

## مطالعه عددی پاشش جت مایع در جریان هوای عرضی مادون صوت

مصطفی زاهدزاده<sup>۱\*</sup>، فتح‌الله امی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی دکتری هوافضا، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران.

<sup>۲</sup> دانشیار گروه هوافضا، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران.

دریافت: زمستان ۹۶ پذیرش: زمستان ۹۶

### چکیده

پاشش متقاطع جت مایع در جریان هوای مادون صوت عرضی کاربردهای صنعتی فراوانی دارد. پاشش سوخت در محفظه‌های احتراق موتورهای خودروها، توربین‌ها، گازها، موشک‌ها و رمجت‌ها و پاشش سوخت در قسمت پس‌سوز توربوجت‌ها، از جمله کاربردهای این نوع پاشش می‌باشد. بنابراین شناخت مکانیسم‌های کنترل شکست، نفوذ و توزیع جت پاشش شده به درون جریان عرضی مهم می‌باشد. در این کار پاشش جت مایع در جریان هوای عرضی مادون صوت به صورت عددی بررسی شده است. معادلات دو-بعدی ناویر-استوکس رینولدز متوسط به همراه مدل آشفتگی  $k - \epsilon$  استاندارد جهت مدلسازی مسأله توسط نرم‌افزار فلوئنت استفاده شده‌اند. جریان دو فازی نیز با استفاده از مدل چند فازی کسر حجمی سیال شبیه‌سازی شده است. جهت صحت‌گذاری نتایج، مسیر جریان جت حاصل از حل عددی با روابط تجربی مقایسه شده است. سپس تأثیر سرعت‌های پاشش مختلف، اعداد ماخ مختلف هوای ورودی و مایعات با خواص مختلف بر روی خط مسیر جریان جت بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهند که با افزایش سرعت جت، عمق نفوذ جت افزایش می‌یابد و با افزایش عدد ماخ هوای ورودی، عمق نفوذ جت کاهش می‌یابد. همچنین مشاهده شد که تأثیر خواص مایع از قبیل لزجت، بر روی عمق نفوذ جت کم می‌باشد.

\*عهده‌دار مکاتبات: Mostafa.Zahedzadeh@modares.ac.ir

کلمات کلیدی: پاشش، جت مایع، الگوریتم فشار مینا، جریان دو فازی، مسیر جریان جت، فلوئنت.

### ۱- مقدمه

پاشش جت‌های مایع درون جریان هوای عرضی یک فرآیند مهم در وسایل پیشرانشی از قبیل توربین‌ها، گازها، رمجت‌ها، اسکرمت‌ها و موتورهای موشک می‌باشد. در اینگونه کاربردها، عملکرد احتراق به شدت بستگی به اتمیزه شدن، عمق نفوذ اسپری، و فرآیند اختلاط بین جریان آزاد هوا و سوخت مایع دارد. به طور کلی توسعه موفقیت‌آمیز محفظه احتراق با سوخت هیدروکربنی مایع مستلزم عمق نفوذ بیشتر سوخت به درون جریان هوا برای اختلاط بهتر و تولید قطرات سوخت مایع کوچکتر برای تبخیر سریعتر می‌باشد [۱]. بنابراین مطالعه در زمینه اسپری مایع در جریان عرضی و شناخت مکانیسم‌های کنترل شکست، نفوذ و توزیع جت پاشش شده به درون جریان عرضی یک حوزه تحقیقاتی مهم به شمار می‌رود. در این نوع کاربردها، جت‌های سوخت مایع معمولاً از دیواره‌های محفظه‌های احتراق یا از شعله نگهدارهای جسم پخ به درون مسیر جریان هوا پاشیده می‌شوند. راندمان احتراق این محفظه‌های احتراق بستگی زیادی به نحوه فرآیند شکست جت دارد. پیشرفت‌های اخیر در روش‌های شبیه‌سازی اسپری سوخت نیازمند شناخت بیشتر

مکانیسم‌های شکست می‌باشند تا مدل‌های اتمیزاسیون اسپری واقعی‌تری بدست آیند. برای سیستم پیشرانشی با سوخت مایع، راندمان احتراق بستگی زیادی به فرآیندهای شکست، اتمیزه شدن، و تبخیر سوخت مایع دارد [۲].

در شکل ۱ انتشار یک جت مایع از روزنه یک نازل به درون جریان عرضی به صورت شماتیکی ملاحظه می‌شود. جت مایع توسط نیروی پسی وارد شده توسط گاز به ستون مایع تغییر مسیر می‌دهد. توزیع فشار استاتیک اطراف سطح جت منجر به تغییر شکل سطح مقطع می‌شود. این منجر به گسترده شدن جت عمودی در جهت جریان گاز می‌شود تا اینکه قسمتی از ستون مایع از هسته آن جدا شود، برای مثال به شکل توده بزرگ، لیگامنت یا به شکل قطره، که بستگی به پارامترهای جریان عرضی دارد. از هم گسیختگی جت مایع غالباً توسط دو مکانیسم مختلف صورت می‌پذیرد که به عنوان مکانیسم شکست سطحی و مکانیسم شکست ستون معروف هستند. مکانیسم شکست سطحی توسط فرسایش تدریجی ستون جت به صورت جدا شدن قطراتی از اطراف جت مایع توسط نیروی برشی جریان عرضی صورت می‌پذیرد. از طرف دیگر، مکانیسم شکست ستون، توسط رشد امواج بر روی سطح جت شروع می‌شود و همچنین

$$C = f\left(\frac{\rho_j}{\rho_g}, \frac{u_j}{u_g}, \frac{\rho_g u_g^2 d}{\sigma}, \frac{\rho_g u_g d}{\mu_j}\right) \quad (1)$$

رابطه بالا را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم:

$$C = f(q, We_g, Re_j) \quad (2)$$

که  $q$  نسبت مومنتوم شار مایع به گاز است و  $We_g$  عدد وبر گاز و  $Re_j$  عدد رینولدز جت است.

$$q = \frac{\rho_j u_j^2}{\rho_g u_g^2} \quad (3)$$

$$We_g = \frac{\rho_g u_g^2 d}{\sigma} \quad (4)$$

$$Re_j = \frac{\rho_j u_j d}{\mu_j} \quad (5)$$

باید اشاره نمود که این انتخاب برای روابط منحصر به فرد نمی‌باشد. برای مثال با ضرب جمله آخر در  $\mu_j/\mu_g$  عدد رینولدز فاز گاز بدست می‌آید.

عدد وبر نسبت اینرسی گاز به کشش سطحی مایع است. تأثیر عدد وبر بر خط مسیر جریان بیشتر زمانی نمایان می‌شود که جریان دارای فشار بالا بوده و یا در زوایا مختلف پاشش صورت می‌پذیرد. عدد رینولدز تعیین کننده سطح آشفتگی جت است و مقیاسی برای ناپایداری‌های ثانویه است. باید اشاره نمود که مسأله دارای دو رژیم آشفتگی است: یکی مربوط به جت و دیگری مربوط به جریان گاز. عدد رینولدز جت به عنوان یکی از کلیدی‌ترین پارامترها در مطالعات اتمیزاسیون است [۱۰].

یکی از ویژگی‌های مهم یک جت مایع در یک جریان گاز عرضی، مسیر جریان اسپری است. اکثر مطالعات تجربی بر روی این موضوع متمرکز هستند و روابط مختلفی به شکل‌های توابع توانی، هذلولوی، نمایی و لگاریتمی، توسط بسیاری از محققین پیشنهاد شده‌اند که بستگی به نوع تحلیل و شرایط آزمایش دارد [۱۱].

