

## تأثیر دانسیته‌ی ماکزیمم روی جابجایی طبیعی و تولید آنتروپی نانوذرات (نانو سیال) در حلقه‌های استوانه‌ای هم‌مرکز افقی

سینا کاشانی<sup>۱\*</sup>، مهدی حسن‌زاده<sup>۲</sup>، میرمرسل مدنی<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup>۲۰ مری، گروه مهندسی مکانیک، مرکز کردکوی، واحد گرگان، دانشگاه آزاد اسلامی، کردکوی، ایران.

<sup>۳</sup> مهندسی کامپیوتر، مری، مرکز کردکوی، واحد گرگان، دانشگاه آزاد اسلامی، کردکوی، ایران.

دریافت: بهار ۹۷ پذیرش: تابستان ۹۸

### چکیده

در این مقاله، انتقال حرارت جابجایی طبیعی و تولید آنتروپی نانوسیال آب-مس در نزدیکی حداکثر دانسیته‌ی آب (فرض نان بوزینسک) در یک حلقه‌ی استوانه‌ای هم‌مرکز افقی و دوبعدی به صورت عددی بررسی شده است. معادلات حاکم بر اساس مدل همگن نان بوزینسک و با استفاده از روش حجم محدود فشار مبنای روی یک شبکه‌ی غیر یکنواخت حلقوی شکل مورده حل قرار گرفته شده‌اند. محاسبات برای  $Ra = 10^5$  و درصد حجمی نانو ذرات از ۰ تا ۰.۰۸ انجام شده‌است. نتایج عددی به صورت خطوط جریان، خطوط هم‌دما، بردارهای سرعت و عدد ناسلت میانگین ارائه شده است و همچنین کانتور تولید آنتروپی محلی و متوسط برای بررسی قانون دوم ترمودینامیک بررسی شده است. نتایج بدست‌آمده نشان داده‌اند که وارونگی دانسیته و حضور نانوذرات هر دو نقش بسیار مهمی را در ساختار میدان جریان و ویژگی‌های انتقال حرارت بازی می‌کنند. می‌توان نتیجه گرفت که تقریب بوزینسک باعث افزایش نرخ انتقال حرارت متوسط و تولید آنتروپی نسبت به تقریب نان بوزینسک می‌شود. علاوه بر این، عدد ناسلت میانگین با افزایش درصد حجمی نانوذرات کاهش می‌یابد. در نهایت، نتایج عددی موجود تأیید کننده‌ی تأثیر وارونگی دانسیته‌ی آب بر مشخصه‌ی انتقال حرارت جابجایی بدلیل تشکیل ساختار دوسلولی می‌شود.

\*عهده‌دار مکاتبات: [kashani.sina@gmail.com](mailto:kashani.sina@gmail.com)

کلمات کلیدی: نانوسیال، جابجایی طبیعی، وارونگی دانسیته، مدل نان بوزینسک

## Maximum density effect of natural convection and entropy generation of nanoparticle (Nano fluid) in a horizontal concentric cylindrical annulus

Sina Kashani<sup>1\*</sup>, Mahdi Hassanzadeh<sup>2</sup>, Mirmorsal Madani<sup>3</sup>

1,2- Department of Mechanical Engineering, Kordkuy center, Gorgan branch, Islamic azad university, Kordkuy, Iran.

3- Department of Computer Engineering, Kordkuy center, Gorgan branch, Islamic azad university, Kordkuy, Iran.

\*P.O.B. 49156-86166, kordkuy, Iran, s.kashani@kordkuyiau.ac.ir

### Abstract

Entropy generation and Laminar Natural convection of Cu-water Nano fluid near density maximum of water (non-Boussinesq approximation) in a two-dimensional horizontal concentric cylindrical annulus is investigated numerically. The governing equations based on the non-Boussinesq homogenous model are solved on a non-uniform ring type mesh using a pressure-based finite volume method. The calculation is performed for  $Ra=10^5$  and nanoparticle volume fraction from 0 to 0.08. Numerical results are presented in the terms of streamlines, isotherms, velocity vectors and local and average Nusselt number. Aso contours of local entropy generation and average entropy generation are presented. It is found that the density inversion and the presence of nanoparticles both play a significant role in the flow field structure and heat transfer characteristics. It can be concluded that Boussinesq approximation gives rise to the higher average heat transfer rate and entropy generation as compared to non-Boussinesq approximation. In addition, the average Nusselt number decreases as the volume fraction of nanoparticle increases. Finally, the present numerical results verify

the determining effect of the density inversion of water on the convection character because of the formation bi-cellular structure.

### Keywords

Nano fluid, Natural convection, Density inversion, Non-Boussinesq model

کریم و همکارانش [13] در مورد انتقال حرارت در محفظه‌ی درپوش متوجه ذوزنقه‌ای که با نانو سیال‌های مختلف پر شده است را بصورت عددی مورد مطالعه قرار دادند.

بسیاری از محققان تلاش کرده‌اند تا روش‌های افزایش انتقال حرارت را برای بهینه‌سازی عملکرد حرارتی مخازن پر شده با سیال، از جمله انتقال حرارت جابجایی طبیعی را مورد بررسی قراردهند. یکی از کمبودهای معروف سیالات در انتقال حرارت جابجایی که منجر به عملکرد ضعیف حرارتی سیستم می‌شود، هدایت حرارتی کم آنهاست. مطالعات متعددی برای غلبه بر این ضعف در روش‌های مختلف مانند تکنیک نانو سیال انجام شده است. فناوری نانو، پتانسیل بالایی برای افزایش انتقال حرارت و در نتیجه عملکرد حرارتی بالا را در نتیجه‌ی حضور نانوذرات در سیالات فراهم می‌کند. پراکندگی نانو ذرات در سیال پایه، بنام نانو آلومینای کامپوزیتی، توسط فراهانی در سال 2016 انجام شد [14]. رانا و همکارانش [15] بصورت تحلیلی و عددی، جابجایی پخشی سه‌بعدی در یک لایه‌ی افقی از نانو سیال گرم شده را مورد مطالعه قرار دادند. فیلترهای نانو بخشی از مطالعات جدید برای افزایش خواص مختلف مایعات و جامدات هستند. عظیمی و همکارانش [16] ساختار نانو لوله‌های کربنی چند لایه‌ای را مورد تجزیه و تحلیل قراردادند.

تاکنون تلاش چندانی برای مطالعه‌ی جابجایی طبیعی نانو سیال در نزدیکی وارونگی دانسیته‌ی آب با استفاده از مدل همگن نان بوزینسک در حلقه‌های استوانه‌ای افقی هم مرکز انجام نشده است. مطالعه‌ی حاضر با هدف بررسی عددی تاثیر وارونگی دانسیته‌ی آب بر روی انتقال حرارت جابجایی طبیعی و ساختار میدان جریان در یک حلقه‌ی استوانه‌ای دو-بعدی پر از مخلوط آب و نانوذرات انجام شده است. همچنین اثرات محدوده‌ی انتخابی درصد حجمی نانو ذرات ( $\phi = 0, 0.01, 0.05, 0.08$ ) روی نرخ انتقال حرارت بوسیله‌ی اعداد ناسلت میانگین و محلی بررسی شده است. در این بررسی توجه خاصی به مطالعه‌ی تاثیر پراکندگی نانوذرات و وارونگی دانسیته در جریان سیال و پیوستگی‌های انتقال حرارت در  $(\theta=0, 90, 180)$  خطوط جریان، خطوط همدما و پروفیل‌های سرعت و دما در حلقه‌ها شده است. علاوه بر این، مدل کورکیون [17] برای ویسکوزیته‌ی دینامیکی نانو سیال بکار برده شده است.

