

## روشهای تفکیک شار حرارت در مرز مشترک جامد و سیال در محیط متخلخل با استفاده از مدلسازی انتقال حرارت (LTNE) عدم تعادل حرارتی

شیرین واجو<sup>۱</sup>، دکتر محمد قلمباز<sup>۲\*</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، واحد دزفول، دانشگاه آزاد اسلامی، دزفول، ایران

<sup>۲</sup> استادیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد دزفول، دانشگاه آزاد اسلامی، دزفول، ایران

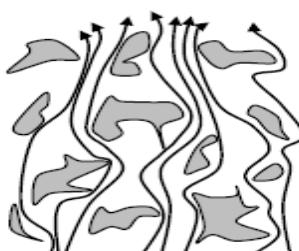
دریافت: تابستان ۹۵ پذیرش: پائیز ۹۸

### چکیده

در این مطالعه شرایط گرمایی برای یک محیط متخلخل در شرایط عدم تعادل حرارتی (LTNE) مورد بررسی قرار گرفته است. اگر چه در بسیاری از کاربردهای مهندسی فرض تعادل حرارتی دارای دقت خوبی است اما در محیط متخلخل و در حالتی که اختلاف دمای بین فاز سیال و جامد زیاد باشد، از دقت پایینی برخوردار است. در این حالت باید از روش عدم تعادل حرارتی برای مدلسازی بهره برد. همچنین با ورود شار حرارت به مرز مشترک محیط متخلخل و تقسیم شدن آن بین سیال و ماتریس جامد پدیده ای بنام «شاخه ای شدن شار حرارت در مرز مشترک بین سیال و جامد» به وجود خواهد آمد. در این مطالعه عیین پدیده و نیز پنج مدل برای توزیع دما در مرز مشترک، تجزیه و تحلیل شده است. از آنجایی که ساختار محیط متخلخل پیچیده می باشد، در این مطالعه سعی شده است روشی برای مدلسازی شرایط مرزی، به وسیله مرور مطالعاتی از گذشته تا به حال مورد بررسی قرار گیرد.

\*عده‌دار مکاتبات: [m.ghalambaz@gmail.com](mailto:m.ghalambaz@gmail.com)

کلمات کلیدی: ماده متخلخل، شرایط عدم تعادل حرارتی (LTNE)، پدیده شاخه ای شدن شار حرارت



شکل ۱: جریان نامنظم سیال در محیط متخلخل [۱]

محیط‌های متخلخل به وسیله پارامترهایی که خواص مواد متخلخل را تشکیل میدهند، مشخص می‌شوند. از جمله این پارامترها می‌توان به موارد ذیل اشاره کرد [۲].

### -۱- مقدمه

منتظر از یک ماده متخلخل، ماده ای با شبکه جامد به همراه فضاهای خالی به هم پیوسته است. ارتباط داخلی بین این فضاهای خالی اجازه ایجاد جریان یک یا چند سیال، در میان ماده را می‌دهد. در صورت وجود تنها یک سیال بین دانه‌های جامد، محیط را اصطلاحاً محیط متخلخل اثبات می‌نماید. در شکل (۱) یک محیط متخلخل مدل شده است. همان طور که مشاهده می‌شود سیالی از پایین به بالا، بین فضاهای خالی و پر به صورت نامنظم جریان دارد [۱].

کننده های الکترونیکی، عایق حرارتی و راکتورهای شیمیایی است که در این میان انتقال گرما در سیستمهای کامپوزیت مهمتر است. این سیستم شامل یک سیستم متخلخل و یه سیستم باز است. مثال آن یک کانال پر شده با مواد متخلخل است که در این مقاله بطور کامل راجب آن بحث خواهد شد.

وفایی و تیاگاراجا<sup>[۳]</sup> آنالیز جامعی روی جریان و انتقال حرارت در سطح مشترک در محیط متخلخل را انجام دادند. آنها سه حالت کلی که ممکن است سطح مشترک داشته باشد را در نظر گرفتند.

- (۱) سطح مشترک بین دو محیط متخلخل متفاوت
- (۲) بین یک سیال و یک محیط متخلخل
- (۳) بین یک محیط نفوذناپذیر و یک محیط متخلخل