ویچ و لیدوکس [۱۲] یک تعریف هذلولوی برای مسیر جت در جریان عرضی از یک مدل تحلیلی ساده به صورت زیر پیشنهاد داده‌اند:

$$y(x) = \frac{\pi}{2C_D} q \left[ \cosh\left(\frac{2C_D x}{\pi q}\right) - 1 \right] + y_0 x \quad (6)$$

که  $C_D$  ضریب پسا و  $q$  نسبت شار مومنتومی است.  $y_0$  شیب اولیه مسیر جت است که برای پاشش جت به صورت عمودی، مقدار آن برابر صفر است.

روابط متعددی به صورت یک تابع توانی به شکل عمومی زیر هستند:

$$\frac{y}{D_0} = Aq^B \left(\frac{x}{D_0}\right)^C \quad (7)$$

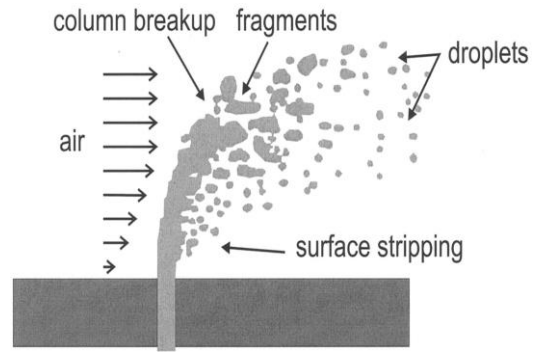
که ثابت‌های  $A$  و  $B$  و  $C$  از رگرسیون نتایج بدست می‌آیند.  $D_0$  نیز بیانگر قطر اولیه جت (قطر انژکتور) است.

ویو و همکاران [۱۳ و ۱۴] مسیرهای جریان جت‌های مایع به درون جریان عرضی مادون صوت هوا را به صورت تجربی و تئوری در شرایط استاندارد با استفاده از روش‌های تصویربرداری بررسی نموده‌اند. آنها آزمایشات را برای آب، مخلوط الکل/آب و مخلوط گلیسیرین/آب برای شارهای مومنتومی در بازه از  $5/3$  تا  $48/8$  و عدد وبر جریان عرضی در بازه  $55$  تا  $647$  و عدد وبر جت در بازه از  $1/15$  تا  $20/3$  انجام داده‌اند. آنها روابط مسیر جریان را با استفاده از تحلیل نیروها توسعه داده و رابطه زیر را برای رژیم شکست ستون پیشنهاد دادند:

$$\frac{y}{D_0} = \sqrt{\frac{\pi}{C_D} q \left(\frac{x}{D_0}\right)} \quad (8)$$

که  $C_D$  برابر  $1/696$  برای آب می‌باشد و برای سایر مایعات مطابق رابطه تجربی زیر است.

احتمالاً به دلیل ناپایداری‌های درون جت صورت می‌پذیرد. در نهایت شکست ستون جت در یک حداقل موج رخ می‌دهد که منجر به تشکیل لیگامنت‌ها و دسته‌های تکه‌تکه می‌شود. محصولات اتمیزاسیون اولیه در طی مکانیسم شکست ستون سپس در معرض اتمیزاسیون ثانویه قرار می‌گیرند [۳].



شکل ۱: شماتیک شکست جت مایع در جریان عرضی گازی شکل [۴].

## ۲- پیشینه پژوهش

تاکنون مطالعات زیادی بر روی موضوع ارتفاع‌های عمق نفوذ و مسیرهای جریان پلوم اسپری صورت پذیرفته است. اسکتز و پادهای [۵] یک تحلیل مومنتوم بر ارتفاع‌های عمق نفوذ ماکزیمم انجام داده‌اند و دریافتند که ارتفاع عمق نفوذ ماکزیمم، بستگی به مسافت مورد نیاز برای تغییر جهت مجدد شار مومنتومی پاشش شده جت مایع در جهت مسیر جریان هوا دارد. ویو و همکاران [۶] شکست و اتمیزه شدن یک جت مایع درون یک جریان عرضی آشفتگی را در شرایط مختلف اسپری شبیه‌سازی نموده‌اند و برومند و همکاران [۷] ارتفاع عمق نفوذ یک جت مایع دایروی را در یک جریان عرضی گازی شکل بررسی نموده‌اند. در این کار اثر دما و فشار جریان عرضی هوای مادون صوت بر مسیر جریان و عمق نفوذ جت مایع دایروی به صورت عددی و ریاضیاتی بررسی شده است. همچنین برومند و همکاران [۸] تأثیر شرایط خروجی نازل را خصوصیات حوزه نزدیک یک جت مایع متقاطع درون جریان عرضی یکنواخت مادون صوت بررسی نموده‌اند. چلکو [۹] از یک آنالیز ابعادی ساده برای رابطه مسیرهای جت استفاده نمود و دریافت که عمق نفوذ جت بستگی زیادی به نسبت سرعت‌ها، نسبت چگالی‌ها و فاصله از روزنه پاشش دارد.

متغیرهای مهم در مسأله پاشش جت مایع درون جریان عرضی هوا، می‌توانند به سه گروه تقسیم شوند. گروه اول شامل پارامترهای مربوط به مایع است که شامل سرعت جت ( $u_j$ )، چگالی مایع ( $\rho_j$ )، کشش سطحی مایع ( $\sigma$ )، و لزجت دینامیکی مایع ( $\mu_j$ ) می‌باشد. گروه دوم مربوط به پارامترهای فاز گاز می‌باشند که شامل سرعت گاز ( $u_g$ )، چگالی گاز ( $\rho_g$ )، و لزجت گاز ( $\mu_g$ ) هستند؛ و گروه سوم مربوط به پارامترهای هندسی است که برای یک جت با سطح مقطع نازل دایروی که به صورت عمودی در یک جریان عرضی گاز پاشش می‌شود، تنها پارامتر مطرح قطر نازل است.

برای پاشش در زوایای مختلف، یک پارامتر دیگر نیز اضافه می‌شود و آن زاویه پاشش از نازل است. با استفاده از قضیه  $\pi$  باکینگهام، از هفت متغیر اشاره شده می‌توان چهار گروه بی‌بعد را بدست آورد.

$$\frac{y}{D_0} = 2.28q^{0.422} We_{aero}^{-0.015} \left( \frac{\mu}{\mu_{air,300K}} \right)^{0.186} \left( \frac{x}{D_0} \right)^{0.367} \quad (19)$$

فولر و همکاران [۲۵] تأثیر زاویه پاشش  $\theta$  را بر روی منحنی مسیر ستون مایع در جریان عرضی مادون صوت بررسی نموده و رابطه زیر را برای مسیر جریان پیشنهاد نموده‌اند.

$$\frac{x}{D_0} = \frac{1}{\pi q \sin^2 \theta} \left( 1 - \frac{v_j \cos \theta}{u_\infty} \right)^2 \left( \frac{y}{D_0} \right)^2 + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \left( \frac{y}{D_0} \right) \quad (20)$$

سونگ و همکاران [۲۶] روابطی تجربی برای مرز بالایی و خط مرکزی ستون‌های جت مایع به صورت زیر پیشنهاد نموده‌اند:

$$\frac{y_u}{D_0} = 2.398q^{0.4421} \left( \frac{x}{D_0} \right)^{0.2636} \quad (21)$$