### ۲- معادلات حاکم:

شکل شماتیک مدل بررسی شده، همراه با محورهای مختصات بکار برده شده در این بررسی، در شکل 1 نشان داده شده است.

### ۱- مقدمه

جابجایی طبیعی یکی از مهمترین مکانیزم‌های انتقال حرارت است که بواسطه تفاوت‌های چگالی ایجاد می‌شود. در سال‌های اخیر به دلیل طیف وسیعی از کاربردهای مهندسی از قبیل گرمایش خانگی، سلوهای خورشیدی، کلکتورهای خورشیدی و فرایندهای ذخیره‌سازی غذا، به جابجایی طبیعی توجه زیادی شده است [1]. الماقلانی و همکارانش [2] به بررسی تجربی جابجایی آزاد در حلقه‌های بین دو کانال مربعی افقی بیرون از مرکز که هر دو با انتهای باز و در شارهای مختلف بودند پرداختند. در طی سالهای اخیر مطالعات متعددی برای بررسی انتقال حرارت و جریان سیال در حلقه‌های افقی، هم مرکز و غیر هم مرکز انجام شده است [3]. وجود راه حل‌های دوگانه برای جابجایی طبیعی در حلقه‌های بیرون از مرکز (غیر هم مرکز) با استفاده از روش لتیس بولتزمن (LBM) توسط کانگ و همکارانش مورد بررسی قرار گرفت [4]. نتایج حاصل نشان داد که بیرون از مرکز بودن، عاملی حیاتی برای بی ثباتی و وجود دوگانه سازی جابجایی طبیعی در حلقه‌های خارج از مرکز است. مطالعات عددی توسط کومار [5] برای بررسی اثر میدان مغناطیسی شعاعی بر روی انتقال حرارت جابجایی طبیعی یک سیال هدایتی لرج در حلقه‌های عمودی هم مرکز انجام شده است. آنها به صورت گرافیکی اثر عدد هارتمن و عدد پرانتل را در پروفیل‌های مختلف نشان دادند. علوی و همکاران [6] به صورت عددی، جابجایی طبیعی برای یک لوله‌ی صاف گرما داده شده و قرار داده شده در یک سیلندر دایره‌ای خنک‌کننده‌ی همدماء، در محدوده‌های مختلف عدد رایلی، نسبت شعاع هیدرولیکی و زوایای جهت مختلف لوله‌ی تخت گرم شده را مورد بررسی قرار دادند. نتایج بدست آمده نشان داد که نرخ افزایش برای عدد ناسلت در زاویه‌ی جهت 90 درجه و نسبت شعاع هیدرولیکی 7.5 برابر با 24.78% است.

طاهرزاده و سعیدی [7] اثرات رایلی، پرانتل و ناسلت را روی خطوط جریان و خطوط همدماء در جابجایی طبیعی، در یک محفظه‌ی حلقوی با دیوارهای بالا و پایین عایق را مورد مطالعه قرار دادند. غفوری و سالاری [8] افزایش انتقال حرارت در محفظه‌ی دوبعدی درپوش متوجه پر شده با نانو سیال اکسید آب-مس را بصورت عددی مورد مطالعه قرار دادند. قطرهای مختلف نانوذرات توسط قلمباز و همکارانش برای بررسی اثرات آنها مورد مطالعه قرار گرفت [9]. مالوندی و همکارانش [10] اثر مغناطیسی بر روی جابجایی را در حلقه‌های پر شده از نانو سیال  $AL_2O_3$  مطالعه کردند. آب نزدیک به ماکریم دانسیته، پدیده‌ای مهم است که در برخی مطالعات در مورد آن توضیح داده شده است. این توضیحات به شرح ذیل می‌باشند: مقایسه‌ی انتقال حرارت نانو سیال در تقریبها و بوزینسک و نان بوزینسک در محفظه‌های موج دار توسعه کاشانی و همکارانش برای پیدا کردن تغییرات در نرخ انتقال حرارت مورد بررسی قرار گرفت [11]. کفایتی [12] جابجایی ترکیبی را در یک مریع با پوشش متوجه با نانو سیال برای افزایش انتقال حرارت مورد مطالعه قرار داد.

$$\begin{aligned} \frac{\partial(C_{p,nf}T)}{\partial t} + u \frac{\partial(C_{p,nf}T)}{\partial x} + v \frac{\partial(C_{p,nf}T)}{\partial y} \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{(k_{nf,0} + k_d) \partial T}{(\rho C_p)_{nf} \partial x} \right] \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{(k_{nf,0} + k_d) \partial T}{(\rho C_p)_{nf} \partial y} \right] \end{aligned} \quad (4)$$

رابطه‌ی دما-دانسیته‌ی غیرخطی نانوسيال فقط در ترم شناوري معادله‌ی (4) استفاده شده‌است که بصورت زير نوشته شده‌است:

$$\begin{aligned} \rho_{nf}(T) &= (1 - \varphi)\rho_f(T) + \varphi\rho_s \\ \{\rho_f(T) &= \rho_{f,0} + 0.0673268037314653T \\ &- 0.0089448455601798T^2 \\ &+ 8.78462866500416 \\ &\times 10^{-5}T^3 \\ &- 6.62139792627547 \\ &\times 10^{-7}T^4 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\rho_f(T) = \rho_{f,0}(1 + \beta(T - T_0))$$

در معادلات بالا، تغييرات دانسيته‌ی آب با دما توسط کوالاسي [18] و همکارانش ارائه شده‌است، در حالیکه ظرفیت گرمایی نانوسيال و ضربه انبساط گرمایی نانوسيال می‌تواند به شکل زیر برآورد شود:

$$(\rho C_p)_{nf} = (1 - \emptyset)(\rho C_p)_f + \emptyset(\rho C_p)_s \quad (6)$$

$$(\rho\beta)_{nf} = (1 - \emptyset)(\rho\beta)_f + \emptyset(\rho\beta)_s \quad (7)$$

ويسکوزيته‌ی ديناميکه موثر نانوسيال حاوي يك واكنش رقيق از ذرات کروي کوچک و سخت است که توسط مدل اخير کورکيون [17] ارائه شده‌است که دقيقتر بنظر ميرسد:

$$\frac{\mu_{nf}}{\mu_f} = \frac{1}{1 - 34.87 \left( \frac{d_p}{d_f} \right)^{-0.3} \varphi^{1.03}}, \quad 0 \leq \varphi \leq 0.08 \quad (8)$$

جايی که  $d_f$  قطر معادل مولکول سیال مينا است و توسط رابطه‌ی زير بیان می‌شود:

$$d_f = 0.1 \left[ \frac{6M}{N\pi\rho_{f,0}} \right]^{1/3} \quad (9)$$

ضربي هدایت گرمایي موثر برای نانوذرات کروي در معادله‌ی (10) داده شده‌است [19]:

$$\begin{aligned} \frac{k_{nf,o}}{k_f} &= \frac{k_s + 2k_f - 2\emptyset(k_f - k_s)}{k_s + 2k_f + \emptyset(k_f - k_s)} \\ k_{eff} &= k_{nf,0} + k_d \end{aligned} \quad (10)$$