آنها حل تحلیلی کاملی برای توزیع دما و سرعت برای همه شرایط سطح مشترک بدست آورند. حل عددی و تحلیلی بخوبی با هم سازگاری پیدا کردن. همچنین حل عددی و تحلیلی هر دو به وسیله یک فرضیه تجربی بررسی شدند که با آن هم سازگاری داشتند. آنها منطقه سطح مشترک را به عنوان یک لایه مرزی در نظر گرفتند و اثرات مرزی و اینرسی را که می تواند نقش مهمی در معادلات انتقال حرارت داشته باشد را در نظر گرفتند. برای آنالیز انتقال حرارت در مورد حالت دوم، دو حالت سیال با عدد پرانتل بالا و عدد پرانتل پایین را بررسی کردند. آنها به این نتیجه رسیدند که اگر عدد پرانتل سیال پایین باشد، توزیع دما در داخل لایه مرزی سرعت، ثابت و برابر با دمای سطح مشترک است. این حالت شبیه حالت گذرا است. پروفیل دما در هر زمانی تغییر می کند در حالیکه دمای سطح مشترک ثابت می ماند. اما اگر عدد پرانتل زیاد باشد، توزیع دما متناسب با تغییرات  $\zeta$  که پارامتر بی بعد طول است، تغییر خواهد کرد<sup>[۳]</sup>. همچنین الزمی و وفایی<sup>[۴]</sup> در حالتی جزئی تر، ویژگیهای جریان سیال و انتقال حرارت در مرز مشترک یک محیط متخلخل با سیال اشباع را بررسی نمودند. آنها پنج حالت برای شرایط مرزی جریان سیال و چهار حالت برای انتقال حرارت بین منطقه متخلخل و لایه سیال را جمع بندی کردند، که در جدول (۱)، چهار حالت انتقال حرارت نشان داده شده است.

جدول ۱: حالات شرایط مرزی انتقال حرارت بین یک محیط متخلخل و یک لایه سیال<sup>[۴]</sup>

مدل	دما	گرادیان دما
I	$T_+ = T_-$	$k_{\text{eff}} \frac{\partial T_-}{\partial y} = k_f \frac{\partial T_+}{\partial y}$
II	$T_+ = T_-$	$\Phi + k_f \frac{\partial T}{\partial y}  _- = k_{\text{eff}} \frac{\partial T}{\partial y}  _+$
III	$\frac{dT}{dy}  _+ = \frac{\alpha_r}{\lambda} (T_+ - T_-)$	$k_{\text{eff}} \frac{\partial T_-}{\partial y} = k_f \frac{\partial T_+}{\partial y}$
VI	$\frac{dT}{dy}  _+ = \frac{\alpha_r}{\lambda} (T_+ - T_-)$	$k_{\text{eff}} \frac{\partial T_-}{\partial y} = k_f \frac{\partial T_+}{\partial y}$

(۱) تخلخل (E): در محیطهای متخلخل بصورت کسری از کل حجم محیط متخلخل که توسط فضای سوراخها اشغال شده است، تعريف می شود. بنابراین  $E = 1 - \frac{V_p}{V_T}$  کسری است که توسط محیط جامد اشغال می شود.

$$\epsilon = \frac{V_p}{V_T} = \frac{V_T - V_S}{V_T}$$

در رابطه بالا  $V_T$  حجم کل،  $V_S$  حجم ناحیه جامد و  $V_p$  حجم فضای خالی است.

(۲) نفوذپذیری (K): یکی از خاصیتهای اساسی برای محیط های متخلخل می باشد. از این خاصیت برای تخمین زدن نسبت تزریق یا وارد شدن مایع به داخل محیط متخلخل استفاده می شود.

(۳) سطح ویژه و شکل خلل و فرج  
(۴) ضرایب ویسکوزیته و اینرسی مواد متخلخل

(۵) خواص فیزیکی و مکانیکی مواد متخلخل  
در طبیعت و صنعت مواد متخلخل فراوانی یافت می شوند و در اکثر موارد نیز جریانی از میان این مواد می گذرد. در قلمرو مدلسازی و نگرش نوین، محیط متخلخل تنها به محیط های متخلخل کلاسیک مانند خاک، ماسه، چوب و محیطهای مشابه محدود نمی شود، بلکه محیط هایی با هندسه پیچیده و دارای جزیات زیاد نیز یک محیط متخلخل فرض شده و می توان تحلیل جریان در این محیط ها را از روش جریان درون محیط های متخلخل شبیه سازی و تحلیل نمود. به عنوان مثال یک محیط با فینهای زیاد و یا یک دسته لوله را می توان یک محیط متخلخل فرض کرد<sup>[۱]</sup>.

دو روش متفاوت در مدل کردن انتقال حرارت در محیط متخلخل به نامهای مدل تعادل حرارتی<sup>۱</sup> و عدم تعادل حرارتی<sup>۲</sup> وجود دارد. در مدل تعادل حرارتی، فرض شده است فاز سیال و فاز جامد محیط متخلخل، در تعادل حرارتی باشند و بنابراین فقط یک معادله انرژی برای پیش بینی رفتار انتقال حرارت لازم است. از جمله کاربرد فرض تعادل حرارتی، جریان سیال در داخل محیط متخلخل، با دبی پایین و ضریب انتقال حرارت موضعی بالا بین دو فاز است. در مدل کردن عدم تعادل حرارتی، فازهای سیال و جامد در شرایط تعادل حرارتی نیستند و بنابراین سیال و جامد دمای های متفاوتی دارند. در این مورد، دو معادله انرژی یکی برای سیال و دیگری برای ماتریس جامد در نظر گرفته می شود که توسط تبدیل ترمهای بین آنها جفت می شوند<sup>[۲]</sup>.