مرز بالایی مسیر  
جریان ستون جت  
مایع

$$\frac{y_c}{D_0} = 1.711q^{0.4474} \left( \frac{x}{D_0} \right)^{0.3669} \quad (22)$$

خط مرکزی مسیر  
جریان ستون جت  
مایع

ویو و همکاران [۲۷]، مدلی برای توزیع سه‌بعدی سوخت مایع در جریان‌های عرضی مافوق صوت ارائه نموده‌اند. آنها توزیع ناپایای سطح مقطع اسپری جت عمودی به درون جریان عرضی مافوق صوت را به صورت تجربی مورد مطالعه قرار داده‌اند. آنها از سیستم تصویربرداری سرعت ذره جهت تصویربرداری استفاده نموده‌اند و رابطه زیر را برای تخمین مسیر جریان جت مایع در جریان عرضی مافوق صوت پیشنهاد داده‌اند:

$$\frac{y}{D_0} = 0.32q^{-0.2} \left( \frac{x}{D_0} \right)^{0.5} \quad (23)$$

### ۳- روش حل عددی

#### ۳-۱- معادلات حاکم

در این کار معادلات دو-بعدی لزج بقای جرم و مومنتوم برای فازهای گاز و مایع توسط نرم‌افزار فلونت حل شده‌اند. جریان دو فاز نیز با استفاده از مدل چند فازی کسر حجمی سیال<sup>۱</sup> شبیه‌سازی شده است و از مدل آشفتگی  $k-\varepsilon$  جهت مدلسازی آشفتگی استفاده شده است. محققین مدل‌های آشفتگی مختلفی را برای شبیه‌سازی اینگونه جریان‌ها بررسی نموده‌اند و نتایج بررسی‌های آنها دارای تناقضات فراوانی است. البته می‌توان عنوان نمود که همه مدل‌های آشفتگی هر کدام به نوعی برای چنین جریان پیچیده‌ای دارای نواقصی می‌باشند و نمی‌توانند همه مشخصات جریان را به طور صحیح نشان دهند. باید اشاره نمود که علیرغم همه تناقض‌های موجود در گفته‌های محققین، به نظر می‌رسد که مدل آشفتگی  $k-\varepsilon$  قادر به تشخیص مشخصه‌های اصلی جریان با هزینه محاسباتی پایین‌تری نسبت به سایر مدل‌ها باشد.

مایعات پاشش شونده، سیالاتی تراکم‌ناپذیر هستند و همچنین از آنجاییکه عدد ماخ هوای ورودی پایین است می‌توان هوا را نیز به صورت

$$\frac{C_D}{C_{Dwater}} = 0.984 \left( \frac{\mu_j}{\mu_{water}} \right)^{0.364} \quad (9)$$

همچنین آنها یک رابطه برای رژیم قطرات به صورت زیر پیشنهاد نمودند:

$$\frac{y}{D_0} = 4.3q^{0.33} \left( \frac{x}{D_0} \right)^{0.33} \quad (10)$$

جیری و مارگتس [۱۵] و هوجناکی [۱۶] رابطه زیر را برای خط مسیر جریان پیشنهاد نموده‌اند:

$$\frac{y}{D_0} = 2.1q^{0.5} \left( \frac{x}{D_0} \right)^{0.27} \quad (11)$$

وتل و همکاران [۱۷] نیز رابطه زیر را پیشنهاد داده‌اند:

$$\frac{y}{D_0} = 1.19q^{0.45} \left( \frac{x}{D_0} \right)^{0.45} \quad (12)$$

هاسا و بکر [۱۸] یک رابطه لگاریتمی را با بررسی مکانیسم‌های شکست، عمق نفوذ، و اتمیزاسیون یک جت سوخت کروسین به درون جریان عرضی هوا در شرایط توربین گاز پیشنهاد نموده‌اند. آنها عمق نفوذ ناحیه-نزدیک را برای نسبت‌های شار مومنتومی بین ۱ و ۴۰، عدد وبر گاز از ۹۰ تا ۲۱۲۰ و موقعیت محوری از ۲ برابر تا ۲۲ برابر قطر جت را به صورت زیر پیشنهاد نموده‌اند:

$$\frac{y}{D_0} = 1.48q^{0.42} \ln \left( 1 + 3.56 \frac{x}{D_0} \right) \quad (13)$$

همچنین، برای پراکندگی جانبی برای نسبت‌های شار مومنتومی بین ۱ تا ۲۶ و عدد وبر از ۳۶۰ تا ۲۱۲۰ و موقعیت محوری از ۲ برابر تا ۱۸ برابر قطر جت، رابطه زیر را پیشنهاد نمودند:

$$\frac{z}{D_0} = 2.32q^{0.09} \left( \frac{x}{D_0} \right)^{0.32} \quad (14)$$

تامبی [۱۹] یک رابطه لگاریتمی را با مطالعه مشخصات جت و اسپری در جریان عرضی تحت شرایط اتمسفری برای سه نوع مایع آب، جت A-1، و n-هپتان به صورت زیر پیشنهاد نموده است:

$$\frac{y}{D_0} = 1.55q^{0.53} \ln \left( 1 + 1.66 \frac{x}{D_0} \right) \quad (15)$$

یاتس [۲۰] و بارانوسکی و شتز [۲۱] رابطه زیر را بدست آورده‌اند:

$$\frac{y}{D_0} = 1.15q^{0.5} \ln \left( 1 + 1.6 \frac{x}{D_0} \right) \quad (16)$$

چن و همکاران [۲۲] یک تابع مسیر جریان سه-پارامتری را به صورت زیر پیشنهاد داده‌اند:

$$\frac{y}{D_0} = 9.91q^{0.44} [1 - \exp(-x/D_0/13.1)] \times [1 + 1.67 \exp(-x/D_0/4.77)] [1 + 1.06 \exp(-x/D_0/0.86)] \quad (17)$$

رابطه دیگری که شامل لزجت مایع و عدد وبر است توسط استنزلر و همکارانش [۲۳] پیشنهاد شده است. آنها تصاویر را برای نسبت‌های شار مومنتومی بین ۹، ۱۴ و ۱۸ برای آب، استون و ۴-هپتانون بدست آورده‌اند، سپس یک رابطه توانی را به شکل کلی زیر پیشنهاد نموده‌اند:

$$\frac{y}{D_0} = Aq^B \left( \frac{x}{D_0} \right)^C We^D \left( \frac{\mu_j}{\mu_{H_2O}} \right)^E \quad (18)$$

که  $A, B, C, D, E$  ضرایبی هستند که از روش رگرسیون حداقل مربعات در فواصل تا ۲۰ برابر قطر جت بدست می‌آیند.