عبارت افزایش ضربه هدایت گرمایي بدليل پراکندگي حراري به شكل معادله‌ی (11) است [20]:

$$k_d = C(\rho C_p)_{nf} \sqrt{u^2 + v^2} \emptyset d_p \quad (11)$$

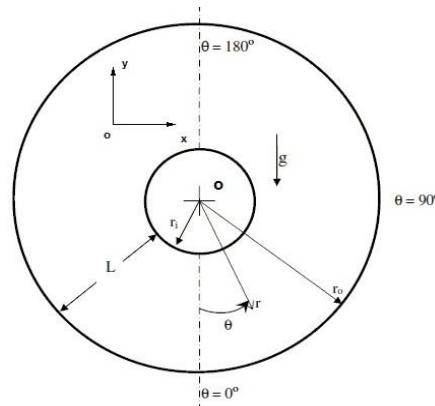


Fig. 1 Schematic of studied model

شکل ۱ طرحواره‌ی مدل مورد مطالعه

جدول ۱ خواص ترموفيزیکی نانوذرات مس و سیال پایه‌ی آب

Table 1 Thermo physical properties of Cu nano particles and base fluid (water)

خواص فیزیکی	نانوذرات مس	سیال پایه‌ی آب
$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	8954	997.1
$\mu$ [Pa.s]	—	0.0017888
$C_p$ [J/kg K]	383	4212
$k$ [W/m K]	400	0.566
$\beta$ [1/K]	1.67e-5	6.73335e-5
Pr		13.31

مدل فیزیکی در نظر گرفته شده، جابجایی طبیعی در حلقه‌ی استوانه‌ای دو بعدی با نسبت منظر  $L/d=0.8$  و پر شده با نانوسيال است. نانوسيال شامل نانوذرات و سیال پایه به عنوان یک محیط پیوسته، نیوتونی و غیرقابل تراکم است و در تعادل حرارتی در نظر گرفته شده است. هچنین شرط عدم لغزش نیز اعمال می‌شود. همانطور که در جدول ۱ نشان داده شده است، خواص ترموفیزیکی نانوسيال ثابت (به جز دانسيته) در نظر گرفته شده است که با روش چندجمله‌ای مرتبه‌ی چهارم و مدل تقریب نانوپرسنک مدل شده است (معادله‌ی 6). سطوح درونی و بیرونی استوانه‌ها به ترتیب در دمای ثابت گرم ( $T_C$ ) و سرد ( $T_H$ ) فرض شده‌اند. دمای اولی  $\Delta T = T_{out} - T_{in}$  در نظر گرفته شده است. با توجه فرض‌های ذكرشده‌ی بالا، معادلات حاكم جريان پایدار شناور توسط جابجایی طبیعی شامل بقای جرم، مومنتوم و انرژی به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{1}{\rho_{nf,0}} \left( -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu_{nf} \nabla^2 u \right) \quad (2)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{1}{\rho_{nf}} \left( -\frac{\partial P}{\partial y} + \mu_{nf} \nabla^2 v + (\rho\beta)_f g(T - T_{ref}) \right)_y \quad (3)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{1}{\rho_{nf,0}} \left( -\frac{\partial P}{\partial y} + \mu_{nf} \nabla^2 v - g(\rho_{nf}(T) - \rho_{nf,0}) \right) \quad (4)$$

مقدار عدد تولید انتروپی کل بدون بعد، که از طریق انتگرال گیری تولید انتروپی موضعی در دامنه محاسباتی کل بست آمده است؛ توسط رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$\dot{S}_{T,a} = \int_V S_{l,a} dV \quad (22)$$

### -۳ روش حل عددی و بررسی استقلال از شبکه:

در این بررسی از یک کد فرترن، بر مبنای روش حجم محدود و با استفاده از الگوریتم سیمپل برای حل معادلات استفاده شده است. معادلات گسسته شده با استفاده از روش بسیار ضمنی (SIP) حل شده‌اند. روش گسسته‌سازی بادسوی مرتبه‌ی اول و روش تفاضل مرکزی مرتبه‌ی دوم به ترتیب برای معادلات پخشی و جابجایی غیر خطی بکار برده شده‌اند. با توجه به تغییرات شبیه جریان نزدیک دیواره‌های محفظه، برای افزایش دقیق از شبکه‌ی ریزتری استفاده شده است. بنابراین، شبکه‌ی مورد بررسی به سمت دیواره‌های داخلی و خارجی استوانه ریزتر می‌شود(شکل 2).

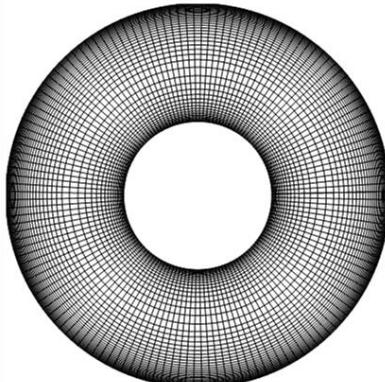


Fig. 2 Computational grid  
شکل ۲ شبکه‌ی محاسباتی

قابل ذکر است که بررسی‌های استقلال از شبکه با بررسی ترکیبات مختلف عدد  $R$  و  $\emptyset$ ، سه شبکه‌ی مختلف  $81 \times 81$ ,  $101 \times 101$ ,  $121 \times 121$  و  $151 \times 151$  انجام شده است و با مشاهده‌ی تفاوت کمتر از ۱٪ بین نتایج بدست‌آمده در دو شبکه‌ی کوچکتر، شبکه‌ی یکنواخت  $121 \times 121$  برای همه‌ی شبیه‌سازی‌ها مورد استفاده قرار گرفته است. معیار همگرایی برای کاهش خطای نسبی ماقریم در مقادیر همه‌ی متغیرهای وابسته بین دو تکرار متوالی زیر  $10^{-7}$  در نظر گرفته شده است.

### -۴ اعتبارسنجی:

به منظور اثبات صحت کد محاسباتی فعلی، نتایج انتقال حرارت جابجایی طبیعی حاصل از کد کنونی با نتایج جابجایی طبیعی در محفظه‌ی موجی مقایسه شده است. شکل 3 نتایج شبیه‌سازی کنونی را با مطالعه‌ی میکالک و همکارانش [21] مقایسه می‌کند. با توجه به پروفیل‌های سرعت با  $\Delta T = 10^\circ$  و  $H=W=38\text{mm}$  مناسبی بین دو داده‌ی مورد مقایسه وجود دارد و این بیانگر صحت و دقیقیت کد فعلی استفاده شده است.

ثابت C به صورت تجربی به شرح زیر و توسط واکاو و کاگوی [21] مورد ارزیابی قرار گرفته است. معادله‌ی ذکرشده در بالا می‌تواند به شکل معادله‌ی بی بعد با استفاده از پارامترهای بی بعد به صورت زیر نوشته شود:

$$\begin{aligned} X &= \frac{x}{L}, \quad Y = \frac{y}{L}, \quad U = \frac{uL}{\alpha_f}, \quad V = \frac{vL}{\alpha_f}, \quad P = \frac{pL^2}{\rho_f \alpha^2}, \\ \theta &= \frac{T - T_c}{T_h - T_c}, \quad Pr = \frac{\nu_f}{\alpha_f} = 13.31, \quad Ra = \frac{g \beta_f \Delta T L^3}{\alpha_f \nu_f} \\ &= 10^5, \\ \rho^* &= \frac{\rho_{nf}}{\rho_f}, \quad \mu^* = \frac{\mu_{nf}}{\mu_f} \end{aligned} \quad (12)$$