با توجه به کاربردهای زیاد در مهندسی، انتقال حرارت جابجایی در محیط متخلخل در سالهای اخیر مورد توجه قرار گرفته است. این کاربردها شامل مهندسی زمین گرمایی، لوله های حرارتی، مبدل های حرارتی، خنک

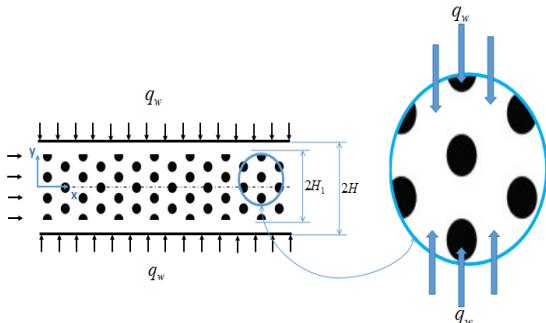
<sup>۱</sup> LTE (Local Thermal equilibrium)

<sup>۲</sup> LTNE (Local Thermal Nonequilibrium)

نظر گرفتن تأثیرات پراکنده‌ی و اینترسی را تحلیل کردند. پس از انتشار مقالات یانگ و وفایی [۱۰] و [۱۱]، نیلد [۱۲] طی مقاله‌ای نقض هایی را به مدل‌های ارائه شده توسط یانگ و وفایی وارد دانست. در همان سال یانگ و وفایی [۱۳] مقاله‌ای در جواب به مقاله‌ای آقای نیلد [۱۲] منتشر کردند و در آن مسائل اساسی و مفاهیم مربوط به عدم تعادل حرارتی موضوعی و پدیده شاخه‌ای شدن شارحرارتی در محیط متخلخل را پیاده‌ریزی کردند.

## ۲- مدلسازی‌ها و نتایج آنها

یانگ و وفایی [۶] جریان سیال درون یک کانال مستطیلی را که با متخلخل پوشیده و شارحرارتی ثابتی در دیواره به آن وارد می‌شود، را بررسی نمودند. شماتیک مسئله در شکل (۲) نشان داده شده است.



شکل ۲: شماتیک جریان سیال درون کانال پوشیده با متخلخل و یک المان حجمی<sup>۳</sup>

فرضیات زیر در نظر گرفته شد:

- (۱) جریان پایا و تراکم ناپذیر است.
- (۲) همرفت طبیعی و انتقال حرارت تشعشعی قابل صرف‌نظر است.
- (۳) جریان کاملاً توسعه یافته و مدل دارسی می‌باشد.
- (۴) خواصی مانند تخلخل، گرمای ویژه، چگالی و هدایت حرارتی ثابت در نظر گرفته شد.

معادلات حاکم به طور جداگانه برای محیط متخلخل و محیط باز نوشته شده اند، که برای منطقه متخلخل معادلات انرژی از مقالات امیری و وفایی [۷] و [۸] در شرایط عدم تعادل حرارتی مورد استفاده قرار گرفته است [۶].

برای محیط متخلخل:

$$k_{f,eff} \frac{\partial^2 T_f}{\partial y^2} + h_i \alpha (T_s - T_f) = \rho c_p u \frac{\partial T_f}{\partial x} \quad (4)$$

$$k_{s,eff} \frac{\partial^2 T_s}{\partial y^2} - h_i \alpha (T_s - T_f) = 0 \quad (5)$$

$$-\frac{\mu_f}{K} u - \frac{dp}{dx} = 0 \quad (6)$$

که در آن  $T_f$  دما در سمت متخلخل،  $T_s$  دما در قسمت باز،  $k_f$  ضریب هدایت حرارتی فاز سیال،  $k_{eff}$  ضریب هدایت حرارتی موثر و  $\alpha$  ضریب لغزش دما می‌باشد.

نوع اول از شرایط مرزی انتقال حرارت (مدل I) براساس پیوستگی دما در دیواره و همچنین شارحرارتی در مرز مشترک است. دومین مدل شامل یک افزایش ناگهانی در شارحرارتی در مرز مشترک است. مدل‌های شرایط مرزی انتقال حرارت III و IV دارای یک افزایش ناگهانی در دما در مرز مشترک هستند. مشخص شد که برای شرایط مرزی انتقال حرارت در جدول (۱-۱)، در کاربردهای عملی هر چهار دسته تولید نتایج یکسان می‌کنند. با اینحال اختلاف کوچکی ممکن است در رینولدزهای کوچک و دارسی‌های بالا اتفاق بیفتد [۴].