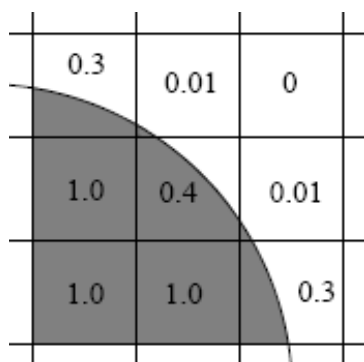
راگوکسی و همکاران [۲۴] پاشش جت‌های مایع در جریان عرضی در دما و فشار بالا را به صورت تجربی بررسی نموده‌اند. آنها آب و جت A-1 را در فشارهای ۲ تا ۲ مگاپاسکال و دماهای تا ۶۰۰ کلوین آزمایش نمودند. رابطه آنها شامل لزجت گاز و عدد وبر هوا است که بر اساس خواص گاز و لزجت مایع به صورت زیر محاسبه می‌شود:

<sup>1</sup> VOF: Volume of Fluid

شبکه با سرعت سطح مشترک حرکت می‌نماید. در هر دو روش شبکه می‌توان سازمان یافته و یا غیرسازمان یافته باشد. از آنجاییکه سطح مشترک بین دو فاز با چگالی‌های مختلف یک ناپیوستگی در سلول‌های محاسباتی است، دقت ویژه‌ای در سطح آزاد جهت تسخیر این ناپیوستگی مورد نیاز می‌باشد. روش اولیری نتایج بهتری را در حل مرز مشترک بین دو فاز از خود نشان داده است. روش‌های اولیری مختلفی وجود دارند، برای مثال: توابع ارتفاع، قطعات خط، و روش علامت گذاری (مارکر). یکی از معروفترین روش‌های اولیری که به طور وسیعی مورد استفاده قرار گرفته است روش کسر حجمی سیال است. در روش کسر حجمی سیال، یک حوزه اسکالر برای کسر حجمی فاز سیال تعریف شده است و مقدار آن بستگی به کسر حجم سلول اشغال شده توسط این فاز دارد. در این روش از آنجا که سیالات مختلف داخل سیستم، غیر قابل اختلاط بوده و سطح تماسی بین آنها قابل تشخیص می‌باشد، در نوشتن هر یک از معادلات ناویر-استوکس که شامل برخی از خواص سیال می‌باشند، تنها یک مقدار معین به هر خاصیتی از سیال نسبت داده می‌شود که این خود موجب کاهش محاسبات و ذخیره سازی اطلاعات می‌گردد. در این روش، با تعریف کمیت  $f$  که بیانگر درصد حجمی یک سیال معین می‌باشد، این کمیت در سلول‌های مختلف دامنه محاسباتی مسئله بدست می‌آید. هنگامی که این عدد در یک سلول برابر با مقدار واحد باشد، نشان دهنده این موضوع است که سلول تماماً از این نوع سیال پر شده و سیال دیگری در بر ندارد. صفر بودن این کمیت نیز خالی بودن سلول از سیال مورد نظر را نشان می‌دهد که در نتیجه این سلول تماماً از سیال نوع دیگر پر شده است. هر مقدار دیگری از  $f$  هم که بدست بیاید، باید بین صفر و یک باشد و مقدار آن درصد حجمی سیال مورد نظر را در سلول مورد مطالعه نشان می‌دهد. در چنین سلولی، سطح آزاد بین دو سیال تشکیل شده و تعیین شکل و موقعیت این سطح در دستور کار قرار می‌گیرد.

$$\begin{cases} f = 0 & \text{فاز گاز} \\ 0 < f < 1 & \text{سطح مشترک} \\ f = 1 & \text{فاز مایع} \end{cases} \quad (37)$$

مقادیر بین صفر و یک بیانگر مرز مشترک بین دو فاز است که به طور شماتیکی در شکل ۲ نشان داده شده است.



شکل ۲: مثالی از کسر حجمی در هر سلول.

از آنجاییکه کسر حجمی بیانگر حجم اشغال شده توسط مایع است، می‌تواند توسط حوزه جریان جابه‌جا شود. معادله زیر جابه‌جایی کسر حجمی ( $f$ ) را نشان می‌دهد.

سیالی تراکم‌ناپذیر فرض نمود. بنابراین معادلات پیوستگی و مومنوم برای سیال تراکم‌ناپذیر دو-بعدی به صورت زیر می‌باشند:

$$\text{div}(\vec{V}) = 0 \quad (24)$$

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + \text{div}(u\vec{V}) \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \text{div}(\mu \text{grad } u) + S_{Mx} \quad (25)$$

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + \text{div}(v\vec{V}) \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \text{div}(\mu \text{grad } v) + S_{My} \quad (26)$$

و برای مدل آشفته‌گی  $k - \varepsilon$  استاندارد برای سیال تراکم‌ناپذیر داریم که [۲۸]:

$$\rho \left( \frac{\partial k}{\partial t} + \text{div}(k\vec{V}) \right) = \text{div} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \text{grad } k \right] + G_k - Y_k \quad (27)$$

$$\rho \left( \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \text{div}(\varepsilon\vec{V}) \right) = \text{div} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \text{grad } \varepsilon \right] + G_\varepsilon - Y_\varepsilon \quad (28)$$

که  $\sigma_k$  و  $\sigma_\varepsilon$  اعداد پرانتل آشفته برای  $k$  و  $\varepsilon$  هستند. تولید انرژی جنبشی  $G_k$  به صورت زیر تقریب زده می‌شود:

$$G_k = \mu_t S^2 \quad (29)$$

که  $S$  به صورت زیر است:

$$S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}} \quad (30)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (31)$$

اضمحلال این انرژی جنبشی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Y_k = \rho \varepsilon \quad (32)$$

تولید و اضمحلال  $\varepsilon$  نیز به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$G_\varepsilon = C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k) \quad (33)$$

$$Y_\varepsilon = C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (34)$$

که  $C_{1\varepsilon}$  و  $C_{2\varepsilon}$  مقادیر ثابتی هستند. لزجت آشفته‌گی نیز به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (35)$$

که  $C_\mu$  نیز یک ثابت است. ثابت‌ها در مدل  $k - \varepsilon$  استاندارد به صورت زیر هستند:

$$C_{1\varepsilon} = 1.44, C_{2\varepsilon} = 1.92, C_\mu = 0.09, \sigma_k = 1.0, \sigma_\varepsilon = 1.3 \quad (36)$$

### ۳-۲- روش کسر حجمی سیال

بسیاری از جریان‌ها در طبیعت و در صنعت به صورت دوفازی و یا چندفازی هستند. محدوده کاربرد آنها از علوم محیطی، ژئوفیزیک، و فیزیک پایه تا مسائل مهندسی مختلف است. نمونه‌های این جریان در راکتورهای هسته‌ای، اسپری‌های سوخت موتورهای احتراق داخلی و دیگر انواع اسپری، توربین‌های گازی، انتشار شعله، تشکیل حباب، ریخته‌گری، اکستروژن، پرینترهای جوهری، فرآیند پوشش دهی فلزات، شکل‌گیری امواج، شکل‌گیری قطرات، بررسی جت‌های سیال و پدیده کاویتاسیون قابل مشاهده است.

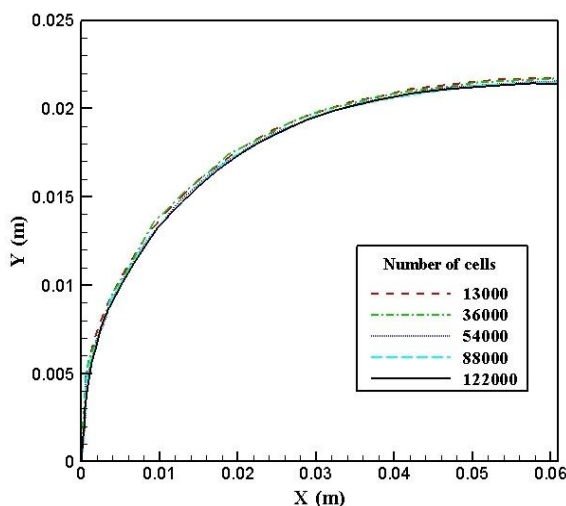
برای مدل‌سازی جریان‌های چند فازی، دو روش عمومی وجود دارد. روش اولیری و روش لاگرانژی. در روش‌های اولیری، شبکه ثابت است و با تغییر سطح مشترک حرکت نمی‌کند. برخلاف آن، در روش‌های لاگرانژی،

جدول ۱: خلاصه‌ای از خواص مایعات مورد بررسی.