معادلات بی بعد پیوستگی، مومنتوم و انرژی به شکل زیر بدست می‌آیند:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (13)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = \frac{1}{\rho^*_{nf,0}} \left( -\frac{\partial P}{\partial X} + \mu^*_{nf} Pr \nabla^2 U \right) \quad (14)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{(\rho C_p)_{f,0} (k_{nf,0} + k_d)}{k_f (\rho C_p)_{nf,0}} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (15)$$

شرط عدم لغزش روی دیواره‌های حلقه فرض شده است. همچنین، روی هر دو استوانه‌ی داخلی (معادله‌ی (16)) و استوانه‌ی خارجی (معادله‌ی (17)) شرایط مرزی بی بعد در نظر گرفته شده‌اند:

$$U=V=0, \quad \theta = 1 \quad (16)$$

$$U=V=0, \quad \theta = 0 \quad (17)$$

عدد ناسلت محلی و میانگین در طول دیواره‌ی گرم به ترتیب توسط رابطه‌های (18) و (19) محاسبه می‌شوند:

$$Nu = \frac{-k_{nf,0} \partial \theta}{k_f} \Big|_{X=0} \quad (18)$$

$$\overline{Nu} = \int_0^1 \frac{-k_{nf,0} \partial \theta}{k_f} \Big|_{X=0} dY \quad (19)$$

رابطه‌ی تولید انتروپی محلی برای نانوسیال و در حالت کلی می‌تواند به صورت زیر بیان شود:

$$\begin{aligned} \dot{S}_l &= \frac{K_{nf,0}}{T_0^2} \left[ \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right] \\ &\quad + \frac{\mu_{nf}}{T_0} \left[ 2 \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. + \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (20)$$

با توجه به روابط بدون بعد، شکل بدون بعد از تولید انتروپی محلی به صورت زیر بیان شود:

$$\begin{aligned} \dot{S}_{l,a} &= \left[ \left( \frac{\partial \theta}{\partial X} \right)^2 + \left( \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)^2 \right] \\ &\quad + \frac{\mu_{nf} T_0}{k_{nf,0}} \left( \frac{\alpha_{nf}}{L(T_h - T_c)} \right) \left[ 2 \left( \frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. + 2 \left( \frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 + \left( \frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (21)$$

که منجر به الگوی مشابهی از میدانهای جریان و دما برای دو بخش محفظه می‌شود، نتایج فقط برای نیمی از محفظه مورد بحث قرار می-گیرد.

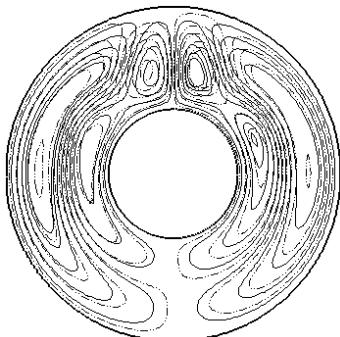


Fig. 4-a  
شکل a-4

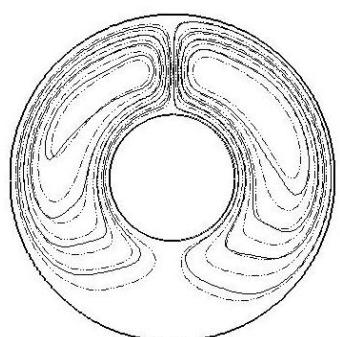


Fig. 4-b  
شکل b-4

**Fig. 4 Effects of dispersion of Cu nanoparticle on Streamlines for different Volume fractions; Solid line:  $\phi = 0.0$ ; Dash-Dot line:  $\phi = 0.08$  with non-Boussinesq(4-a) and Boussinesq approximation (4-b)**

شکل 4 اثرات پراکندگی نانوذرات مس در خطوط جریان برای درصدهای حجمی مختلف ۰.۰ ( $\phi = 0.0$ ) (خطوط توبیر) و  $\phi = 0.08$  ( $\phi = 0.08$  (خط نقطه) با تقریب نان بوزینسک (a-4) و بوزینسک (b-4))

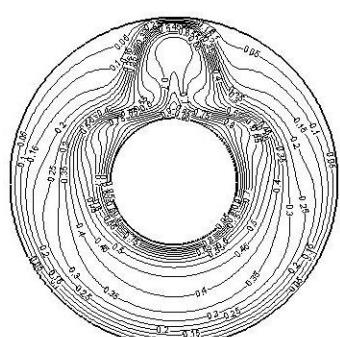


Fig. 5-a  
شکل a-5

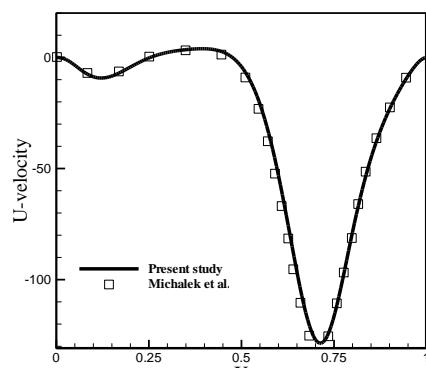


Fig. 3-a  
شکل a-3

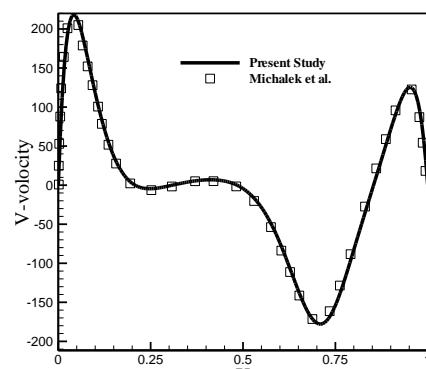


Fig. 3-b  
شکل b-3

**Fig. 3 Comparison of the velocity profiles of water at midline for  $H=W=38$  mm and  $\Delta T = 10^\circ$  obtained by present study and the work of Michalek and Kowalewski [23] for X- velocity (3-a) and Y-velocity (3-b).**

شکل 3 مقایسه ای پروفیل های سرعت آب در خط مرکزی کار حاضر و مطالعه ای میکالک و کوالسکی [23] برای  $H=W=38\text{mm}$  و  $\Delta T = 10^\circ$

## ۵ - نتایج

اثرات پراکندگی نانوذرات فوق العاده ریز به سیال خالص (آب) بر ویژگی های انتقال حرارت و جریان سیال در حلقه هی هم مرکز و برای درصد حجمی نانوذرات مختلف از ۰.۰۸ تا ۰.۰۰ مورد بررسی قرار گرفته است. علاوه بر پراکندگی نانوذرات، تأثیر وارونگی دانسیته ای آب در ۴ درجه سلسیوس روی پارامترهای گرما و جریان نانوسیال از طریق مقایسه نتایج تقریب بوزینسک و نان بوزینسک مورد بررسی قرار گرفته است. خطوط جریان و خطوط همدما برای مایع خالص ( $\phi = 0.0$ ) و نانوسیال ( $\phi = 0.08$ ) با توجه به تقریب های بوزینسک و نان بوزینسک، در شکل ۴ و ۵ نشان داده شده اند. خطوط جریان برای مقادیر مشابه توابع جریان، برای هر دو مایع خالص و نانوسیال نشان داده شده اند. همانطور که بهوضوح دیده می شود، جریان در نزدیکی سیلندر داخلی به سمت بالا حرکت می کند و در مجاورت سیلندر بیرونی به سمت پایین حرکت می کند. این پدیده عمدها به علت نیروهای شناوری است که منتهی به شکل گیری ساختار جریان یک و یا چند سلوی می شوند. در فاصله ای به اندازه کافی دور از سیلندر داخلی و بیرونی (به عنوان مثال، در قسمت مرکزی محفظه)، جریان تحت تاثیر لایه های مرزی حرارتی قرار نگرفته و از این رو گرادیان دمایی شدید نیست. به دلیل شرایط مرزی متقاضی در محور  $Y$