تحقیق یانگ و وفایی [۵] یکی از نخستین تلاش‌ها برای مطالعه پدیده شاخه‌ای شدن شارحرارتی در محیط متخلخل بشمار می‌رود. آنها پدیده شاخه‌ای شدن گرادیان دما در محیط متخلخل را با استفاده از تجزیه و تحلیل انتقال حرارت همرفتی درون یک کانال پرشده با متخلخل و با تولید حرارت داخلی و در حالت عدم تعادل حرارتی، بررسی کردند. پاسخ‌های دقیقی برای هر دو الگوی توزیع دمای سیال و جامد در انتقال حرارت همرفتی بدست آوردند. در عین حال شرایط لازم برای شاخه‌ای شدن گرادیان دمای فازهای سیال و جامد در دیواره کانال را تعیین کردند. راه حل دقیق برای توزیع دما در دو فاز سیال و جامد برای مدل A و مدل B برای شارثابت در دیواره بررسی شده است، که در ادامه بطور کامل در مورد این مدلها صحبت خواهد شد. اما بطور خلاصه در مدل A دمای جامد و مایع در سطح مشترک دیواره با هم برابر است و در مدل B، بخشی از تولید حرارتی می‌تواند به فاز مایع منتقل شود و بخش دیگر وارد فاز جامد شود. به این صورت انتقال حرارت داخلی بین سیال و جامد جایجا می‌شود. این موضوع باعث شاخه‌ای شدن گرادیان دما در دیواره می‌شود. نشان داده شد که توزیع دمای بی بعد برای دو فاز، مستقل از تولید حرارت داخلی فاز مایع برای مدل A و B است. با افزایش عدد Bi، اختلاف دما بین فاز سیال و جامد کاهش می‌یابد. همچنین آنها نتیجه گرفتند که تولید حرارت داخلی در فاز جامد تأثیر قابل توجهی روی ویژگیهای انتقال حرارت می‌گذارد که با پارامتر  $\beta$  نشان داده می‌شود [۵].

$$Bi = \frac{h_i \alpha H^2}{k_{s,eff}} \quad (2)$$

$$\beta = \frac{S_s H}{q_w} \quad (3)$$

در ادامه یانگ و وفایی در [۶] حل دقیق توزیع دما برای سیال و جامد بصورت پنج مدل در مرز مشترک محیط متخلخل، در [۱۰] پدیده شاخه‌ای شدن شارحرارت در محیط متخلخل در حالت شرایط ناپایدار و در [۱۱] پدیده شاخه‌ای شدن شارحرارت در کانال متخلخلی با در

<sup>۳</sup>The representative elementary volume (r.e.v.)

$$\text{Model B.2} \quad \beta_2 = \frac{k_f}{k_f + k_s} \quad (16)$$

$$\text{Model B.3} \quad \beta_3 = \varepsilon \quad (17)$$

### C مدل

در مدل C دماهای فاز سیال و جامد براساس مرز مشترک مطرح نشده اند و شار انتقال حرارت برای دو مرز مشترک به وسیله مقاله [۸] مورد استفاده قرار گرفته است که در آن  $h_{int}$  ضریب انتقال حرارت مرز مشترک، برای محاسبه انتقال حرارت بین سیال و جامد در مرز مشترک مورد استفاده قرار می‌گیرد.

$$T_f \Big|_{y=H_1^-} = T_f \Big|_{y=H_1^+} \quad (18)$$

$$k_f \frac{\partial T_f}{\partial y} \Big|_{y=H_1^+} = q_i \quad (19)$$

$$k_{f,eff} \frac{\partial T_f}{\partial y} \Big|_{y=H_1^-} = q_i - h_{int} \left( T_f \Big|_{y=H_1^-} - T_s \Big|_{y=H_1^-} \right) \quad (20)$$

$$k_{s,eff} \frac{\partial T_s}{\partial y} \Big|_{y=H_1^-} = h_{int} \left( T_f \Big|_{y=H_1^-} - T_s \Big|_{y=H_1^-} \right) \quad (21)$$

برای بی بعد سازی معادلات حاکم متغیرهای بی بعد بصورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{k_{s,eff}(T - T_{s,i})}{q_w H} & \eta &= \frac{y}{H} & \eta_1 &= \frac{H_1}{H} \\ k &= \frac{k_{f,eff}}{k_{s,eff}} & k_1 &= \frac{k_f}{k_{s,eff}} & Bi &= \frac{h_i \alpha H^2}{k_{s,eff}} \\ Bi_{int} &= \frac{h_{int} H}{k_{s,eff}} & Da &= \frac{K}{H^2} & U &= \frac{u}{-\frac{H^2}{\mu_f} \frac{dP}{dx}} \end{aligned} \quad (22)$$

از مقایسه راه حل مدل‌های A و B، C و B، A برخی ویژگیهای جالب فیزیکی حاصل می‌شود و این نتیجه بدست می‌آید که این راه حل‌ها می‌توانند بین یکدیگر، طبق شرایط زیر تبدیل شوند:

(۱) وقتیکه  $\beta = \beta_{cr}$  دمای فاز سیال و جامد در مرز مشترک معادل هم هستند، بنابراین راه حل مدل B قابل تبدیل به راه حل مدل A است.  $\beta_{cr}$  نسبت بحرانی شار حرارتی فاز سیال به شار حرارتی کل در مرز مشترک است و نشان دهنده حداقل نسبت شار حرارتی فاز سیال به شار حرارتی کل در مرز مشترک است.