کشش سطحی	لزجت	چگالی	ماده
N/m	kg/m/s	Kg/m <sup>3</sup>	
۰/۰۶۳۵	۰/۰۰۰۸۶۵	۹۹۶	آب
۰/۰۲۱۷	۰/۰۰۰۹۵۷	۷۸۱	اتیل الکل
۰/۰۳۴۶	۰/۰۰۱۸۴۰	۹۵۸	۳۰٪ الکل به آب
۰/۰۶۵۹	۰/۰۰۳۶۶۰	۱۱۱۳	۴۰٪ گلیسرین به آب

### ۵- بررسی استقلال از شبکه

استقلال از شبکه از مواردی است که باید در شبیه‌سازی‌های عددی مورد بررسی قرار گیرد تا مشخص شود که با کوچک شدن شبکه محاسباتی و افزایش تعداد سلول‌ها، نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی تغییر قابل ملاحظه‌ای نداشته باشند. یعنی هندسه مسأله باید به نحوی شبکه بندی شود که تغییر شبکه با ازدیاد سلول‌ها تأثیری بر روی نتایج شبیه‌سازی عددی نداشته باشد و یا خطایی قابل چشم‌پوشی داشته باشد. بدین منظور شبکه مختلف با تعداد سلول‌های مختلف ۱۳۰۰۰، ۳۶۰۰۰، ۵۴۰۰۰، ۸۸۰۰۰ و ۱۲۲۰۰۰ بررسی شده‌اند. برای بررسی استقلال از شبکه، خط مسیر جریان جت مایع برای شبکه‌های مختلف در شکل ۴ ترسیم شده است. مشاهده می‌شود که با ریز شدن شبکه و افزایش تعداد سلول‌ها، نتایج حل عددی برای مسیر جت مایع، تغییر قابل ملاحظه‌ای ندارند.



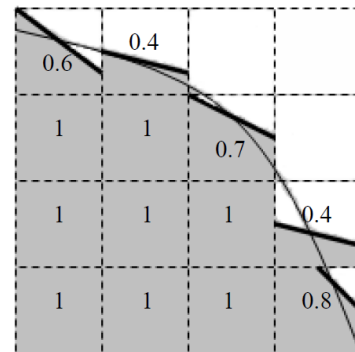
شکل ۴: نمودار خط مسیر جت مایع جهت بررسی استقلال از شبکه.

### ۶- نتایج و بحث

شبیه‌سازی‌های عددی برای شرایط مختلف پاشش جت صورت پذیرفته است. در ابتدا جهت صحت‌گذاری نتایج خط مسیر جریان حاصل از شبیه‌سازی عددی با چند رابطه تجربی مختلف ارائه شده در مقالات مقایسه شده است که در شکل ۵ مشاهده می‌شود. در شکل خط مسیر

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \text{div}(f\vec{V}) = 0 \quad (38)$$

بر اساس جابه‌جایی، سطح مشترک را می‌توان با استفاده از روش محاسبه سطح مشترک خطی تکه‌ای<sup>۲</sup> PLIC پیشنهاد شده توسط یانگز [۲۹] دوباره ساخت. در روش PLIC، سطح مشترک در هر سلول محاسباتی توسط یک شیب و یک محل تقاطع تعریف می‌شود. شیب سطح مشترک بر اساس کسرهای حجمی سلول‌های مجاور محاسبه می‌شود همانگونه که در شکل ۳ نشان داده شده است.



شکل ۳: محاسبه سطح مشترک خطی تکه‌ای (PLIC).

در نهایت باید عنوان نمود که معادله جریان برای مخلوط دوفازی نوشته شده است، پس خواص سیال در سلول‌ها به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\rho = f\rho_g + (1-f)\rho_l \quad (39)$$

$$\mu = f\mu_g + (1-f)\mu_l \quad (40)$$

$$C_p = fC_{p,g} + (1-f)C_{p,l} \quad (41)$$

$$K = fK_g + (1-f)K_l \quad (42)$$

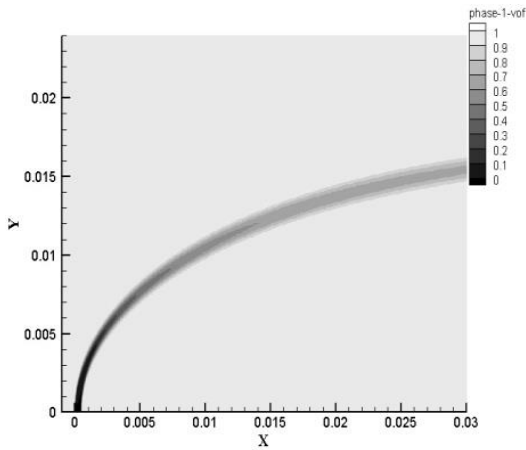
که  $\rho$ ،  $\mu$ ،  $C_p$  و  $K$  نشانگر فاز گاز و زیرنویس  $l$  نشانگر فاز مایع است.

همچنین سرعت‌های پاشش از ۱۹/۴ تا ۵۰/۲ متر بر ثانیه تغییر نموده و اعداد ماخ هوا در حدود ۰/۱، ۰/۲، ۰/۳، ۰/۴ بررسی شده‌اند. دمای هوا در قسمت آزمایش برابر ۳۰۶ کلوین و چگالی هوا برابر ۱/۷۶ کیلوگرم بر مترمکعب است. قطر انژکتور نیز برابر ۰/۵ میلی‌متر است.

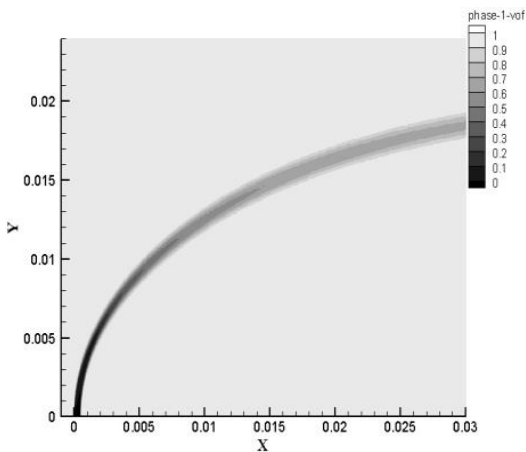
### ۴- مدل هندسی و فیزیک مسأله

مدل هندسی مورد بررسی جهت شبیه‌سازی‌های عددی مشابه مدل استفاده شده در کار تجربی مرجع [۱۳] است. شرایط آزمایش به طور خلاصه در جدول ۱ آورده شده است. جت‌های مایع آب، اتیل الکل، محلول ۳۰٪ الکل به آب، و محلول ۴۰٪ گلیسرین به آب بررسی شده‌اند. غلظت‌های مخلوط شدن‌ها بر اساس حجم می‌باشد. خواص مایع در جدول ۱ آورده شده‌اند. قطر خروجی نازل برابر ۰/۵ میلی‌متر در نظر گرفته شده است. همچنین سرعت‌های پاشش از ۱۹/۴ تا ۵۰/۲ متر بر ثانیه تغییر نموده و اعداد ماخ هوا در حدود ۰/۱، ۰/۲، ۰/۳، ۰/۴ بررسی شده‌اند. دمای هوا در قسمت آزمایش برابر ۳۰۶ کلوین و چگالی هوا برابر ۱/۷۶ کیلوگرم بر مترمکعب است. قطر انژکتور نیز برابر ۰/۵ میلی‌متر است.