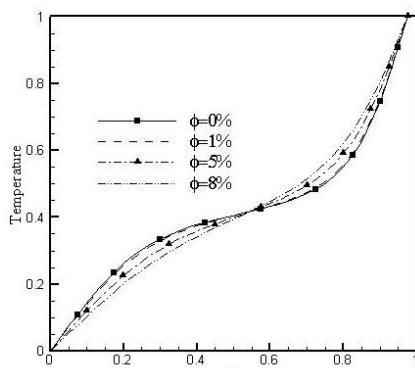


Fig. 6-a  
شکل a-6

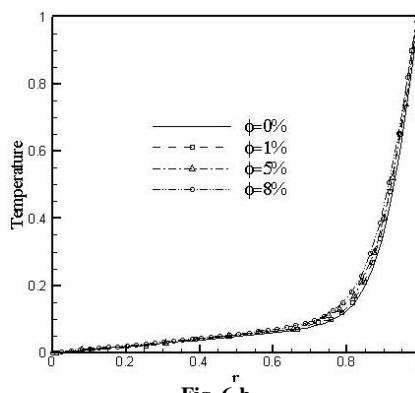


Fig. 6-b  
شکل b-6

Fig. 6 Effects of dispersion of Cu nanoparticle on the temperature profiles at  $\theta=0$  of cylindrical for different Volume fractions for non-Boussinesq approximation (6-a) and Boussinesq approximation (6-b).

شکل 6 اثرات پراکندگی نانوذرات مس روی پروفیل‌های دمایی  $\theta=0$  استوانه‌ای برای درصدهای حجمی مختلف و برای تقریب‌های نان بوزینسک (a-6) و بوزینسک (b-6)

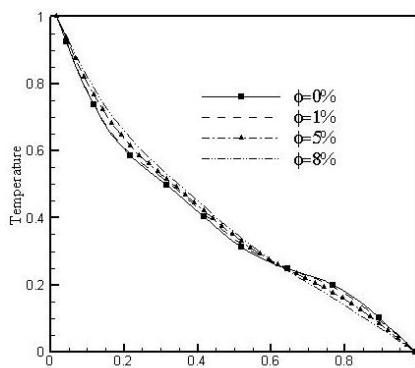


Fig. 7-a  
شکل a-7

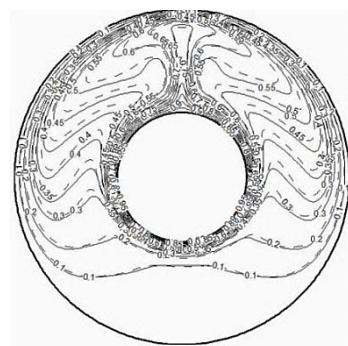
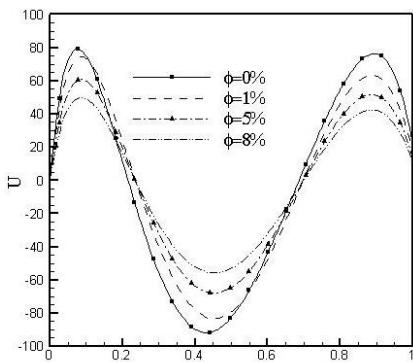
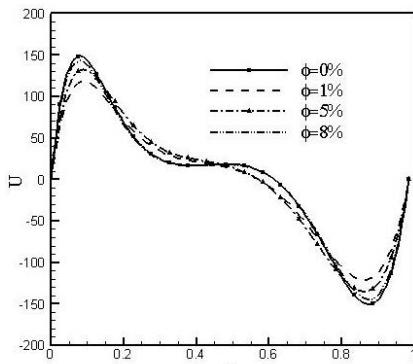


Fig. 5-b  
شکل b-5

Fig. 5 Effects of dispersion of Cu nanoparticle on Isotermes for different Volume fractions; Solid line:  $\phi = 0.0$ ; Dash-Dot line:  $\phi = 0.08$  with non-Boussinesq(5-a) and Boussinesq approximation (5-b)

شکل 5 اثرات پراکندگی نانوذرات مس در خطوط همدما برای درصدهای حجمی مختلف  $\phi = 0.0$  (خطوط توپر) و  $\phi = 0.08$  (خط نقطه) با تقریب نان بوزینسک (a-5) و بوزینسک (b-5)

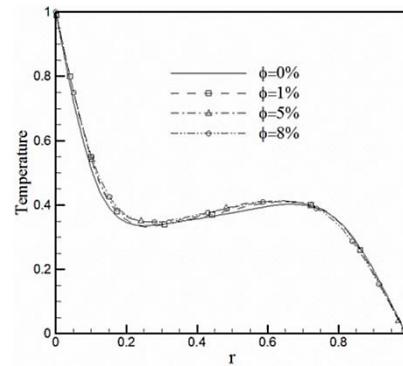
در نمونه‌ی تقریب نان بوزینسک برای سیال خالص، ساختار جریان شامل دو سلول گردشی است. گرما توسط سیال از داخل سلول گردشی ساعتگرد داخلی با دو هسته از سیلندر داخلی منتقل می‌شود و در امتداد خطوط همدما اکسترم دانسیته برمی‌گردد. دومین سلول گردشی پاد ساعتگرد در نزدیکی سیلندر بیرونی قرار دارد. یک نقطه‌ی زینی در نزدیکی دیوار سرد، تقریباً در بالای سیلندر، در نتیجه‌ی تعامل بین سیال داغ نزولی و سیال سرد بالارونده تشکیل شده‌است. در مورد تقریب بوزینسک، جریان تک سلولی توسط یک سلول گردشی بیضوی ساعتگرد با مرکز واقع در بالای آن تشکیل شده‌است، که در مقایسه با تقریب نان بوزینسک کشیده‌تر است. با وجود تقریب نان بوزینسک، توزیع‌های دمایی طبقه‌بندی شده‌ی افقی دیده می‌شود. از خطوط جریان می‌توان دریافت که در حضور نانوذرات، اندازه‌ی سلول‌های گردشی بزرگ‌تر از آن در مایع خالص است. این واقعیت ناشی از افزایش درصد حجمی نانوذرات است که باعث انتقال بیشتر انرژی و در نتیجه افزایش مولفه‌ی سرعت نانوسیال می‌شود. با توجه به تأثیر قابل توجه افزوده شدن نانوذرات به مایع خالص بر افزایش هدایت حرارتی، ضخامت لایه‌ی مرز حرارتی در کنار دیوار گرم، به حضور نانوذرات و حجم آن حساس است. به عبارت دیگر، افزایش هدایت حرارتی با افزایش نفوذ گرما همراه است. توزیع دما در  $\theta=0$ , 90, 180 و تغییر سرعت در  $\theta=90$ , با استفاده از درصدهای حجمی نانوذرات مختلف برای تقریب بوزینسک و نان بوزینسک، به ترتیب در شکل‌های 6, 7, 8 و 9 نشان داده شده‌اند. از این شکل‌ها، اثر وارونگی دانسیته‌ی آب و درصد حجمی نانوذرات بر روی پروفیل‌های سرعت و دما می‌تواند مورد بررسی قرار گیرند. این نتایج برای آب با عدد پرانتل 13.31 بدست آمده‌است. با افزایش درصد حجمی نانوذرات، مقادیر پیک پروفیل سرعت کاهش می‌یابند و به سمت میانه‌ی استوانه‌ای هم‌مرکز حرکت می‌کند. علاوه بر این، در مورد دانسیته‌ی واپسنه به دمای غیر خطی، مقدار درصد حجمی نانوذرات تاثیر زیادی بر موقعیت نقطه‌ی زینی تعیین شده توسط تعادل تقابل نیروهای شناوری مثبت و منفی دارد.