که معادله (۴) و (۵) معادلات انرژی و معادله (۶) معادله مومنتوم برای محیط متخلف است و در آن  $T_s$  و  $T_f$  به ترتیب دمای جامد و سیال،  $u$  سرعت سیال،  $K_{s,eff}$  و  $K_{f,eff}$  به ترتیب ضریب هدایت فاز سیال و جامد،  $\rho$  دانسیته،  $c_p$  ظرفیت حرارتی ویژه سیال،  $h_i$  ضریب انتقال حرارت در مرز مشترک،  $\alpha$  سطح در واحد حجم محیط متخلف، K ضریب گذردهی،  $\mu_f$  ویسکوزیته دینامیکی سیال و p فشار می‌باشد. برای محیط باز:

$$-\frac{dP}{dx} + \mu_f \frac{d^2 u}{dy^2} = 0 \quad (7)$$

$$k_f \frac{d^2 T_f}{dy^2} = \rho c_p u \frac{\partial T_f}{\partial x} \quad (8)$$

که معادله (۷) معادله مومنتوم و معادله (۸) معادله انرژی برای محیط باز می‌باشد. آنها پنج مدل برای توصیف شرایط دمایی در منطقه مرز مشترک بین منطقه باز و متخلف را معرفی نمودند [۶].

### A مدل

هنگامیکه انتقال حرارت بین سیال و جامد در مرزمشترک به اندازه کافی بزرگ باشد، این دماهای در مرز مشترک با هم برابرند.

$$T_f \Big|_{y=H_1^-} = T_s \Big|_{y=H_1^-} = T_f \Big|_{y=H_1^+} \quad (9)$$

$$k_{f,eff} \frac{\partial T_f}{\partial y} \Big|_{y=H_1^-} + k_{s,eff} \frac{\partial T_s}{\partial y} \Big|_{y=H_1^-} = k_f \frac{\partial T_f}{\partial y} \Big|_{y=H_1^+} = q_i \quad (10)$$

که در آن  $q_i$  شار حرارتی در مرز مشترک است.

### B مدل

هنگامی که انتقال حرارت در مرز مشترک به اندازه کافی بزرگ نباشد، دماهای در سطح مشترک برابر نیستند و پارامتر گرمایی رابط  $\beta$  برای محاسبه شار انتقال حرارت کلی بین جامد و سیال در مرز مشترک معرفی شد.

$$T_f \Big|_{y=H_1^-} = T_f \Big|_{y=H_1^+} \quad (11)$$

$$k_f \frac{\partial T_f}{\partial y} \Big|_{y=H_1^+} = q_i \quad (12)$$

$$k_{f,eff} \frac{\partial T_f}{\partial y} \Big|_{y=H_1^-} = \beta q_i \quad (13)$$

$$k_{s,eff} \frac{\partial T_s}{\partial y} \Big|_{y=H_1^-} = (1 - \beta) q_i \quad (14)$$

که  $\beta$  نسبت شار حرارتی سیال به شار حرارتی کلی در مرز مشترک است و به سه روش زیر محاسبه می‌شود

$$\text{Model B.1} \quad \beta_1 = \frac{k_{f,eff}}{k_{f,eff} + k_{s,eff}} \quad (15)$$

اینرسی تاثیرگذار هستند. همچنین مشخص شد که اثر پراکنده‌گی دمایی زمانیکه با اثر اینرسی ترکیب شود، تضعیف می‌شود [۱۱].

بعد از انتشار این مقالات از وفایی و یانگ [۶ و ۱۰ و ۱۱]، نیلد [۱۲] مقاله‌ای در مورد مقالات یانگ و وفایی نوشت و در آن نقض‌هایی را به مدل‌های ایشان وارد داشت، که به شرح زیرند:  
 ۱) آنها پنج حالت را بررسی کردند و توضیح مختصری راجب فیزیک مدل‌های خود ارائه دادند.

۲) پدیده شاخه‌ای شدن برای پارامتری که از یک مقدار بحرانی گذشته است رخ می‌دهد. اما یانگ و وفایی، در یک حالت کلی بحث کردند و راه حل معادلات دیفرانسیل آن برخاسته از اطلاعات نامشخص است.