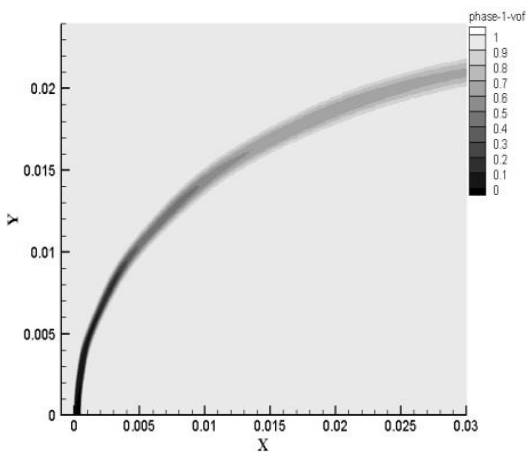
<sup>2</sup> PLIC: Piecewise Linear Interface Calculation



(ب)



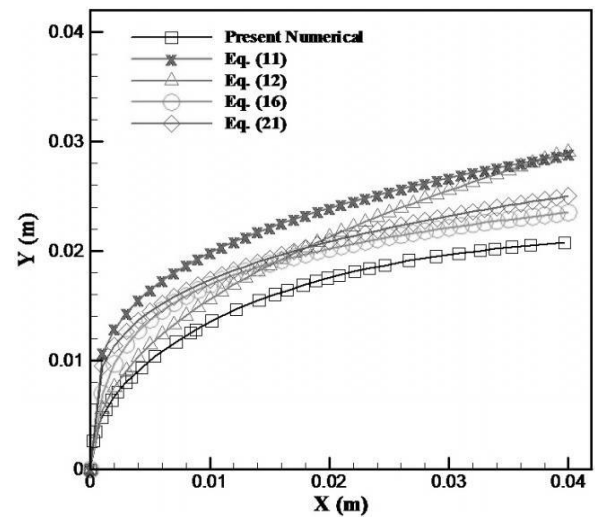
(ج)



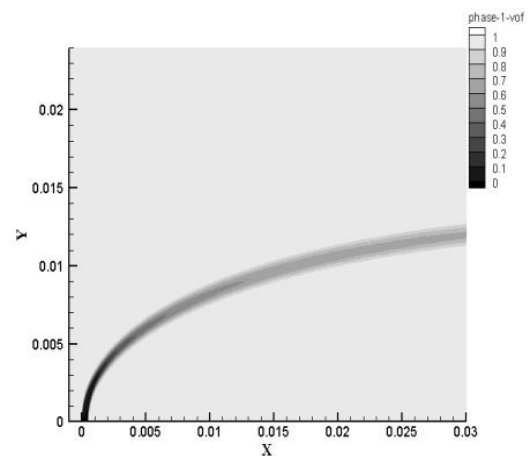
(د)

شکل ۶: پاشش جت‌های آب در سرعت‌های پاشش مختلف: الف)  $v_j = 19/4$  متر بر ثانیه؛ ب)  $v_j = 28$  متر بر ثانیه؛ ج)  $v_j = 37/9$  متر بر ثانیه؛ د)  $v_j = 50/2$  متر بر ثانیه؛ قطر جت آب برابر  $0/5$  میلی‌متر است؛ عدد ماخ جریان هوا  $M_{air} = 0/3$ ؛ چگالی هوا  $\rho_g = 1/76$  کیلوگرم بر مترمکعب است.

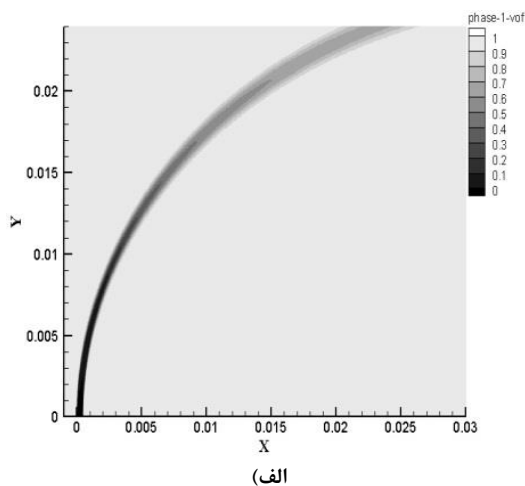
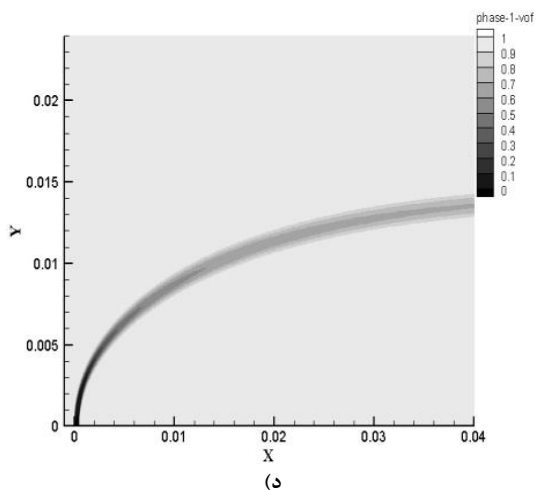
جریان جت حاصل از حل عددی با روابط تجربی (۱۱)، (۱۲)، (۱۶) و (۲۱) مقایسه شده است. سپس تأثیر تغییرات سرعت جت، عدد ماخ ورودی و خواص مایع بر روی عمق نفوذ جت بررسی شده است. در شکل ۶ نتایج شبیه‌سازی‌های عددی برای سرعت‌های مختلف پاشش نشان داده شده است. در شکل ۷ اثرات عدد ماخ هوای ورودی بر فرآیندهای مسیر پاشش نشان داده شده است. جت‌های آب درون جریان‌های هوای با اعداد ماخ  $0/2$ ،  $0/3$  و  $0/4$  پاشیده شده است. سرعت پاشش مایع برای هر سه حالت  $28$  متر بر ثانیه است. مشاهده می‌شود که با افزایش عدد ماخ هوای ورودی عمق نفوذ جت کاهش می‌یابد که به دلیل کاهش نسبت شار مومنتومی جت به هوا ( $q$ ) است. با افزایش عدد ماخ جریان هوای ورودی، اندازه قطرات و لیگامنت‌ها و طول موج امواج در جهت‌های رو به جلو و رو به عقب کاهش می‌یابد که به دلیل افزایش نیروهای آیرودینامیکی است. شکل ۸ فرآیندهای مسیر جریان جت چهار مایع مختلف آب، الکل،  $30\%$  محلول الکل/آب، و  $40\%$  محلول گلیسرین/آب را نشان می‌دهد.



