بررسی جریان سیال و انتقال حرارت است.  
ب. با کاهش نسبت سطح ضریب شکل افزایش یافته و عدد ناسلت متوسط در دیواره‌های سرد زیاد می‌شود.  
و. با دو برابر کردن طول محفظه نسبت به عرض آن متوسط عدد ناسلت در دیواره سمت راست به شدت افزایش می‌یابد ولی با دو برابر کردن عرض محفظه نسبت به طول آن متوسط عدد ناسلت در دیواره سمت راست به شدت کاهش می‌یابد.

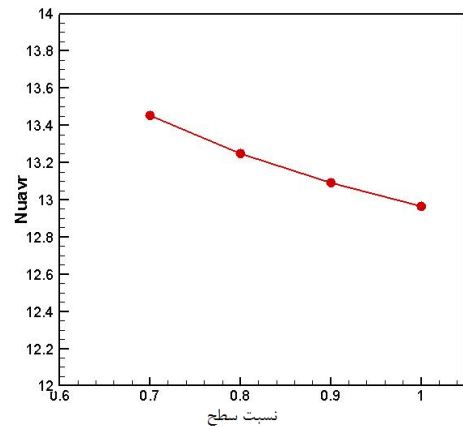
ز. در مدل همیلتون-کروزر [۲۹] برای محاسبه ضریب هدایت حرارتی وقتی نسبت سطح برابر یک است در یک کسر حجمی و عدد رایلی ثابت متوسط عدد ناسلت نسبت به مدل ماکسول-گارتنت [۲۸] برابر است، اما با کاهش نسبت سطح، ضریب شکل افزایش یافته و متوسط عدد ناسلت زیاد می‌شود.

ح. در مدل وانگ [۲۷] برای به‌دست آوردن ضریب لزجت نانوسیال متوسط عدد ناسلت در یک کسر حجمی و عدد رایلی ثابت نسبت به مدل بریکمن [۲۶] کمتر است. پس این دو روش دقیقاً برهم منطبق نیستند و حدود ۵/۳ درصد اختلاف دارند.

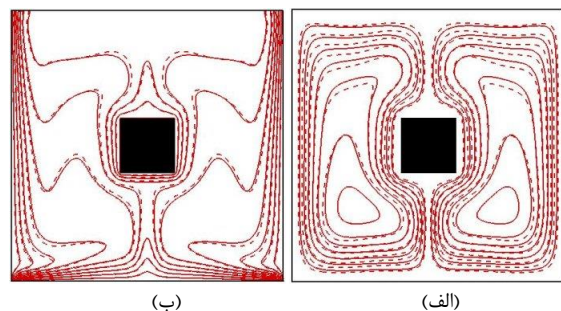
شکل ۲۲ مقایسه خطوط جریان و مقایسه خطوط هم‌دما در مدل بریکمن [۲۶] و مدل وانگ [۲۷] را نشان می‌دهد. در این مساله روش محاسبه ضریب هدایت حرارتی مدل همیلتون - کروزر [۲۹] در نظر گرفته شد. با توجه به شکل ۲۲ در مدل بریکمن [۲۶] و مدل وانگ [۲۷] که برای به‌دست آوردن ضریب لزجت نانوسیال استفاده می‌شوند خطوط جریان و همچنین خطوط هم‌دما بر هم منطبق نیستند. پس این دو روش تجربی بر هم منطبق نبوده و نتایج آنها کمی با هم اختلاف دارند.  
متوسط عدد ناسلت در دیواره‌های سرد نیز در جدول ۵ مقایسه شده است که در مدل بریکمن [۲۶] بزرگتر از مدل وانگ [۲۷] است.

جدول ۴ مقایسه عدد ناسلت متوسط در دو مدل مختلف و در نسبت سطح برابر یک

مدل	ناسلت متوسط دیوار سرد
ماکسول-گارتنت [۲۸]	۱۲/۹۶۵
همیلتون-کروزر [۲۹]	۱۲/۹۶۵



شکل ۲۱ تاثیر نسبت سطح بر عدد ناسلت



شکل ۲۲ مقایسه مدل‌های بریکمن [۲۶] و وانگ [۲۷]، خطوط جریان (الف) و خطوط هم‌دما (ب)

جدول ۵ مقایسه عدد ناسلت متوسط در دو مدل بریکمن [۲۶] و وانگ [۲۷]

مدل	ناسلت متوسط دیوار سرد
بریکمن [۲۶]	۱۲/۹۶۵
وانگ [۲۷]	۱۲/۲۸۸

##### ۵- نتیجه‌گیری

ط. روش شبکه بولتزمن به عنوان روشی جدید، مناسب و کارآمد در بررسی جریان سیال و انتقال حرارت است.