Fig. 9-a  
شکل  
a-9Fig. 9-b  
شکل  
b-9

**Fig. 9 Effects of dispersion of Cu nanoparticle on the velocity profiles at  $\theta=90$  for different Volume fractions for non-Boussinesq Approximation (9-a) and Boussinesq Approximation(9-b)**

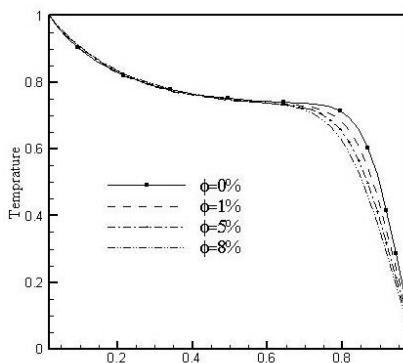
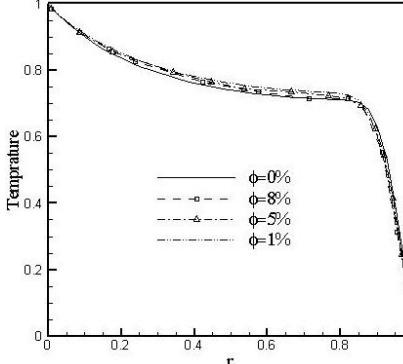
شکل 9 اثرات پراکندگی نانوذرات مس روی پروفیل‌های سرعت در  $\theta=90$  برای درصدهای حجمی مختلف و برای تقریب‌های نان بوزینسک(9-a) و بوزینسک(9-b)

علاوه بر این، پروفیل‌های دمایی نیز افزایش در ضخامت لایه مرزی حرارتی در حضور نانوذرات را تایید می‌کنند. در مورد تقریب نان بوزینسک و اطراف نقطه‌ی زینی، جایگایی در اثر نانوذرات دیده می‌شود. اگر چه افزایش نفوذ حرارتی در حضور نانوسیال، در اطراف نقطه‌ی زینی نانوسیال با  $\phi=0.05$  سردرت از نانوسیال با  $\phi=0.08$  است. تغییرات عدد ناسلت در امتداد دیوارهای گرم و سرد با استفاده از درصدهای حجمی مختلف نانوذرات برای تقریب‌های بوزینسک و نان بوزینسک در شکل‌های 10 و 11 نشان داده شده‌است. در مورد تقریب بوزینسک، همان روند نوسانات عدد ناسلت محلی در امتداد دیوارهای گرم و سرد دیده می‌شود که با افزایش درصد حجمی نانوذرات کاهش می‌یابد. به رغم تقریب بوزینسک، عدد ناسلت محلی بر روی دیوارهای گرم و سرد به نظر می‌رسد روند پیچیده‌ای برای تقریب نان بوزینسک دارد. این رفتار متفاوت عدد ناسلت محلی می‌تواند به عنوان یک نتیجه از تغییر غیر خطی دانسیته با دما و شکل-گیری گردابی CCW در کنار دیوار سرد باشد. مشاهده می‌شود که قبل از نقطه‌ی زینی تا حدود 150 درجه، عدد ناسلت محلی با افزایش میزان نانوذرات کاهش یافته‌است. در حالی که پس از این نقطه با افزایش درصد حجمی، این عدد افزایش می‌یابد.

Fig. 7-b  
شکل  
b-7

**Fig. 7 Effects of dispersion of Cu nanoparticle on the temperature profiles at  $\theta=90$  of cylindrical for different Volume fractions for non-Boussinesq approximation (7-a) and Boussinesq approximation (7-b).**

شکل 7 اثرات پراکندگی نانوذرات مس روی پروفیل‌های دمایی 90 استوانه‌ای برای درصدهای حجمی مختلف و برای تقریب‌های نان بوزینسک(7-a) و بوزینسک(7-b)

Fig. 8-a  
شکل  
a-8Fig. 8-b  
شکل  
b-8

**Fig. 8 Effects of dispersion of Cu nanoparticle on the temperature profiles at  $\theta=180$  of cylindrical for different Volume fractions for non-Boussinesq approximation (8-a) and Boussinesq approximation (8-b).**

شکل 8 اثرات پراکندگی نانوذرات مس روی پروفیل‌های دمایی 180 استوانه‌ای برای درصدهای حجمی مختلف و برای تقریب‌های نان بوزینسک(8-a) و بوزینسک(8-b)

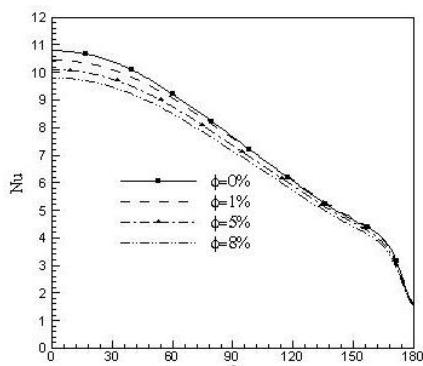


Fig. 11-a  
a-11

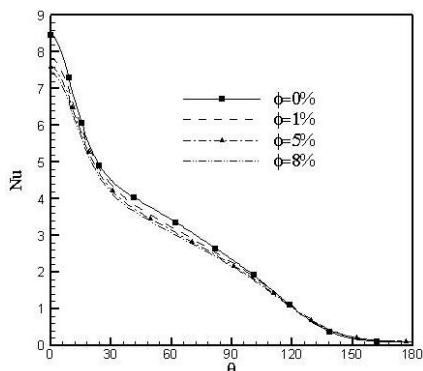


Fig. 11-b  
b-11

**Fig. 11** Effects of dispersion of Cu nanoparticle on the local Nusselt distribution at for different Volume fractions for Boussinesq approximation and hot (11-a) and cold (11-b)walls

شکل 11 اثرات پراکندگی نانوذرات مس بر روی توزیع ناسلت محلی برای درصددهای حجمی مختلف و برای تقریب نان بوزینسک و برای دیوار داغ (a-11) و دیوار سرد (b-11)

همانطور که قبلاً مورد بحث قرار گرفت، افزایش میزان درصد حجمی نانوذرات می‌شود و بنابراین ضخامت مرز را همانطور که در شکلهای 6, 7 و 8 نشان داده شده است، افزایش می‌دهد. این افزایش در ضخامت لایه مرزی حرارتی باعث کاهش عدد ناسلت می‌شود. بنابراین، عدد ناسلت مضربی از گردیان دمایی و نرخ هدایت حرارتی (هدایت نانوسیال نسبت به هدایت سیال پایه) است. از آنجائیکه کاهش گردیان درجه حرارت به علت وجود نانوذرات بسیار کمتر از هدایت حرارتی است، بنابراین افزایش در عدد ناسلت با افزایش درصد حجمی نانوذرات افزایش می‌یابد. CCW، دیده شده است که در دیوار سرد نزدیک ناحیه ی گردشی مخلوط نانوسیال با درصد حجمی 5٪ دارای بهترین عملکرد انتقال حرارت است و افزایش درصد حجمی نانوذرات بیشتر از این مقدار، منجر به کاهش انتقال حرارت می‌شود. اثرات دانسیته وابسته به دمای غیرخطی و درصد حجمی نانوذرات بر روی میزان انتقال حرارت کلی در جدول 2 نشان داده شده است. از این جدول روشن است که افزایش درصد حجمی نانوذرات، انتقال حرارت را در همه موارد کاهش می‌دهد. همچنین عدد ناسلت میانگین در مورد دانسیته وابسته به دمای غیرخطی بسیار کمتر از مورد تقریب بوزینسک است.