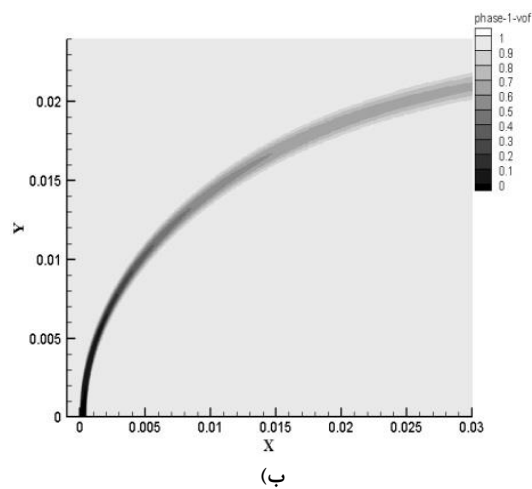
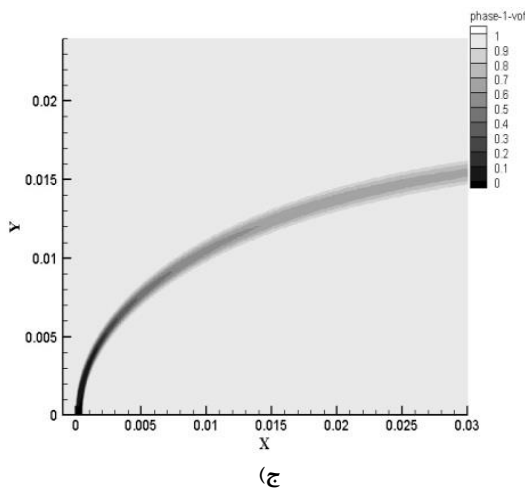
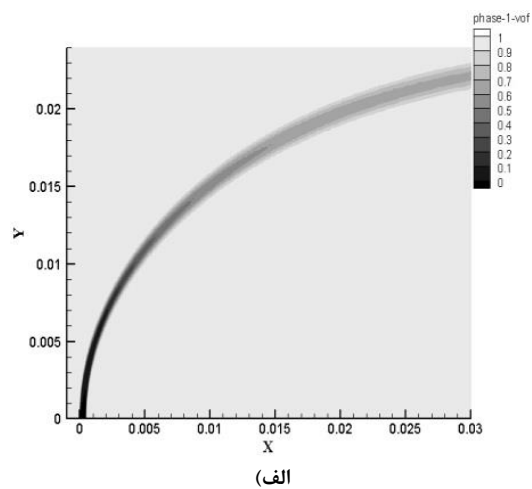
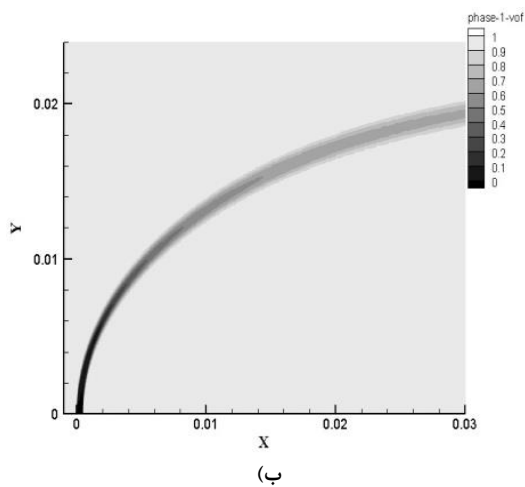
شکل ۹: مقایسه خط مسیر جریان جت با روابط تجربی؛ قطر جت آب برابر  $0/5$  میلی‌متر و سرعت جت آب  $v_j = 37/9$  متر بر ثانیه است؛ عدد ماخ جریان هوا  $0/3$ ؛  $M_{air}$  = چگالی هوا  $1/76$  کیلوگرم بر مترمکعب است.



(الف)



شکل ۷: پاشش جت‌های آب به درون جریان‌های عرضی در اعداد ماخ مختلف:  
 الف)  $M_{air} = 0.1$  (ب)  $M_{air} = 0.2$  (ج)  $M_{air} = 0.3$  (د)  $M_{air} = 0.4$ : قطر جت  
 آب برابر  $0.5$  میلی‌متر و سرعت جت آب  $V_j = 28$  متر بر ثانیه است؛ چگالی هوا  
 $\rho_g = 1/76$  کیلوگرم بر مترمکعب است.



[2] H. Liu, Y. Guo, and W. Lin, Numerical simulations of transverse liquid jet to a supersonic crossflow using a pure two-fluid model, *Advances in Mechanical Engineering Journal*, 8(1) (2016) 1-13.

[3] C. Aalburg, B. van Leer, G. M. Faeth, and K. Sallam, Properties of nonturbulent round liquid jets in uniform gaseous cross flows, *Journal of Atomization and Sprays*, 15(3) (2005) 271-279.

[4] M. A. Linne, M. Paciaroni, J. R. Gord, and T. R. Meyer, Ballistic imaging of the liquid core for a steady jet in crossflow, *Journal of Applied optics*, 44(31) (2005) 6627-6634.

[5] J. A. Schetz and A. Padhye, Penetration and breakup of liquids in subsonic airstreams, *AIAA Journal*, 15(10) (1977) 1385-1390.

[6] Y. L. Yoo, D. H. Han, J. S. Hong, and H. G. Sung, A large eddy simulation of the breakup and atomization of a liquid jet into a cross turbulent flow at various spray conditions, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 112 (2017) 97-112.

[7] M. Broumand, M. R. Farokhi, and M. Birouk, Penetration Height of a Circular Liquid Jet in a Subsonic Gaseous Crossflow: An Eulerian-Lagrangian Approach, AIAA 2016-1591, In 54th AIAA Aerospace Sciences Meeting, San Diego, California, USA, (2016).

[8] M. Broumand, and M. Birouk, Effect of nozzle-exit conditions on the near-field characteristics of a transverse liquid jet in a subsonic uniform cross airflow, *Physics of Fluids* 29(11) (2017) 113303

[9] L. J. Chelko, *Penetration of liquid jets into a high-velocity air stream*, NACA RM E50F21, (1950).

[10] A. Mashayek and N. Ashgriz, *Atomization of a Liquid Jet in a Crossflow*, in *Handbook of Atomization and Sprays*: Springer, Chapter 29, pp. 657-683, (2011).

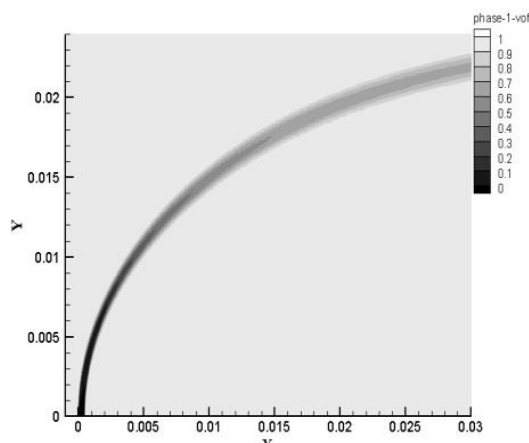
[11] M. Marzbali, *Penetration of Circular and Elliptical Liquid Jets into Gaseous Crossflow: A combined theoretical and numerical study*, Master of Applied Science Thesis, Concordia University, Montreal, Quebec, Canada, April (2011).

[12] G. Vich and M. Ledoux, Investigation of a liquid jet in a subsonic cross-flow, *International Journal of Fluid Mechanics Research*, 24(1-3) (1997) 23-30.