حالت تعادل	<b>eq</b>	بالانویس‌ها
حالت غیر تعادل	<b>neq</b>	
سیال	<b>f</b>	زیرنویس‌ها
زیرنویس شمارش	<b>i</b>	
نانو سیال	<b>nf</b>	
نانوذره	<b>s</b>	

۷- مراجع

[1] G. Huelsz and R. Rechtman, "Heat transfer due to natural convection in an inclined square cavity using the lattice Boltzmann equation method" , *International Journal of Thermal Sciences*, Vol.65, pp.111-119, 2013.

[2] P. Pashaie, M. Jafari, H. Baseri and M. Farhadi, "Nusselt Number Estimation along a Wavy Wall in an Inclined Lid-driven Cavity using Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System (ANFIS)", *International Journal of Engineering Transactions A: Basics*, Vol.26, No.4, pp.383-392, 2013.

[3] H. Yang, N. Xiao-Dong, S. Shi, Y. Haizhuan and L. Mingjun, "Natural Convection in a Concentric Annulus: A Lattice Boltzmann Method Study with Boundary Condition-Enforced Immersed Boundary Method", *Advances in Applied Mathematics and Mechanics*, Vol.5, No.3, pp.321-336, 2013.

[4] R. Khazaeli, S. Mortazavi and M. Ashrafizaadeh, "Application of a ghost fluid approach for a thermal lattice Boltzmann method", *Journal of Computational Physics*. No.250, pp.126-140, 2013.

[5] H. R. Ashorynejad, K. Sedighi, M. Farhadl and E. Fattahi, "Lattice Boltzmann simulation of magnethydrodynamics natural convection flow for salt water in a horizontal cylindrical annulus", *IJST, Transactions of Mechanical Engineering*, Vol. 37, No. M1, pp 11-22, 2013.

[6] H. R. Ashorynejad, M. Sheikholeslami and E. Fattahi, "Lattice Boltzmann Simulation of Nanofluids Natural Convection Heat Transfer in Concentric Annulus", *International Journal of Engineering Transactions B: Application* Vol.26, No.8, pp.895-904, 2013.

[7] M. El Abdallaoui, M. Hasnaoui and A. Amahmid, "Lattice-Boltzman simulations of free convection in an inclined square cavity partially heated and cooled from the sides and filled with nanofluids using heatline method", *16èmes Journées Internationales de Thermique (JITH 2013) Marrakech (Maroc)*, du 13 au 15 Novembre 2013.

[8] H. Sajjadi, M. Beigzadeh Abbassi and GH. R. Kefayati, "Lattice Boltzmann simulation of turbulent natural convection in a square cavity using Cu/water nanofluid", *Journal of Mechanical Science and Technology* Vol.27, No.8, pp.2341-2349, 2013.

۶- فهرست علائم

$\bar{c}$	بردار سرعت ( $ms^{-1}$ )
$c_p$	ظرفیت گرمایی ویژه ( $Jkg^{-1}K^{-1}$ )
$c_s$	سرعت صوت ( $ms^{-1}$ )
$e$	انرژی جنبشی (J)
$f$	تابع توزیع چگالی جریان
$F$	نیروی خارجی (N)
$g$	تابع توزیع چگالی گرما
$\bar{g}$	بردار شتاب گرانش ( $ms^{-2}$ )
$k_B$	ثابت بولتزمن
$L_x$	طول محفظه
$L_y$	عرض محفظه
$m$	جرم ملکولی (gr)
$n$	فاکتور شکل تجربی
$p$	فشار ( $Kgm^{-1}s^{-2}$ )
$T$	دما (K)
$t$	زمان (s)
$\Delta t$	مرحله گسسته زمانی
$W_x$	طول مانع
$W_y$	عرض مانع
$w_i$	تابع وزن
$\bar{x}$	بردار مکان (m)
$\Delta x$	مرحله گسسته مکانی

علائم یونانی

$\alpha$	ضریب پخش حرارتی ( $m^2s^{-1}$ )
$\beta$	ضریب انبساط حرارتی ( $K^{-1}$ )
$k$	ضریب هدایت گرمایی ( $Wm^{-1}K^{-1}$ )
$\mu$	لزجت دینامیکی ( $Kgm^{-1}s^{-1}$ )
$\nu$	لزجت ( $m^2s^{-1}$ )
$\rho$	چگالی ( $Kgm^{-3}$ )
$\tau_h$	ضریب تخفیف برخورد بی بعد دما
$\tau_v$	ضریب تخفیف برخورد بی بعد جریان
$\phi$	کسر حجمی نانوذره (%)
$\psi$	نسبت سطح کره هم حجم با نانوذره به سطح نانوذره
$\Omega$	عملگر برخورد بی بعد