۳) مدلی که به عنوان پایه مدل C در نظر گرفته شده، توسط اوچوا-تاپیا [۹] مطرح شده است، که در آن ضریب انتقال حرارت در مرز مشترک  $h_{int}$  است، که به وسیله محاسبه تبادل حرارتی بین فازهای سیال و جامد در مرز مشترک به دست می‌آید. نتایج مقاله [۹] بر فرض تعادل گرادیان محلی، استوار است. به عنوان مثال گرادیان دمایی در دوفاز متخلخل می‌تواند حتی زمانیکه دو دما برابر نیستند، یکسان فرض شوند. نویسنده باید بداند که هیچ توجیه فیزیکی برای تعادل گرادیان محلی وجود ندارد.

۴) به طور کلی اگر مرز جامد دارای شار ثابت باشد، نتیجه این می‌شود که شار منطقه متخلخل در مرز مشترک نیز ثابت است. بنابراین وقتی شار تقسیم می‌شود، همان شار فاز سیال را در فاز جامد هم داریم. این بدان معناست که انتقال حرارت سطحی بین فاز سیال و جامد به نسبت  $\epsilon$  به  $(\epsilon - 1)$  تقسیم می‌شود. به عبارت دیگر در این شرایط مدل B.3 مناسب است. اینگونه به نظر می‌رسد که هیچ تأیید فیزیکی برای مدل‌های B.1، B.2 و C وجود ندارد.

در همان سال یانگ و وفایی [۱۳] مقاله‌ای در جواب به مقاله آقای نیلد [۱۲] منتشر کردند و در آن مسائل اساسی و مفاهیم مربوط به عدم تعادل حرارتی موضوعی و پدیده شاخه‌ای شدن شارحرارتی در محیط متخلخل را برداور شدند. آنها متذکر شده‌اند که کار یانگ و وفایی [۵ و ۶] اولین تلاش برای مطالعه پدیده شاخه‌ای شدن شارحرارتی در محیط متخلخل تحت شرایط عدم تعادل حرارتی بوده است و در تمام موارد آن بررسی کاملی صورت گرفته است. برخی نکات این مقاله به شرح زیرند:  
 ۱) نیلد [۱۲] تلاش کرده است که شرایط حرارتی مرز مشترک را براساس شرایط مرزی گرمایی مطالعه کند. باید توجه داشت که تعیین شرایط حرارتی در مرز مشترک و در دیواره کاملاً متفاوت است.

۲) وقتیکه  $\beta = 1 - D_8 Bi_{int} \eta_1$  راه حل برای مدل B قابل تبدیل به مدل C است.

که در آن پارامترهای  $D_4$ ،  $D_5$  و  $D_8$  بصورت زیر تعریف می‌شوند

$$D_4 = \frac{Bi\eta_1 + Bi_{int}}{\lambda k^2 \sinh(\lambda\eta_1) + Bi_{int}k(1+k)\cosh(\lambda\eta_1)} \quad (23)$$

$$D_5 = \frac{D_4 k^2}{Bi\eta_1^2(1+k)} \cosh(\lambda\eta_1) - \frac{1}{Bi\eta_1^2(1+k)} - \frac{1}{2(1+k)} \quad (24)$$

$$D_8 = \frac{D_4}{\lambda^2 \eta_1^2} \cos(\lambda\eta_1) + \frac{1}{2(1+k)} + D_5 \quad (25)$$

۳) وقتیکه  $Bi_{int} \rightarrow \infty$  دمای سیال و جامد در مرز مشترک معادل هم است، بنابراین حل مدل C قابل تبدیل به مدل A و فاز جامد در متخلخل می‌تواند حداکثر کسری از شارحرارتی کلی در مرز مشترک را بگیرد که معادل با  $\beta_{cr} = 1$  باشد.

۴) زمانیکه  $Bi_{int} \rightarrow 0$  تبادل حرارت بین سیال و جامد در مرز مشترک به صفر می‌رسد. بنابراین حل برای مدل C می‌تواند برای  $\beta = 1$ ، به حل مدل B تبدیل شود.

پس از آن یانگ و وفایی [۱۰] پدیده شاخه‌ای شدن شارحرارت در محیط متخلخل، برای شرایط ناپایدار و دو نوع اصلی مدل شاخه‌ای شدن شارحرارت را بررسی کردند. پدیده شاخه‌ای شدن شارحرارت برای فاز جامد و سیال در دیواره، در یک چهارچوب زمانی در یک منطقه محوری رخ می‌دهد. این پدیده با زمان تغییر می‌کند و وابسته به پارامترهایی چون  $k$  و  $\beta$  است. هدایت حرارتی در دیواره نشان داد که برای انجام انتقال حرارت کلی بین سیال و جامد درون منطقه شاخه‌ای شدن، به ترتیب باید  $\eta_1$  کوچک و  $k$  بزرگ باشند. زمان مشخصه، محاسبه زمانی که طول می‌کشد تا سیال و جامد به پایداری برسند را معرفی می‌کند. این زمان مشخصه با افزایش  $k$ ،  $\beta$  و  $\eta_1$  افزایش می‌یابد [۱۰].