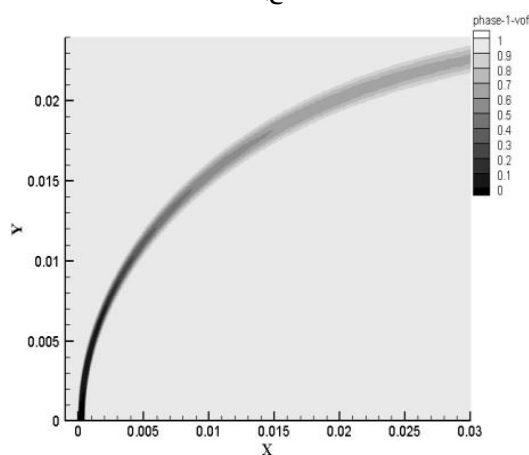
[13] P.-K. Wu, K. A. Kirkendall, R. P. Fuller, and A. S. Nejad, Breakup Processes of Liquid Jets in Subsonic Crossflows, *Journal of Propulsion and Power*, 13(1) (1997) 64-73.

[14] P. K. Wu and G. Faeth, Onset and end of drop formation along the surface of turbulent liquid jets in still gases, *Journal of Physics of Fluids*, 7(11) (1995) 2915-2917.

[15] E. Geery and M. Margetts, Penetration of a high-velocity gas stream by a water jet, *Journal of Spacecraft and Rockets*, 6(1) (1969) 79-81.



(ج)



(د)

شکل ۸: پاشش مایعات مختلف: الف) آب؛ ب) اتیل الکل؛ ج) محلول ۳۰٪ الکل به آب؛ د) محلول ۴۰٪ گلیسرین به آب؛ قطر جت آب برابر ۰/۵ میلی‌متر و سرعت جت آب  $v_j = ۳۷$  متر بر ثانیه است؛ عدد ماخ جریان هوا  $M_{air} = ۰/۲$ ؛ چگالی هوا  $\rho_g = ۱/۷۶$  کیلوگرم بر مترمکعب است.

### ۶- نتیجه‌گیری

در این کار شبیه‌سازی‌های عددی برای شرایط پاشش مختلف جت‌های مایع صورت پذیرفته است. جهت صحه‌گذاری، نتایج عددی خط مسیر جریان جت با روابط تجربی مقایسه شده است. با توجه به نتایج شبیه‌سازی‌های عددی، مشاهده می‌شود که با افزایش سرعت پاشش جت مایع، عمق نفوذ جت افزایش می‌یابد زیرا که نسبت شار مومنتومی جت مایع به هوا افزایش یافته است. همچنین با توجه به اینکه افزایش عدد ماخ هوای ورودی موجب کاهش نسبت شار مومنتومی جت به هوا می‌شود در نتیجه عمق نفوذ جت به درون جریان عرضی کاهش یافته است. نتایج شبیه‌سازی برای مایعات با خواص مختلف نشان می‌دهند که خواص مایع از قبیل لزجت تأثیر کمی بر روی عمق نفوذ جت دارند.

### مراجع

[1] A. H. Lefebvre, *Atomization and sprays, combustion: an international series*, Hemisphere Pub. Corp, Washington D.C., (1989).

- [30] M. Seifollahi, E. Shirani, and N. Ashgriz, An improved method for calculation of interface pressure force in PLIC-VOF methods, *European Journal of Mechanics-B/Fluids*, 27(1) (2008) 1-23.
- [31] J. Manik, A. Dalal, and G. Natarajan, A Hybrid Grid Based Algebraic Volume of Fluid Method for Interfacial Flows, In *Fluid Mechanics and Fluid Power-Contemporary Research*, Springer India, (2017) 1111-1119.
- [32] M. R. Ansari, R. Azadi, and E. Salimi, Capturing of interface topological changes in two-phase gas-liquid flows using a coupled volume-of-fluid and level-set method (VOSET), *Journal of Computers & Fluids*, 125 (2016) 82-100.
- [۳۳] جوارشکیان، محمدحسن؛ زاهدزاده، مصطفی (۱۳۹۵)، شبیه سازی بالاستیک داخلی موتور موشک سوخت جامد بدون شیپوره با استفاده از روش کسر حجمی، *مجله علمی ترویجی مهندسان مکانیک ایران*، دوره ۲۵، شماره ۱۰۷، صفحات ۶۴-۵۳.
- [16] J. T. Hojnacki, *Ramjet Engine Fuel Injection Studies*, Air Force Aero Propulsion Lab-Tr-72-76, Wright-Patterson AFB OH, (1972).
- [17] G. Wotel, K. Gallagher, S. Caron, T. Rosfjord, D. Hautman, and L. Spadaccini, *High Speed Turboramjet Combustor Technology Program*, Wright Lab., TR-91-2043, Wright-Patterson AFB, OH, (1991).
- [18] J. Becker and C. Hassa, Breakup and Atomization of A Kerosene Jet in Crossflow at Elevated Pressure, *Journal of Atomization and Sprays*, 12(1-3) (2002) 49-67.
- [19] S. B. Tambe, S.-M. Jeng, H. Mongia, and G. Hsiao, Liquid jets in subsonic crossflow, AIAA paper 2005-731, 43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada, (2005).
- [20] C. Yates, *Liquid injection into a supersonic stream*, Air Force Aero Propulsion Lab-TR-71-97, Wright-Patterson AFB OH, (1972).
- [21] S. Baranovsky and J. Schetz, *An Experimental Investigation of Methods to Increase the Liquid Jet Penetration into Supersonic Flow*, Virginia Polytechnic Institute And State University Blacksburg, Department Of Aerospace And Ocean Engineering, (1978).
- [22] T. Chen, C. Smith, D. Schommer, and A. Nejad, Multi-zone behavior of transverse liquid jet in high-speed flow, AIAA paper 93-0453, 31st Aerospace Sciences Meeting, Reno, Nevada, (1993).
- [23] J. N. Stenzler, J. G. Lee, D. A. Santavicca, and W. Lee, Penetration of liquid jets in a cross-flow, *Journal of Atomization and Sprays*, 16(8) (2006) 887-906.
- [24] R. Ragucci, A. Bellofiore, and A. Cavaliere, Breakup and breakdown of bent kerosene jets in gas turbine conditions, *Proceedings of the Combustion Institute*, 31(2) (2007) 2231-2238.
- [25] R. P. Fuller, P.-K. Wu, K. A. Kirkendall, and A. S. Nejad, Effects of Injection Angle on Atomization of Liquid Jets in Transverse Airflow, *AIAA Journal*, 38(1) (2000) 64-72.
- [26] Y. Song, D. Hwang, and K. Ahn, Effect of Orifice Geometry on Spray Characteristics of Liquid Jet in Crossflow, in 55th AIAA Aerospace Sciences Meeting, Grapevine, Texas, 9 - 13 January (2017).
- [27] L. Wu, Y. Chang, K. Zhang, Q. Li, and C. Li, Model for Three-dimensional Distribution of Liquid fuel in Supersonic Crossflows, AIAA 2017-2419, In 21st AIAA International Space Planes and Hypersonics Technologies Conference, Xiamen, China, (2017).
- [28] D. C. Wilcox, *Turbulence modeling for CFD*, DCW industries La Canada, CA, (2000).
- [29] D. L. Youngs, Time-dependent multi-material flow with large fluid distortion, *Journal of Numerical methods for fluid dynamics*, N.Y, 15 (1982) 273-285.