- [22] G. Mc Namara and G. Zanetti, "Use of the Boltzmann equation to simulate lattice-gas automata", *Physics Review Letter*, Vol. 61, pp. 2332–2335, 1988.
- [23] A. A. Mohamad, " *Lattice Boltzmann Method*", Springer, Fundamentals and Engineering Applications with Computer Codes , ISBN 978-0-85729-454-8, 2011.
- [24] C. Cercignani, " *The Boltzmann Equation and Its Applications*", Springer, New York, 1998.
- [25] E. Fattahi, M. Farhadi, K. Sedighi and H. Nemati, "Lattice Boltzmann simulation of natural convection heat transfer in nanofluids", *International Journal of Thermal Sciences*, No.52, pp.137-144, 2012.
- [26] H.C. Brinkman, "The viscosity of concentrated suspensions and solutions", *Journal Chemistry Physics*, Vol.20, 571,1952
- [27] X.Q. Wang and A.S. Mujumdar,"Heat transfer characters of nanofluids: a review", *International Journal Therm Science*, Vol.46, pp.1–19, 2007.
- [28] J. Maxwell, *A treatise on electricity and magnetism unabridged*, Dover, 1954.
- [29] R.L. Hamilton and O.K. Crosser, "Thermal Conductivity of Heterogeneous Two-Component Systems", *Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals*, Vol.1, pp.182- 191, 1962.
- [30] K. Ragui, Y.k. Benkahla, N. Labsi, and A. Boutra, "Natural Heat Transfer Convection in a Square Cavity Including a Square Heater", *21<sup>th</sup> Congrès Français de Mécanique, Bordeaux*, 26 au 30 août, 2013.
- [9] GH. R. Kefayati, "Lattice Boltzmann simulation of natural convection in nanofluid-filled 2D long enclosures at presence of magnetic field", *Theoretical and Computational Fluid Dynamic*, No.27, pp.865–883, 2013.
- [10] A. Mohammad, L. Yeon Won and K. Heuy Dong, " Heat Transfer Enhancement of Cu-H<sub>2</sub>O Nanofluid with Internal Heat Generation Using LBM", *Open Journal of Fluid Dynamics*, Vol.3, pp.92-99, 2013.
- [11] GH.R. Kefayati, " Effect of a magnetic field on natural convection in an open cavity subjugated to water/alumina nanofluid using Lattice Boltzmann method", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol.40, pp. 67–77, 2013.
- [12] S.M. Dash And T.S. lee, "Natural convection from inclined squer cylinder using novel flexible forcing IB-LBM approach", *Engineering Application of Computational Fluid Mechanics*, Vol. 8, No.1, pp.91-103, 2014.
- [13] M. Y. Gokhale and I. Fernandes, "Mesoscopic simulation of incompressible fluid flow in porous media ", *International Journal of Research in Engineering and Technology*, Vol.3, No.2, Feb-2014.
- [14] H. Sajjadi and R. Kefayati, "Lattice Boltzmann simulation of turbulent natural convection in tall enclosures", *Thermal Science* 00, 66-66, 2013.
- [15] L. Zheng, Y. Mo and Z. Yuwen, "A coupled lattice Boltzmann and finite volume method for natural convection simulation", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 70, March 2014, pp.864–874, 2014.
- [16] I. Mejri, A. Mahmoudi, M.A. Abbassi and A. Omri, "MHD Natural Convection in a Nanofluid-filled Enclosure with Non-uniform Heating on Both SideWalls", *FDMP*, Vol.10, No.1, pp.83-114, 2014.
- [17] GH. R. Kefayati, " Simulation of Ferrofluid Heat Dissipation Effect on Natural Convection at an Inclined Cavity Filled with Kerosene/Cobalt Utilizing the Lattice Boltzmann Method", *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications: An International Journal of Computation and Methodology*, Vol. 65, No.6, pp. 509-530, 2014.
- [18] M. Sheikholeslami, M. Gorji-Bandpy, D.D. Ganji, " Lattice Boltzmann method for MHD natural convection heat transfer using nanofluid", *Powder Technology*, Vol. 254, pp. 82–93, 2014 .
- [19] M. Kalteh, H. Hasani, " Lattice Boltzmann simulation of nanofluid free convection heat transfer in an L-shaped enclosure", *Superlattices and Microstructures*, Vol. 66, pp. 112–128, 2014.
- [20] G.H.R. Kefayati, " Natural convection of ferrofluid in a linearly heated cavity utilizing LBM", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 70, pp. 864–874, 2014.
- [21] U. Frisch, B. Hasslacher and Y. Pomeau, "Lattice Gas Automata For Navier-Stokes Equation" , *Physics Review Letter*, Vol. 56, pp. 1505-1508, 1986.