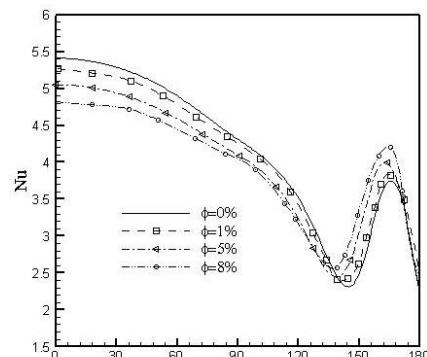


Fig. 10-a  
a-10

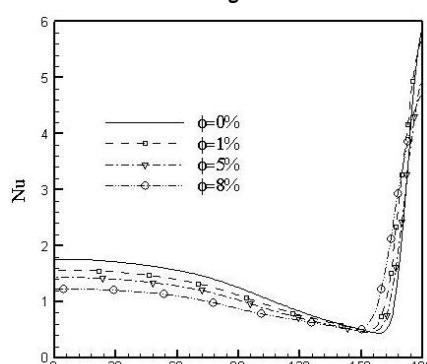


Fig. 10-b  
b-10

**Fig. 10** Effects of dispersion of Cu nanoparticle on the local Nusselt distribution at for different Volume fractions for non-Boussinesq Approximation and hot (10-a) and cold (10-b)walls

شکل 10 اثرات پراکندگی نانوذرات مس بر روی توزیع ناسلت محلی برای درصددهای حجمی مختلف و برای تقریب نان بوزینسک و برای دیوار داغ (a-10) و دیوار سرد (b-10)

جدول 2 مقایسه اثرات دانسیته وابسته دمای غیرخطی و درصد حجمی نانوذرات روی عدد ناسلت میانگین حول استوانه‌ی داخلی

**Table 2 Comparison of the effects nonlinear temperature dependent density and nanoparticle volume fraction on average Nusselt number around inner cylinder**

	تقریب نان بوزینسک	تقریب نان بوزینسک
$\phi = 0.0$	8.02	4.022
$\phi = 0.01$	7.8422	3.8845
$\phi = 0.05$	7.2694	3.4421
$\phi = 0.08$	6.8579	3.1572

کانتور تولید آنتروپی محلی برای دو فرض بوزینسک و نان بوزینسک در شکل 12 نشان داده شده است. تولید آنتروپی در مسائل مهندسی به دلیل انتقال حرارت و اصطکاک مایع برگشت ناپذیری می‌باشد. لازم به ذکر است که در مطالعه حاضر، مقدار تولید آنتروپی به علت اصطکاک مایع نسبت به تولید آنتروپی به دلیل انتقال حرارت به خاطر اثر غالب انتقال حرارت طبیعی ناچیز می‌باشد. همان‌طور که از شکل پیداست تولید آنتروپی در نزدیکی دیوار گرم داخلی و سرد خارجی به دلیل

جدول 3 مقایسه‌ی اثرات دانسیته‌ی وابسته‌ی دمای غیرخطی و درصد حجمی نانوذرات روی تولید آنتروپی میانگین

Table 2 Comparison of the effects nonlinear temperature dependent density and nanoparticle volume fraction on average Entropy generation

	تقریب نان بوزینسک	تقریب بوزینسک
$\phi = 0.0$	4.639321	2.238488
$\phi = 0.01$	4.51931	2.1584
$\phi = 0.05$	4.32932	2.0484
$\phi = 0.08$	4.172519	1.9456

#### ۶- نتیجه‌گیری:

در این مقاله، شبیه‌سازی عددی جابجایی طبیعی آرام در یک حلقه‌ی استوانه‌ای هم‌مرکز دوبعدی پر شده از نانوسیال آب-مس و در نزدیکی ماکرزم دانسیته‌ی آب، با استفاده از متود حجم محدود فشار مبنا انجام شده است. اثرات وابستگی دمای غیرخطی دانسیته‌ی آب و افزایش شدید آن در دمای 4 درجه‌ی سلسیوی برای تقریب‌های بوزینسک و نان بوزینسک مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین اثر اضافه کردن نانوذرات به سیال خالص و درصدهای حجمی آنان روی مشخصه‌های انتقال حرارت و میدانهای جریان سیال مورد بررسی قرار گرفته است.

- میدان سیال و نرخ انتقال حرارت بطورقابل توجهی تحت تاثیر وارونگی دانسیته و پراکندگی نانوذرات هستند.
- در نمونه‌ی تقریب نان بوزینسک، افزایش درصد حجمی نانوذرات باعث کاهش عدد ناسلت محلی می‌شود.
- در نمونه‌ی تقریب نان بوزینسک، عدد ناسلت محلی با افزایش درصد حجمی نانوذرات کاهش می‌یابد (قبل از نقطه‌ی زینی در 150 درجه‌ی سلسیوس)، درحالیکه بعد از این نقطه با افزایش درصد حجمی افزایش می‌یابد.
- عدد آنتروپی میانگین در مورد دانسیته‌ی وابسته به دمای غیرخطی بسیار کمتر از مورد تقریب بوزینسک است.
- افزایش درصد حجمی نانوذرات، تولید آنتروپی را در همه‌ی موارد کاهش می‌دهد.

وجود گرادیان دمایی بالا متمرکز شده است کانتورهای آنتروپی محلی برای تقریب بوزینسک دارای الگوی متقاضی هستند، در حالیکه برای تقریب غیر بوزینسک گسترده‌تر هستند تأثیر افزودن نانوذرات به سیال خالص که منجر به کاهش در تولید آنتروپی می‌شود از دو جهت قابل بررسی است افزایش هدایت حرارتی و نرخ انتقال حرارت از یک سو و افزایش ویسکوزیته نانو سیال از سوی دیگر می‌توان اشاره کرد که با افزودن نانوذرات به خالص مایع منجر به کاهش تولید آنتروپی محلی می‌گردد.