همچنین یانگ و وفایی [۱۱] پدیده شاخه‌ای شدن شارحرارتی در کانال متخلخلی در شرایط عدم تعادل حرارتی و با در نظر گرفتن تاثیرات پراکنده‌گی و اینرسی را تحلیل کرده‌اند. پاسخ‌های دقیقی برای هر دو الگوی توزیع دمای سیال و جامد برای هر سه مدل حرارتی در سطح مشترک متخلخل-سیال تعیین شدند. در این تحقیق، از سه مدل A, B, C برای توصیف شرایط حرارتی در سطح مشترک سیال-ماده متخلخل بهره گرفته شده است. هنگامی که انتقال حرارت بین فاز سیال و جامد نزدیک بینهایت نیست و دمایا در سطح مشترک با هم برابر نیستند، پدیده شاخه‌ای شدن شارحرارتی درون محیط متخلخل رخ می‌دهد. نتایج نشان داد که عدد دارسی و ارتفاع بدون بعد در محیط متخلخل دو پارامتر مهم هستند که روی پراکنده‌گی دمایی و پارامتر

$V_p$	حجم فضای خالی ( $m^3$ )
$\varepsilon$	تخلخل
$K$	ضریب گذردهی ( $m^2$ )
$k_f$	ضریب هدایت حرارتی فاز سیال ( $W/mK$ )
$k_s$	ضریب هدایت حرارتی فاز جامد ( $W/mK$ )
$k_{s,eff}$	ضریب مؤثر هدایت فاز سیال ( $W/mK$ )
$k_{f,eff}$	ضریب مؤثر هدایت فاز جامد ( $W/mK$ )
T	دما (K)
$T_s$	دماهی جامد (K)
$T_f$	دماهی سیال (K)
H	ارتفاع کانال (m)
$H_1$	ارتفاع منطقه متخلخل (m)
$q_w$	شار حرارتی دیواره ( $W/m^2$ )
$q_i$	شار حرارتی کل ( $W/m^2$ )
Bi	$(Bi = \frac{h_i \alpha H^2}{k_{s,eff}})$ عدد بايو
$\beta$	نسبت شار حرارتی فاز سیال به شار حرارتی کل در مرز مشترک
$\alpha$	سطح در واحد حجم محیط متخلخل ( $1/m$ )
$Bi_{int}$	$(Bi_{int} = \frac{h_{int}H}{k_{s,eff}})$ عدد بايو در سطح مشترک
$\beta_{cr}$	نسبت بحرانی شار حرارتی سیال به شار حرارتی کل در مرز مشترک
Da	$(Da = \frac{K}{H^2})$ عدد دارسی
$\eta$	$(\eta = \frac{y}{H})$ پارامتر بی بعد (معادله ۲۲)
$\eta_1$	پارامتر بی بعد (معادله ۲۲)
$\mu_f$	ویسکوزیته دینامیکی ( $Kg/ms$ )
P	فشار (atm)
$S_s$	تولید حرارت داخلی در فاز جامد ( $W/m^3$ )
$\alpha_T$	ضریب لغزش دما در جدول (۱-۱)
$\rho$	دانسیته ( $Kg/m^3$ )
u	سرعت سیال ( $m/s$ )
$D_8$	ضریب ثابت (معادله ۲۵)

(۲) در کار یانگ و وفایی [۶] نتایج برای پنج مدل به دست آمده به هر مدل دیگری قابل تبدیل است و تعادل بین مدلها بررسی شده است که بهوضوح می‌تواند نشاندهنده ثبات فیزیکی بین مدلها باشد.

(۳) برخلاف آنچه نیلد [۱۲] اعلام کرد، در کار یانگ و وفایی براساس مدلها A، B.1، B.2، C و شار حرارتی کلی در مرز مشترک ( $q_i$ )، بین فازهای جامد و سیال به راحتی قابل محاسبه است.

(۴) در کار یانگ و وفایی [۱۲]، مدل B از نظر شار حرارتی کلی بین جامد و سیال در مرز مشترک ارائه شده است. مدلها B.1 و B.3 سه روش محتمل برای مدل B هستند. همچنین مدل B می‌تواند بطور مستقیم استفاده شود. آنالیز نتایج بخوبی نشان می‌دهد که اعتبار هر مدل برای طیف وسیعی برقرار است گرچه مدل B.3 همیشه معتبر نیست.