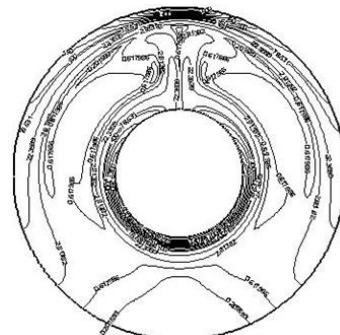


Fig. 12-a  
شکل 12

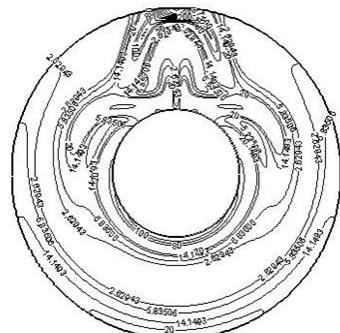


Fig. 12-b  
شکل 12

Fig. 12 Entropy generation for Boussinesq and non-Boussinesq approximations, non-Boussinesq(5-a) and Boussinesq(5-b) approximation

شکل 12 کانتور تولید آنتروپی با تقریب نان بوزینسک (12-a) و بوزینسک (12-b)

فهرست علامت:	-۷
$C_p$	گرمای ویژه در فشار ثابت (J/kg K)
$C$	مقدار ثابت
$d$	فاصله‌ی بین مرکز استوانه‌ی خارجی و داخلی (m)
$d_p$	قطر نانوذرات (m)
$D$	قطر سیلندر درونی (m)
$e_v$	فاصله از مرکزی عمودی $d / (r_o - r_i)$ (m)
$g$	شتاب جاذبه ( $m/s^2$ )
$k$	رسانایی حرارتی سیال (W/mK)
$L = r_o - r_i$	فاصله بین سیلندر درونی و بیرونی (m)
$Nu$	عدد نوسلت موضعی
$\overline{Nu}$	عدد نوسلت میانگین

اثرات دانسیته‌ی وابسته به دمای غیرخطی و درصد حجمی نانوذرات بر روی میزان تولید آنتروپی کلی در جدول 3 نشان داده شده است. افزایش درصد حجمی نانوذرات، تولید آنتروپی را در همه‌ی موارد کاهش می‌دهد. همچنین عدد آنتروپی میانگین در مورد دانسیته‌ی وابسته به دمای غیرخطی بسیار کمتر از مورد تقریب بوزینسک است.

- [5] A. Kumar, Effect of radial magnetic field on natural convection flow in alternate conducting vertical concentric annuli with ramped temperature, *Engineering Science and Technology, an International Journal*, Vol. 19, No. 3, pp. 1436-1451, 2016.
- [6] O. A. Alawi, N. A. C. Sidik, H. Dawood, Natural convection heat transfer in horizontal concentric annulus between outer cylinder and inner flat tube using nanofluid, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 57, pp. 65-71, 2014.
- [7] M. Taherzadeha, M. Saidi, Natural circulation in vertical porous annular enclosure with heat generation, *Scientia Iranica. Transaction B, Mechanical Engineering*, Vol. 22, No. 1, pp. 208, 2015.
- [8] A. Ghafouri, M. Salari, Numerical investigation of the heat transfer enhancement using various viscosity models in chamber filled with water-CuO nanofluid, *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, Vol. 36, No. 4, pp. 825-836, 2014.
- [9] M. Ghalambaz, A. Behseresht, J. Behseresht, A. Chamkha, Effects of nanoparticles diameter and concentration on natural convection of the Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-water nanofluids considering variable thermal conductivity around a vertical cone in porous media, *Advanced Powder Technology*, Vol. 26, No. 1, pp. 224-235, 2015.
- [10] A. Malvandi, S. Moshizi, D. Ganji, Effect of magnetic fields on heat convection inside a concentric annulus filled with Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-water nanofluid, *Advanced Powder Technology*, Vol. 25, No. 6, pp. 1817-1824, 2014.
- [11] S. Kashani, A. Ranjbar, M. Mastiani, H. Mirzaei, Entropy generation and natural convection of nanoparticle-water mixture (nanofluid) near water density inversion in an enclosure with various patterns of vertical wavy walls, *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 226, pp. 180-193, 2014.
- [12] G. R. Kefayati, Mesoscopic simulation of mixed convection on non-Newtonian nanofluids in a two sided lid-driven enclosure, *Advanced Powder Technology*, Vol. 26, No. 2, pp. 576-588, 2015.
- [13] A. K. Kareem, H. A. Mohammed, A. K. Hussein, S. Gao, Numerical investigation of mixed convection heat transfer of nanofluids in a lid-driven trapezoidal cavity, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 77, No. Supplement C, pp. 195-205, 2016/10/01, 2016.
- [14] P. Ghabezi, M. Farahani, Composite adhesive-bonded joint reinforcement by incorporation of nano-alumina particles, *Journal of Computational Applied Mechanics*, Vol. 47, No. 2, pp. 231-239, 2016.
- [15] G. C. Rana, R. Chand, V. Sharma, A. Sharda, On the onset of triple-diffusive convection in a layer of nanofluid, *Journal of Computational Applied Mechanics*, Vol. 47, No. 1, pp. 67-77, 2016.
- [16] S. Azimi, A. Rastgoo, S. Sattari, A. Rashidi, Defects and Structural Analysis of Multi-Wall Carbon Nano Tubes via Ball milling and Cryo-milling, *Journal of Computational Applied Mechanics*, Vol. 47, No. 1, pp. 1-9, 2016.
- [17] M. Corcione, E. Habib, A. Quintino, A two-phase numerical study of buoyancy-driven convection of alumina-water nanofluids in differentially-heated horizontal annuli, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 65, pp. 327-338, 2013.
- [18] T. A. Kowalewski, M. Rebaw, Freezing of water in a differentially heated cubic cavity, *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, Vol. 11, No. 3-4, pp. 193-210, 1999.
- [19] J. C. Maxwell, *A Treatise on Electricity and Magnetism*, vol. II. Pp. 310-318, Clarendon, Oxford, 1904.
- [20] A. R. Khaled, K. Vafai, Heat transfer enhancement through control of thermal dispersion effects, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 48, No. 11, pp. 2172-2185, 2005.
- [21] T. Michalek, T. A. Kowalewski, B. Sarler, Natural convection for anomalous density variation of water: numerical benchmark, *Progress in Computational Fluid Dynamics, an International Journal*, Vol. 5, No. 3-5, pp. 158-170, 2005.

فشار (kg/m.s <sup>2</sup> )	P
فشار بی بعد	p
عدد پرانتل	Pr
مختصات شعاعی (m)	r
عدد رایلی	Ra
درجه حرارت (K)	T
سرعت (m/s)	u, v
سرعتهای بی بعد	U, V
مختصات دکارتی (m)	X, Y
مختصات دکارتی بی بعد	X, Y
علائم یونانی	
ضریب پخش حرارتی (m <sup>2</sup> /s)	$\alpha$
درصد حجمی نانوذرات	$\phi$
ضریب انبساط حرارتی (K <sup>-1</sup> )	$\beta$
زاویه چرخش حول محور قائم(چیدمان متفاوت)	$\theta$
مختصات زاویه ای در سیستم استوانه ای	$\varphi$
ویسکوزیته دینامیکی (kg/m.s)	$\mu$
ویسکوزیته سینماتیکی (m <sup>2</sup> /s)	$\nu$
چگالی (kg/m <sup>3</sup> )	$\rho$
زیرنویس	
میانگین	avg
سرد	c
از بین رفته	d
سیال	f
موثر	eff
گرم	h
دروندی	i
نانوسیال	nf
بیرونی	o
جامد	s
مقدار مرجع در شرایط سرما	0
بالانزویس	
بدون بعد	*

## مراجع - ۸

- [1] H. Dawood, H. Mohammed, N. A. C. Sidik, K. Munisamy, M. Wahid, Forced, natural and mixed-convection heat transfer and fluid flow in annulus, *A review*, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 62, pp. 45-57, 2015.
- [2] W. M. El-Maghly, M. M. Sorour, O. Hozien, Experimental study of natural convection in an annulus between two eccentric horizontal square ducts, *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 65, pp. 65-72, 2015.
- [3] K. T. Park, H. J. Kim, D.-K. Kim, Experimental study of natural convection from vertical cylinders with branched fins, *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 54, pp. 29-37, 2014.
- [4] K. Luo, H.-L. Yi, H.-P. Tan, Eccentricity effect on bifurcation and dual solutions in transient natural convection in a horizontal annulus, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 89, pp. 283-293, 2015.