### ۳-نتیجه گیری

در این مطالعه سعی شده است روشهایی برای تفکیک شار حرارتی در مرز مشترک بین سیال و جامد در محیط متخلخل مورد بررسی قرار گیرد. برای مدلسازی از مدل عدم تعادل حرارتی<sup>\*</sup> استفاده شده است که در آن فازهای سیال و جامد در شرایط تعادل حرارتی نیستند و بنابراین سیال و جامد دمایهای متفاوتی دارند. در این حالت باید دو معادله انرژی یکی برای سیال و دیگری برای ماتریس جامد در نظر گرفته شود. این پدیده بیان می‌کند که جهت شیب دمایی برای سیال و جامد در دیواره متفاوت است. از طرفی قسمت شدن شار حرارتی در مرز مشترک محیط متخلخل که اولین بار توسط وفایی و یانگ [۵] در سال ۲۰۱۰ «پدیده شاخه ای شدن شار حرارتی در مرز مشترک بین سیال و جامد محیط متخلخل» نامیده شد، در این مطالعه بحث شده است. برای بررسی این پدیده پنج مدل برای سطح مشترک سیال و جامد ارائه شده است. تجزیه و تحلیل نتایج اینگونه نشان می‌دهد که این پنج مدل در محدوده زیادی معتبر می‌باشند و همچنین ثبات فیزیکی بین آنها برقرار است. از آنجاییکه شرایط مرزی تاثیر مهمی در انتقال حرارت محیط متخلخل در شرایط عدم تعادل حرارتی دارد، مدلها ارائه شده توسط یانگ و وفایی [۶] می‌توانند برای تعیین توزیع شار حرارتی کلی در دیواره، در زمانیکه یک محیط متخلخل به دیواره کanal متصل است، مورد استفاده قرار گیرند.

### ۴-علامت‌ها و اختصارات

$V_T$	حجم کل ( $m^3$ )
$V_s$	حجم ناحیه جامد ( $m^3$ )

\* LTNE (Local Thermal Nonequilibrium)<sup>۴</sup>

Solution", Int. J. Heat Transfer, Vol. 133/ 052602-1,2011.

[11] K.Yang, K.Vafai, "Analysis of heat flux bifurcation inside porous media incorporating inertial and dispersion effects –An exact solution", Int. J. Heat and Mass Transfer, pp. 54 5286–5297,2011.

[12] D. A. Nield, "A Note on Local Thermal Non-Equilibrium in Porous Media Near Boundaries and Interfaces", Transp Porous Med, DOI 10.1007/s11242-012-0063-4, 2012.

[13] K.Vafai, K.Yang, "A Note on Local Thermal Non-equilibrium in Porous Media and Heat Flux Bifurcation Phenomenon in Porous Media", Transp Porous Med, DOI 10.1007/s11242-012-0080-3,2012.

$D_4$  ضریب ثابت(معادله ۲۳)

$D_s$  ضریب ثابت(معادله ۲۴)

$h_i$  ضریب انتقال حرارت در مرز مشترک ( $W/m^2K$ )

$k_{\text{eff}}$  ضریب هدایت موثر ( $W/mK$ )

$\zeta$  پارامتر بی بعد طول  $\zeta = \frac{x}{L}$

+ سمت محیط متخلخل

- سمت محیط باز

#### ۵- منابع

[1] D.A.Nield, A.Bejan , "convection in porous media", third ed, springer, New York ,2006.

[2] ن.علیمردانی, "بهبود انتقال حرارت همرفتی اجباری با استفاده از محیط متخلخل", مجله مبدل گرمایی, ۱۳۹۳.

[3] K.Vafai, R.Thiyagaraja,(1986), "Analysis of flow and heat transfer at the interface region of a porous medium", Int. J. Heat Mass Transfer. Vol. 30, No. 7, PP. 1391-1405, 2006.

[4] B.Alazmi, K.Vafai, "Analysis of fluid flow and heat transfer interfacial conditions between a porous medium and a fluid layer", Int. J. Heat and Mass Transfer 44 ,pp. 1735-1749,2001.

[5] K.Yang, K.Vafai, "Analysis of temperature gradient bifurcation in porous media–An exact solution", Int. J. Heat and Mass Transfer 53,pp. 4316–4325 ,2010.

[6] K.Yang, K.Vafai, "Restrictions on the Validity of the Thermal Conditions at the Porous-Fluid Interface– An Exact Solution", Int. J. Heat Transfer, , Vol. 133 / 112601-1,2011.

[7] A.Amiri, K.Vafai, "Analysis of Dispersion Effects and Non-Thermal Equilibrium Non-Darcian, Variable Porosity Incompressible Flow Through Porous Medium", Int. J. Heat Mass Transfer, 37, pp. 939–954,1994.

[8] A.Amiri, K.Vafai, "Transient Analysis of Incompressible Flow Through a Packed Bed", Int. J. Heat Mass Transfer, 41, pp. 4259–4279,1998.

[9] J.A Ochoa-Tapia, S.Whitaker, "Heat Transfer at the Boundary Between a Porous Medium and a Homogeneous Fluid", Int. J. Heat Mass Transfer, 40(11), pp. 2691–2707,1997.

[10] K.Yang, K.Vafai, "Transient Aspects of Heat Flux Bifurcation in Porous Media: An Exact